UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

MICHAL HECZKO

2. ročník – program celoživotního vzdělávání

Program: Matematika - učitelství pro 2. stupeň ZŠ

VYUŽITÍ GEOMETRICKÝCH APLIKACÍ VE ŠKOLSKÉ MATEMATICE

Závěrečná písemná práce

Vedoucí závěrečné písemné práce: Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D.

OLOMOUC 2013

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem závěrečnou písemnou práci zpracoval samostatně a použil jen uvedených pramenů, literatury a elektronických zdrojů.

V Olomouci, dne 21. 3. 2013

Ing. Michal Heczko

Poděkování

Děkuji vedoucí práce Mgr. Jitce Hodaňové, Ph.D. za odborné vedení závěrečné písemné práce.

ABSTRAKT

Cílem této práce je zmapování aktuální situace v oblasti geometrických aplikací, které lze používat ve školské matematice a ve vybrané geometrické aplikaci vytvořit materiály pro výuku konstrukčních úloh v matematice na základní škole a v odpovídajících ročnících osmiletého gymnázia.

První část této práce se věnuje popisu nejpoužívanějších geometrických aplikací a jejich popisu. Druhá část je věnována popisu realizace vybraných geometrických úloh.

Klíčová slova: geometrie, konstrukční úlohy, geometrické aplikace, výuka, tvorba výukových materiálů, GeoGebra

ABSTRACT

The aim of this work is to map the actual situation in the area of geometrical applications, which can be used in mathematics in the school education, and to create the materials for the education of the construction geometry in the mathematics at the elementary school (and in the corresponding years of eight-years grammar schools) in the selected geometrical application.

The first part of this work is devoted to a description of the most commonly used geometrical applications and their description. The second part is aimed to the description of a realization of selected geometrical tasks.

Keywords: geometry, construction tasks, geometrical applications, education, creation of education materials, GeoGebra

OBSAH

ÚVOD

S dynamickým rozvojem informačních technologií se tyto technologie stávají každodenní součástí školní výuky nejen ve specializovaných předmětech (Informatika a výpočetní technika, Informační a komunikační technologie, ...), ale i v dalších předmětech, které jsou ve školách vyučovány.

Tato práce je zaměřena na výuku matematiky, konkrétně na oblast geometrie. V oblasti geometrie nabízí software alternativu k realizaci geometrických konstrukcí rýsováním na papír, navíc má výhodu v možnosti animace, krokování jednotlivých částí řešení a možnost rychlého zobrazení pro různé hodnoty v zadání. Geometrickými aplikacemi však nelze zcela nahradit „tradiční“ pojetí výuky geometrie, pouze jej může vhodně doplňovat. Stále je nutné, aby žák jednotlivé úlohy narýsoval a rozvíjel si tak své dovednosti v této oblasti.

První část této práce je věnována porovnání aktuálně používaných geometrických aplikací. Popisuje jejich možnosti použití a shrnuje jejich základní výhody a nevýhody. Následně seznamuje čtenáře se způsobem ovládání vybraného softwaru, který byl vyhodnocen jako aktuálně nejvhodnější pro použití.

Ve druhé části této práce byly realizovány vybrané konstrukční úkoly v aplikaci GeoGebra. Jsou vybrány vhodné konstrukční úlohy, které budou realizovány, následně se práce věnuje popisu jejich realizace, včetně metodiky pro použití ve výuce. Úlohy jsou vybrány na základě ŠVP a učebnic pro nižší stupeň osmiletých gymnázií a odpovídající ročníky 2. stupně základní školy.

Výsledné materiály, které byly vytvořeny, budou ověřeny v rámci výuky a vyhodnocení jejich využití ve výuce se věnuje poslední kapitola této práce.

Materiály vytvořené v rámci této práce jsou umístěny na CD, které lze nalézt v příloze této práce.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 Geometrická aplikace

Jak už bylo zmíněno v úvodu, oblast informačních technologií prošla v uplynulých letech dynamickým rozvojem a čím dál častěji se ve školách můžeme setkat s využitím informačních technologií, kromě předmětu „Informační a komunikační technologie, i v dalších předmětech.

Ve školní výuce informační technologie usnadňují výuku a zvyšují názornost zejména pomocí prezentačních nástrojů (často doplněných o využití interaktivních tabulí) a různých e-learningových systémů. Ve výuce matematiky je však ještě další významná možnost pro využití informačních technologií, a tou jsou geometrické aplikace.

Tyto aplikace sice nenahradí schopnost přesně narýsovat danou geometrickou konstrukci, ale umožní studentům postup konstrukce lépe pochopit. Většina těchto aplikací totiž umožňuje provést kompletní konstrukci a popsat ji. Navíc umožňují konstrukci krokovat – tj. postupně zobrazovat jednotlivé části konstrukce tak, jak byly vytvářeny. Samozřejmostí je export do dalších formátů, pokud by autor chtěl využít výsledek pro další publikaci (např. ve studijních materiálech, učebnicích, apod.).

Program tedy umožní snadnější pochopení dané látky. Následovat by však mělo prorýsování jednotlivých úkolů, protože v geometrii nejde jen o pochopení teorie a postupu.

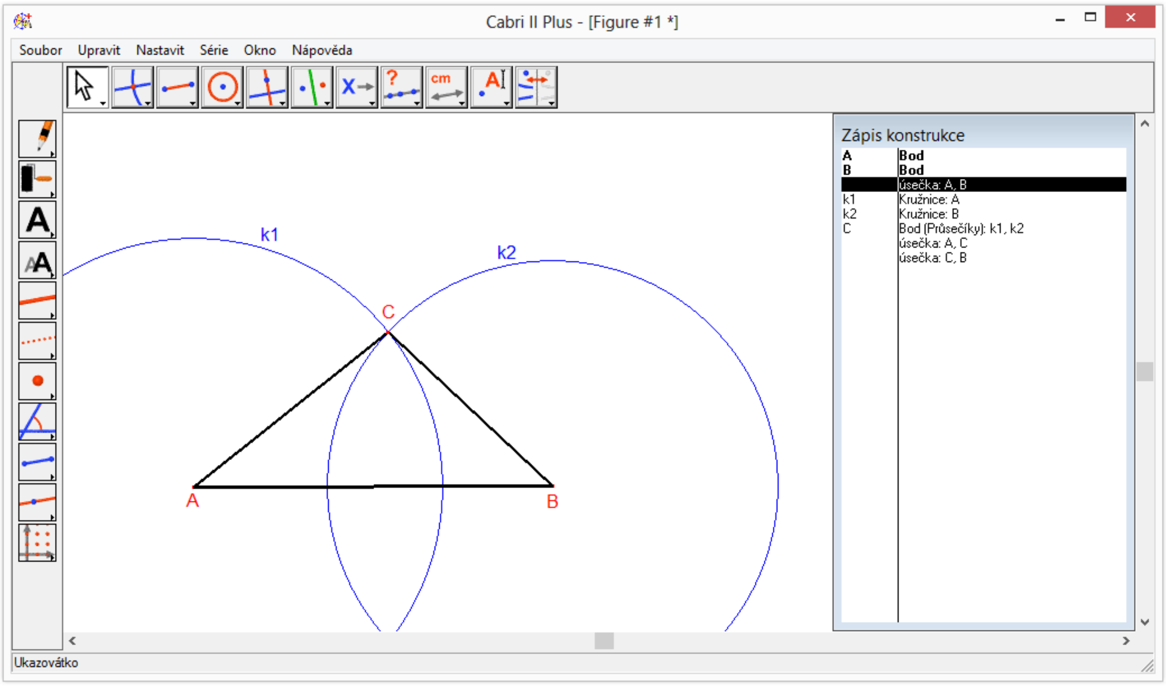
Cílem první části této práce je shrnout základní vlastnosti jednotlivých programů, porovnat jejich výhody a nevýhody a zvolit nejvhodnější program pro tvorbu výukových materiálů.

2 Srovnání nejpoužívanějších geometrických aplikací

2.1 Cabri Geometry

Cabri Geometry je jednou z nejrozšířenějších geometrických aplikací v českých školách. Společnost Cabri nabízí několik aplikací: zde popisovaná aplikace je pojmenována Cabri II (viz Obr. 1) a je určena pro využití v oblasti planimetrie. Druhou aplikací je Cabri 3D, která najde své využití ve stereometrii.

Obr. 1 – Prostředí aplikace Cabri Geometry



Obě aplikace je možné provozovat pod operačními systémy MS Windows a Apple Mac OS X s minimálními hardwarovými nároky (16 MB RAM, 100 MB volného místa na disku). Nevýhodou však je, že se jedná o placený SW. Pokud by si studijní materiály, které jsou vytvořené v této aplikaci, chtěli studenti prohlédnout na svém osobním PC, mají několik možností:

- zakoupit licenci za 990 Kč,
- získat licenci od školy (škola v tomto případě musí platit poplatek 8 990 Kč ročně,

- prohlížet materiály, které byly vyexportovány do formátu objektu internetové stránky (zde je nutná úprava materiálů autorem a instalace softwaru JAVA).

Cabri Geometry nabízí základní funkčnost velmi podobnou ostatním zde popisovaným geometrickým aplikacím. Lze vkládat objekty (jako například bod, přímka, úsečka, kružnice), provádět základní operace (tvorba kolmic, rovnoběžek, os úhlů, ...), aplikovat některá zobrazení (osová a středová souměrnost, stejnolehlost, kruhová inverze, ...) a krokovat konstrukci.

Výsledný dokument lze uložit ve formátu Cabri Geometry (s koncovkou fig), jako PNG obrázek, nebo jako internetovou stránku (v tomto případě je na klientském počítači vyžadován Java plugin nebo Cabri 2 plus plugin (oba jsou na internetu k dispozici ke stažení zdarma). Druhý zmíněný doplněk je k dispozici až od verze 1.4.

2.2 GeoGebra

Druhou aplikací, která zde bude popsána, je aplikace GeoGebra. Jedná se o aplikaci, kterou lze provozovat bez připojení k internetu po instalaci na osobní počítač, navíc ji je možné spouštět i v rámci internetového prohlížeče. Jedinou podmínkou je instalace běhového prostředí JAVA.

Stejně jako Cabri Geometry GeoGebra nabízí základní funkčnost velmi podobnou ostatním zde popisovaným geometrickým aplikacím. Lze vkládat objekty (jako například bod, přímka, úsečka, kružnice), provádět základní operace (tvorba kolmic, rovnoběžek, os úhlů, ...), aplikovat některá zobrazení (osová a středová souměrnost, stejnolehlost, kruhová inverze, ...) a krokovat konstrukci. Navíc je možno přepínat mezi různými druhy pohledů, které jsou vhodné nejen pro geometrii, ale i pro zobrazení matematických funkcí.

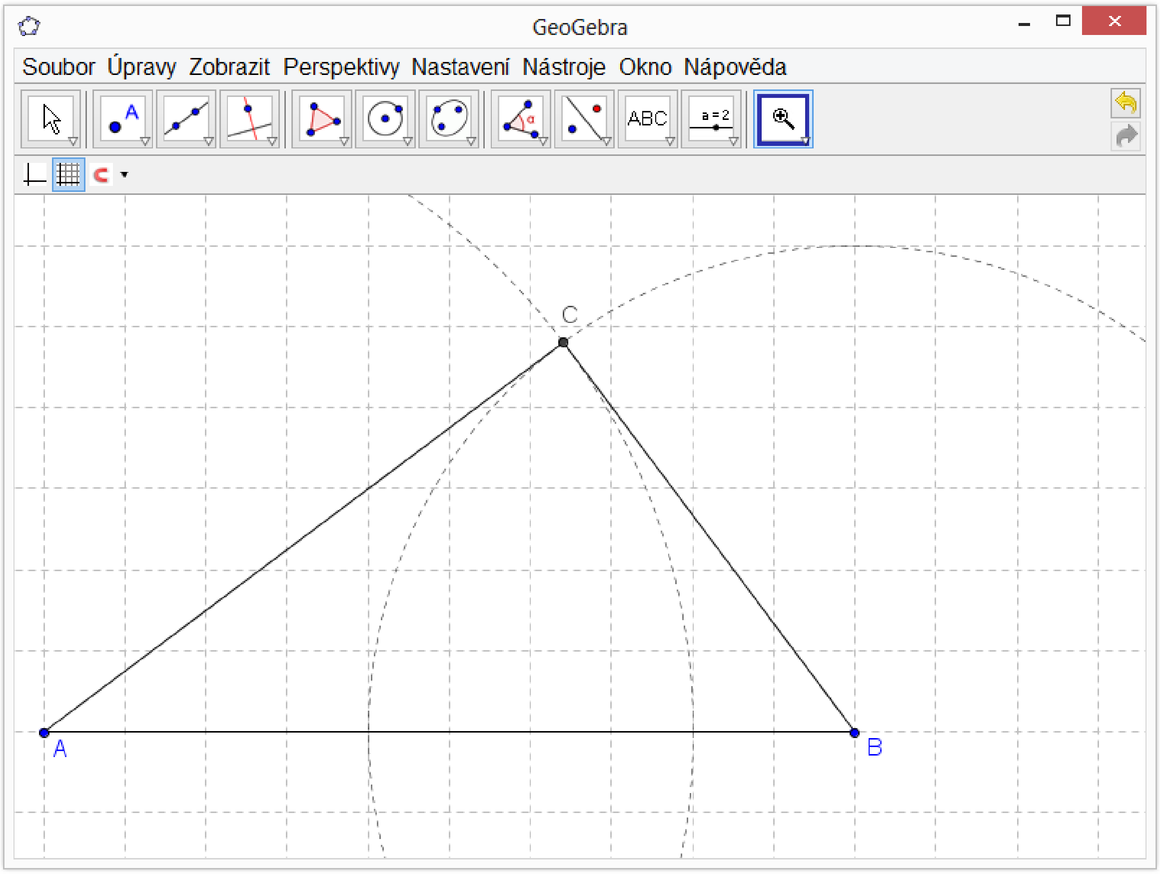
Výsledné dokumenty lze ukládat ve formátu GeoGebra souborů, obrázků či objektů internetových stránek. Navíc je možné je zdarma umístit na server GeoGebraTube[1], kde lze navíc přidat popisy a komentáře a tímto způsobem sdílet studijní materiály.

Mezi výhodami lze také zmínit velkou komunitu uživatelů, která vytváři databázi studijních materiálů na serveru www.geogebra.org.

[1] K dispozici na adrese http://www.geogebratube.org

Kromě základní verze aplikace existuje i verze ve formátu HTML 5[2], která funguje i na tabletech, avšak připravuje se i nativní aplikace pro tablety s operačním systémem Apple iOS a Google Android.

Obr. 2 – Prostředí aplikace GeoGebra



2.3 GeoNext

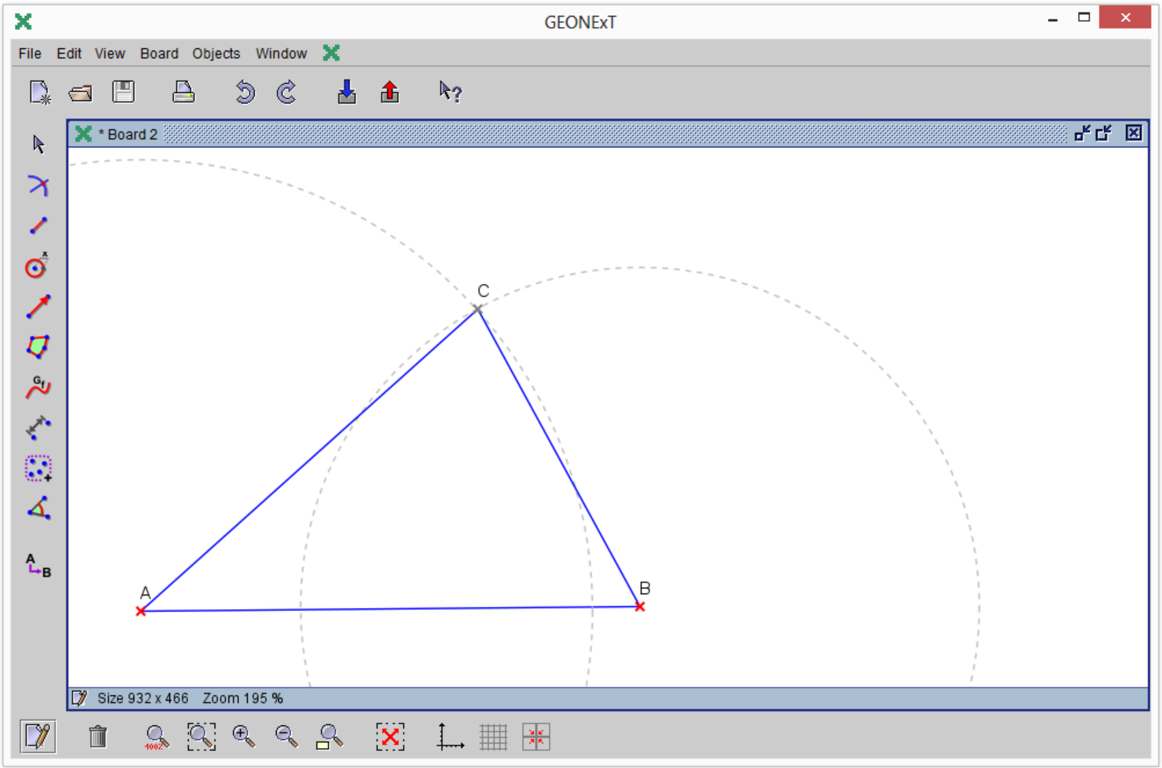
Další aplikací, kterou lze použít ve výuce geometrie, je aplikace GeoNext. Použití aplikace je zcela zdarma. Program je vyvíjen na univerzitě v Bayreuthu v Německu. Je funkční pod většinou dnes používaných operačních systémů na osobních počítačích s nízkými hardwarovými nároky.

Program nabízí základní funkčnost velmi podobnou ostatním zde popisovaným geometrickým aplikacím. Lze vkládat objekty (jako například bod, přímka, úsečka, kružnice), provádět základní operace (tvorba kolmic, rovnoběžek, os úhlů, ...), aplikovat některá zobrazení (osová a středová souměrnost) a krokovat konstrukci. Narozdíl od jiných

[2] Verze pro mobilní internetové prohlížeče je k dispozici na adrese http://www.geogebra.org/web/web_gui/

programů je zde omezen počet zobrazení pouze na osovou a středovou souměrnost, a i uživatelská přívětivost je o něco nižší.

Obr. 3 – Prostředí aplikace GeoNext



Kromě základního formátu souboru GeoNext je možno výsledné dokumenty exportovat i do formátu internetové stránky, obrázku PNG nebo vektorového formátu SVG.

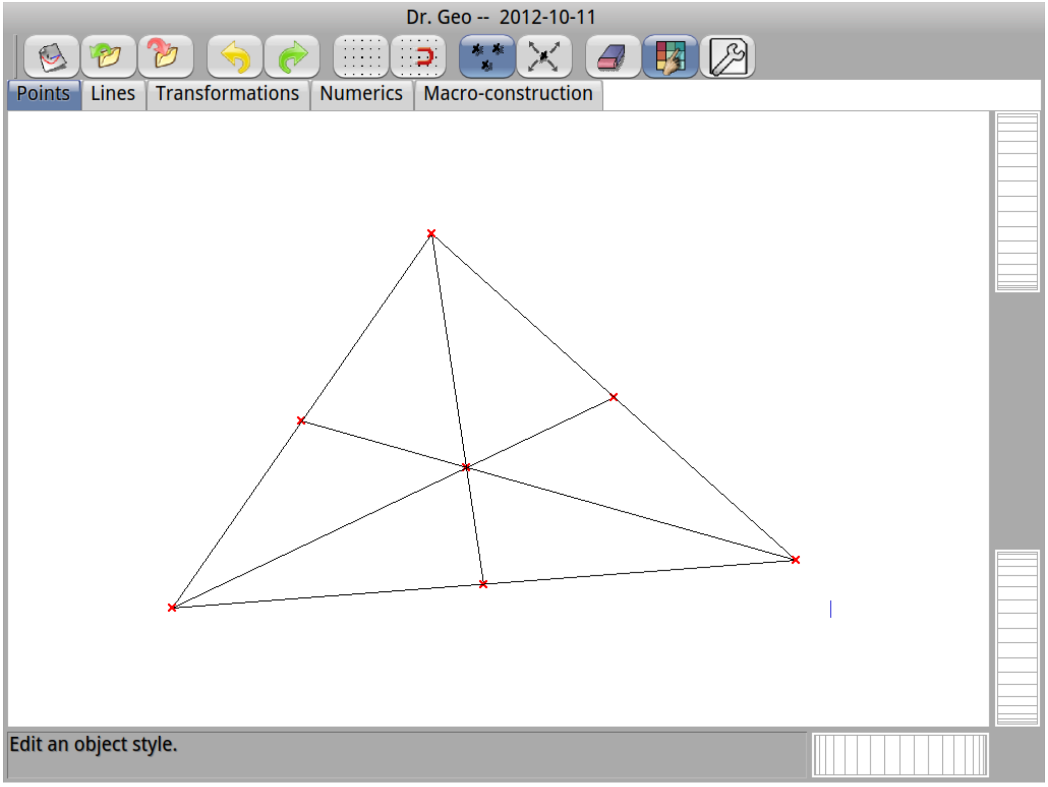
2.4 Dr. Geometry

Poslední aplikací, která zde bude zmíněna, je aplikace Dr. Geometry. Aplikace je pro osobní počítače zdarma a nabízí opět většinu možností pro použití v oblasti planimetrie, stejně jako všechny zde zmiňované aplikace. Odlišuje se však tím, že je již dnes použitelná na tabletech s operačním systémem Google Android a Apple iOS. Zde je však zdarma jen základní omezená verze a plná verze je zpoplatněna částkou 4,99 USD[3]. Tato oblast může být v budoucnu zajímavá, pokud se ve školách více rozšíří tablety, které

[3] Lze zakoupit například přes Apple iTunes. Informace o aplikaci jsou k dispozici na adrese https://itunes.apple.com/us/app/dr.-geometry/id559858173?l=fr&ls=1&mt=8

by mohly nahradit učebnice (některá nakladatelství již připravují elektronické verze učebnic pro tablety[4]) a byly by využitelné i pro tyto specializované aplikace.

Obr. 4 – Prostředí aplikace Dr. Geometry na tabletu Apple iPad



2.5 Shrnutí

Jak je vidět z popisu jednotlivých aplikací a z tabulky, která shrnuje vlastnosti těchto aplikací (Tab. 1), je funkčnost těchto aplikací velmi vyrovnaná. Aplikace se liší pouze mírně v některých vlastnostech (jako například cena u Cabri Geometry nebo uživatelská přívětivost u GeoNextu). Pro další použití v této práci byla vybrána aplikace GeoGebra, protože je zdarma, existuje pro různé operační systémy a jde spouštět i v rámci internetového prohlížeče. Navíc má za sebou velkou uživatelskou komunitu, která na stránkách www.geogebra.org a www.geogebratube.org nabízí velké množství již vytvořených materiálů.

[4] Například nakladatelství Fraus připravuje produkt Fraus Flexibook (http://www.fraus.cz/fraus-flexibook/).

Tab. 1 – Srovnání geometrických aplikací

	Cabri Geometry	GeoGebra	GeoNext	Dr. Geometry
Česká verze	ano	ano	ne	ne
Cena pro školu	od 3 990 Kč	zdarma	zdarma	zdarma / 100 Kč[5]
Cena pro studenty	990 Kč[6]	zdarma	zdarma	zdarma / 100 Kč[5]
MS Windows	ano	ano	ano	ano
GNU/Linux	ne	ano	ano	ano
Mac OS X	ano	ano	ano	ano
Internetový prohlížeč	ano (pouze prohlížení, vyžaduje prostředí JAVA)	ano (prohlížení i úpravy, vyžaduje prostředí JAVA)	ano (prohlížení i úpravy, vyžaduje prostředí JAVA)	ne
Tablet / Mobilní telefon	ne	ano[7]	ne	ano (aplikace pro Apple iOS a Google Android)
WWW stránky	www.cabri.com	www.geogebra.org	www.geonext.de	www.drgeo.eu

[5] Cena 100 Kč platí pro mobilní verzi aplikace pro Apple iPhone, iPad a Google Android. Existuje i mírně omezená verze aplikace zdarma.
[6] Za poplatek 8 990 Kč ročně může škola získat i licenci pro všechny své studenty.
[7] Verze pro mobilní internetové prohlížeče je k dispozici na adrese http://www.geogebra.org/web/web_gui/. Připravuje se i verze ve formě aplikace pro iPhone, iPad a Google Android

3 Seznámení s prostředím GeoGebra

Jak už bylo zmíněno v předchozí kapitole, jako nejvhodnější pro realizaci této práce bylo vybráno prostředí GeoGebra. Jednak z důvodu, že se jedná o systém, který je možné použít zcela zdarma, a také z důvodu, že existuje ve velkém množství verzí pro různé platformy. Aktuálně je možné tuto aplikaci používat nejen v operačním systému Windows, ale také v systémech GNU/Linux nebo Mac OS X. Hlavní výhodou však je varianta aplikace, která běží v rámci internetového prohlížeče a nevyžaduje žádnou instalaci. Tato varianta je vhodná pro studenty, kteří si dané studijní materiály chtějí otevřít a vyzkoušet doma na svých počítačích. V tomto případě není vyžadována instalace aplikace ani žádný zásah do systému a je k dispozici plně funkční aplikace.

Veškeré možnosti na následujících stránkách vycházejí z aplikace GeoGebra 4 se zapnutým českým rozhraním. České rozhraní lze zapnout v menu ***Options*** > ***Language*** > ***A – D*** > ***Czech***.

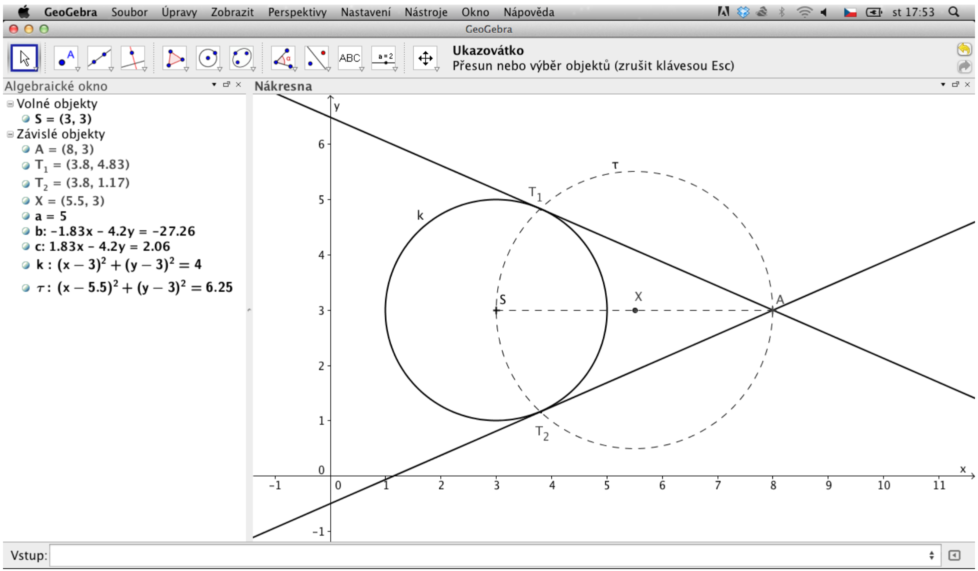
Cílem této kapitoly není vytvoření kompletní uživatelské příručky aplikace, pouze má uživatele seznámit se základním rozhraním softwaru. Podrobnější příklady použití a postupy jsou popsány v kapitolách, které se věnují vytváření výukových materiálů, v praktické části této práce od strany 83.

3.1 Základní rozhraní aplikace

Prostředí aplikace Geogebra se skládá ze 3 základních částí:

- **Menu** – obsahuje všechny možnosti a funkce aplikace Geogebra.
- **Nástrojová lišta** – obsahuje tlačítka s nejpoužívanějšími akcemi.
- **Okno aplikace** – zobrazuje výsledný dokument (liší se dle zvoleného zobrazení).

Obr. 5 – Základní rozhraní aplikace GeoGebra (pohled "Algebra & nákresna")



V základním rozhraní se aplikace spustí v pohledu **Algrebra & nákresna** (Obr. 5). Toto rozhraní obsahuje na místě dokumentu 3 základní části:

- **Algebraické okno** – obsahuje seznam všech objektů (bodů, úseček, kružnic, ...) zapsaných pomocí souřadnic a vzorců.
- **Nákresna** – obsahuje vykreslení aktuálně otevřeného dokumentu. Umožňuje pomocí myši ovládat aktuální dokument.
- **Vstup** – umožňuje zadávat jednotlivé objekty pomocí příkazů[8].

Kromě rozhraní „Algebra + nákresna“ lze nastavit i některé z dalších rozhraní, popřípadě si vytvořit vlastní rozmístění oken. Rozhraní lze jednoduše změnit v menu ***Perspektivy***, kde jsou k dispozici následující možnosti:

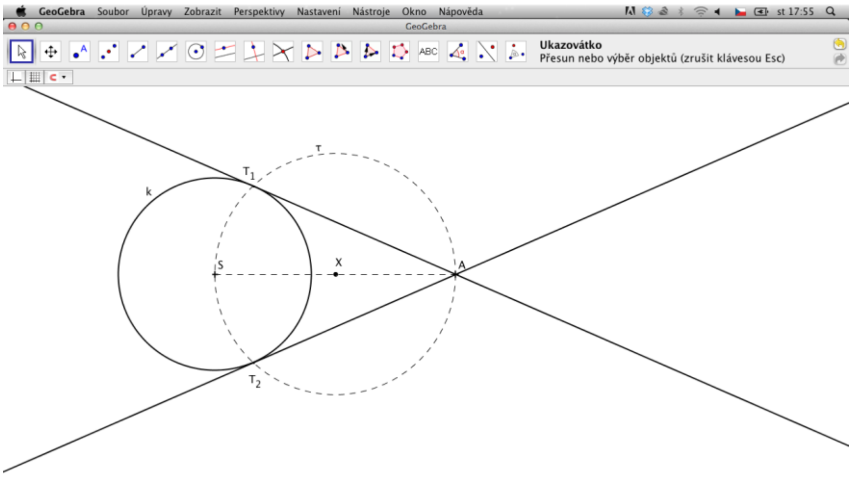
- **Algebra & nákresna** – základní rozhraní aplikace Geogebra, které bylo popsáno výše (Obr. 5).
- **Elementární geometrie** – Obsahuje pouze nákresnu se skrytými souřadnicemi a mřížkou. Navíc je zjednodušena nástrojová lišta tak, že jsou ponechány pouze základní prvky (Obr. 6).

[8] Například příkaz `Point[{1,2}]` vykreslí bod na souřadnicích x = 1, y = 2.

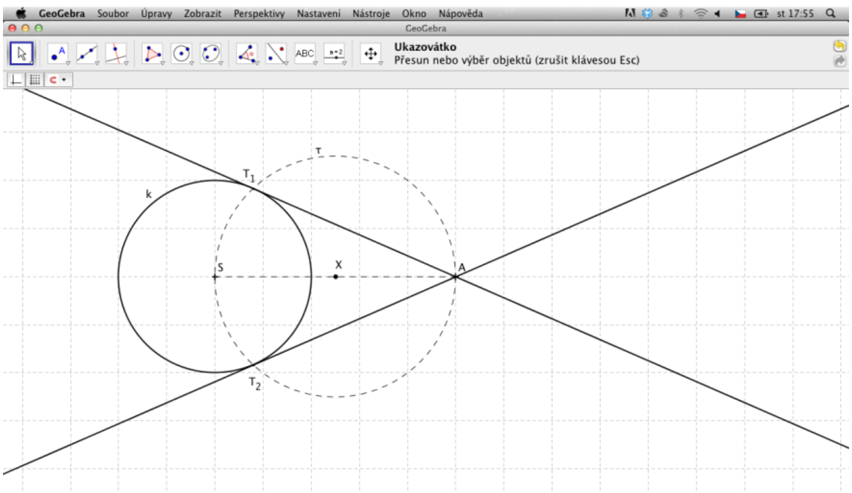
- **Geometrie** – Obsahuje pouze nákresnu se zobrazenou mřížkou. Na rozdíl od zobrazení „Elementární geometrie“ obsahuje kompletní nástrojovou lištu (Obr. 7).
- **Tabulka & nákresna** – Zobrazení vhodné spíše pro vykreslování funkcí. Obsahuje totiž tabulku (tak jak se s ní lze setkat například v tabulkovém procesoru) a nákresnu pro vykreslení hodnot z tabulky. Nástrojová lišta je nahrazena tlačítky pro vykreslování funkcí (**Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**Obr. 8).

Pokud by uživateli z jakýchkoliv důvodů nabízená rozhraní nevyhovovala, může si nastavit vlastní zobrazení v menu ***Zobrazit***, popřípadě pomocí myši tažením změnit rozmístění jednotlivých částí okna.

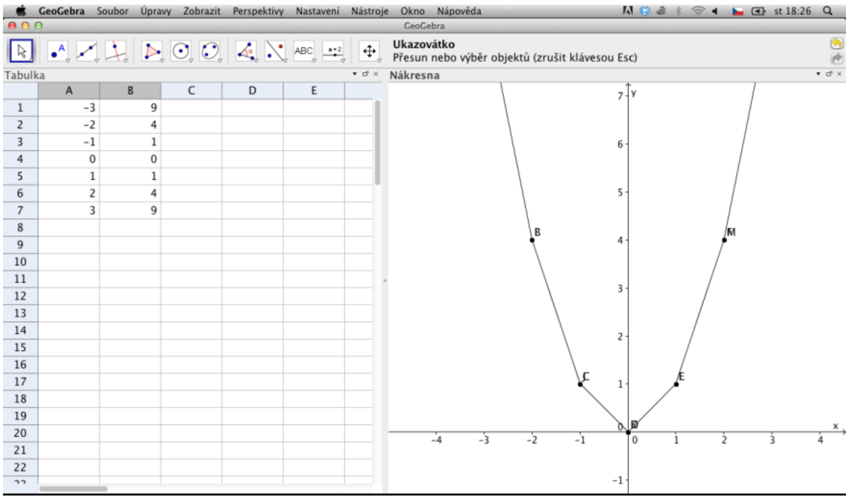
Obr. 6 – Pohled "Elementární geometrie"



Obr. 7 – Pohled "Geometrie"



Obr. 8 – Pohled "Tabulka a nákresna"



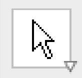
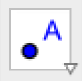
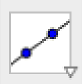
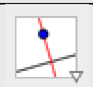
3.2 Základní nástroje

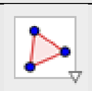
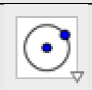
Aplikace GeoGebra obsahuje základní nástroje pro konstrukci geometrických objektů. Tyto nástroje lze rozdělit do několika skupin:

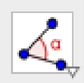
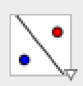
- Vložení objektů – umožňuje konstrukci daného objektu (bod, přímka, kružnice, …) myší, popřípadě zadáním souřadnic a dalších parametrů
- Automatická konstrukce – zkonstruuje daný objekt na základě již existujících dalších objektů – např. konstrukce středu úsečky, kolmice, rovnoběžky, …
- Speciální objekty – umožňuje vkládání textu, obrázku, …
- Aktivní prvky – umožňuje vkládání formulářových prvků – např. textové pole, zaškrtávací políčko, …

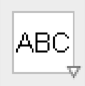
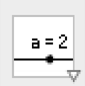
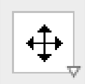
Všechny možnosti nástrojů shrnuje následující tabulka (Tab. 2).

Tab. 2 – Nástroje aplikace GeoGebra

Ikona	Kategorie	Název	Popis
	Přemístění	Ukazovátko	Umožňuje výběr objektu kliknutím.
		Otočení	Umožňuje otočit objekt dle vybraného středu otáčení.
		Zaznamenat do tabulky	Zobrazí tabulku, do které umožňuje zapsat souřadnice vybraného objektu (se kterými lze provádět další výpočty).
	Bod	Nový bod	Vložení jednoho bodu.
		Bod na objektu	Vloží bod, který je pevně svázaný s objektem, na který byl vložen (například na plochu čtverce).
		Připojit / Oddělit bod	Přesune bod na daný objekt a sváže jej s daným objektem (popřípadě naopak).
		Průsečíky dvou objektů	Vloží bod na průsečík dvou objektů.
		Střed	Vloží střed úsečky (popřípadě střed vzdálenosti mezi dvěma body).
		Komplexní číslo	Vloží do souřadného systému bod, jehož souřadnice vyjadřují hodnotu komplexního čísla.
	Přímka	Přímka	Vloží přímku, která je dána dvěma body.
		Úsečka daná dvěma body	Vloží úsečku, která je dána dvěma body.
		Úsečka dané délky z bodu	Vloží úsečku o zadané délce, která má počátek ve vybraném (nebo vloženém) bodě.
		Polopřímka	Vloží polopřímku, která je dána dvěma body.
		Lomená čára	Postupným vkládáním (nebo propojením) bodů vloží lomenou čáru.
		Vektor daný dvěma body	Vloží vektor, který je dán dvěma body.
		Vektor z bodu	Vloží vektor s počátkem v zadaném bodě a směrem stejným jako jiný již existující vektor.
	Speciální přímka	Kolmice	Vloží kolmici k vybrané přímce, která prochází vybraným bodem.
		Rovnoběžka	Vloží rovnoběžku k vybrané přímce, která prochází vybraným bodem.

Ikona	Kategorie	Název	Popis
		Osa úsečky	Vloží osu vybrané úsečky (dána dvěma body).
		Osa úhlu	Vloží osu vybraného úhlu (daný třemi body).
		Tečny z bodu	Vloží tečnu ke kružnici, která prochází vybraným bodem.
		Polára	Vloží poláru (dána kružnicí a vnějším bodem) - přímku, která spojuje dotykové body kružnice a tečen z daného bodu.
		Lineární regrese	Proloží přímku vyjadřující aproximaci vybraných bodů.
		Množina bodů	Vloží množinu bodů.
	Mnohoúhelník	Mnohoúhelník	Vloží mnohoúhelník definovaný jednotlivými vrcholy – uzavřenou lomenou čarou (první bod musí být shodný s posledním bodem).
		Pravidelný mnohoúhelník	Vloží mnohoúhelník zadaný dvěma body (určují délku strany) a počtem vrcholů.
		Neměnný mnohoúhelník	Vloží mnohoúhelník, jehož tvar nelze měnit – lze jej pouze přesunout.
		Vektorový mnohoúhelník	
	Kružnice & Oblouk	Kružnice daná středem a bodem	Vloží kružnici danou středem a bodem.
		Kružnice daná středem a poloměrem	Vloží kružnici o zadaném poloměru, která má střed ve vybraném bodě.
		Kružítko	Umožňuje vložit kružnici o poloměru daném vzdáleností dvou bodů. Následně umožňuje vložit kružnici na libovolné místo nákresny.
		Kružnice daná třemi body	Vloží kružnici danou třemi vybranými body.
		Polokružnice nad dvěma body	Polokružnice zadaná pomocí dvou krajních bodů.
		Kruhový oblouk daný středem a dvěma body	Kruhový oblouk zadaný středem kružnice a dvěma krajními body oblouku.
		Kruhový oblouk procházející třemi body	Vloží kruhový oblouk, který prochází třemi vybranými body.
		Kruhová výseč daná středem a dvěma body	Vloží kruhovou výseč danou středem a dvěma body kruhového oblouku.

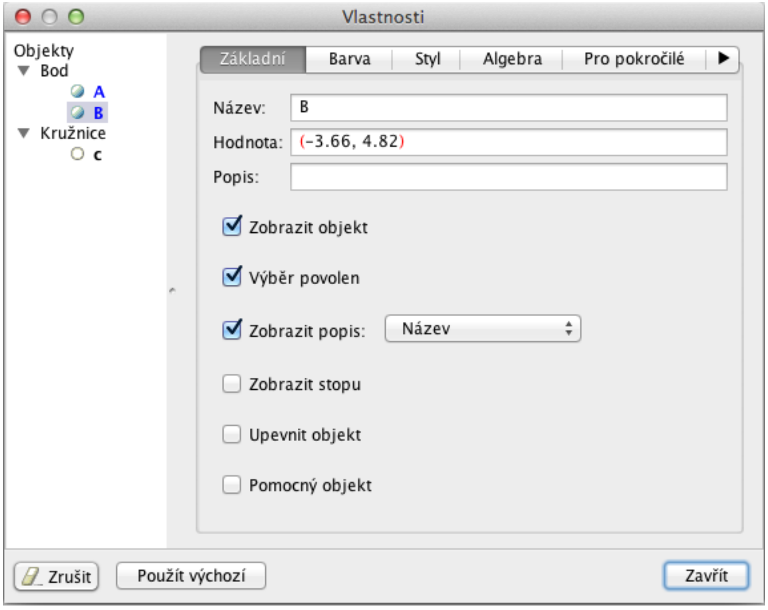
Ikona	Kategorie	Název	Popis
		Kruhová výseč k oblouku třemi body	Vloží kruhovou výseč danou třemi body kruhového oblouku.
	Kuželosečka	Elipsa	Vloží elipsu zadanou dvěma ohnisky a bodem elipsy.
		Hyperbola	Vloží hyperbolu zadanou dvěma ohnisky a bodem elipsy.
		Parabola	Vloží parabolu danou ohniskem a řídící přímkou.
		Kuželosečka daná pěti body	Pěti body proloží vhodnou kuželosečku.
	Měření	Úhel	Doplní velikost úhlu po výběru dvou přímek nebo tří bodů.
		Úhel dané velikosti	Po výběru dvou bodů (nebo bodu a přímky, na které leží) a zadání velikosti úhlu doplní třetí bod.
		Vzdálenost	Měření vzdálenosti
		Obsah	Výpočet obsahu objektu
		Spád	Zobrazí spád vybrané přímky. Doplní vzdálenost na ose Y k jednotkové vzdálenosti na ose X.
		Vytvořit seznam	Sloučení vybraných objektů do seznamu.
	Transformace	Osová souměrnost	Vytvoří obraz objektu v osové souměrnosti. Nejprve je nutné vybrat vzor, následně osu souměrnosti.
		Středová souměrnost	Vytvoří obraz objektu ve středové souměrnosti. Nejprve je nutné vybrat vzor, následně střed souměrnosti.
		Kruhová inverze	Vytvoří obraz objektu pomocí kruhové inverze. Nejprve je nutné vybrat vzor, následně kružnici.
		Otočení o úhel	Otočí objekt o daný úhel. Nejprve je nutné vybrat vzor, následně střed otočení a zadat velikost úhlu.
		Posunutí	Posune objekt ve směru daného vektoru. Nejprve je nutné vybrat vzor, následně vektor posunutí.
		Stejnolehlost	Zobrazí obraz objektu pomocí stejnolehlosti. Nutno vybrat objekt, střed stejnolehlosti a zadat koeficient.

Ikona	Kategorie	Název	Popis
	Speciální prvky	Vložit text	Umožňuje vložit text na vybrané místo.
		Vložit obrázek	Umožňuje vložit obrázek ze souboru.
		Nástroj pero	Umožňuje do nákresny psát a kreslit myší, či perem na dotykové obrazovce.
		Vztah mezi dvěma prvky	Zkontroluje, zda jsou vybrané objekty shodné.
		Pravděpodobnostní kalkulačka	Zobrazí pravděpodobnostní kalkulačku pro výpočet pravděpodobnosti na základě vybraného statistického rozdělení.
		Kontrola funkce	Po výběru funkce zobrazí dialogové okno s jejími vlastnostmi.
	Aktivní prvky	Posuvník	Vloží posuvník, který umožňuje měnit hodnotu proměnné (např. pro délku úsečky).
		Zaškrtávací políčko pro zobrazení / skrytí objektu	Vloží zaškrtávací políčko pro zobrazení / skrytí objektu.
		Vložit tlačítko	Vloží tlačítko pro provedení skriptu.
		Vložit textové pole	Vloží textové pole pro zadání hodnoty.
	Všeobecné nástroje	Pohybovat s nákresnou	Umožňuje pohybovat s nákresnou.
		Zvětšit	Umožňuje přiblížení nákresny.
		Zmenšit	Umožňuje odstranění nákresny.
		Zobrazit / skrýt objekt	Vybrané objekty zobrazí nebo skryje při změně na jiný nástroj.
		Zobrazit / skrýt popis	Kliknutím na objekt zobrazí nebo skryje jeho popis.
		Kopírovat formát	Umožňuje nastavit objektu stejný formát jako má jiný vybraný objekt (nejprve se kliknutím zkopíruje formát z vybraného objektu, druhým kliknutím se formát použije na jiný objekt).
		Zrušit objekt	Kliknutím smaže vybraný objekt.

3.3 Nastavení vlastností objektu

Do nastavení vlastností daného objektu (ať už je to bod, přímka, kružnice, či jiný geometrický útvar) je možné vstoupit buď kliknutím pravým tlačítkem na daný objekt a výběrem možnosti „Vlastnosti“ z kontextového menu, nebo dvojklikem na daný objekt a následným kliknutím na tlačítko vlastnosti v dialogovém okně, které se zobrazí. Okno s nastavením vlastností objektu je zobrazeno na následujícím obrázku (Obr. 9).

Obr. 9 – Vlastnosti objektu



U každého objektu je možné nastavit několik základních vlastností, které ovlivňují zejména vzhled vloženého objektu. Vlastnosti objektu jsou rozděleny do následujících skupin:

- **Základní** – umožňuje nastavení názvu objektu, jeho parametrů (např. souřadnice u bodu), popisu a toho, jak se má objekt zobrazit.
- **Barva** – umožňuje nastavit, jakou barvou bude objekt zobrazen.
- **Styl** – umožňuje nastavit tloušťku a styl čáry (v případě bodu jeho velikost a tvar). U plošných útvarů zde lze nalézt i barvu, styl a velikost výplně.
- **Algebra** – umožňuje nastavit souřadnice bodu, popřípadě rovnici pro vykreslení daného objektu.

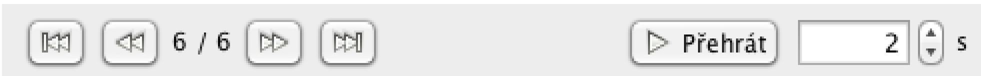
- **Pro pokročilé** – zde je uživateli umožněno nastavit podmínky pro zobrazení objektu, zadat parametry pro dynamickou změnu barvy v průběhu činnosti programu, apod.
- **Skriptování** – umožňuje další nastavení pomocí skriptů aplikace GeoGebra nebo pomocí jazyka JavaScript

3.4 Animace a krokování

Jednou z užitečných možností v aplikaci GeoGebra je krokování konstrukce. Tato funkce nabízí možnost vizualizace postupu tvorby, kdy uživatel může procházet jednotlivé kroky tak, jak byla konstrukce tvořena.

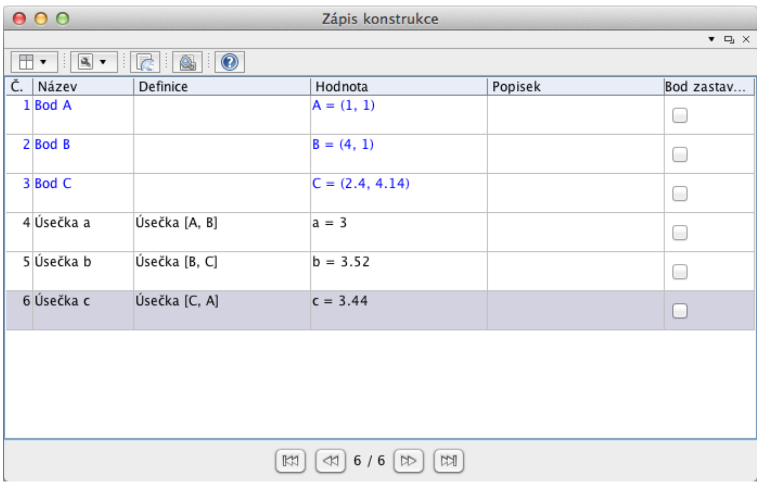
K možnosti krokování se lze dostat v menu *Zobrazit* > *Navigační panel krokování konstrukce* > *Zobrazit*. Ve spodní části hlavního okna se následně zobrazí nástrojová lišta, která obsahuje tlačítka pro posun vpřed či vzad, či pro automatické přehrávání krokování konstrukce.

Obr. 10 – Navigační panel krokování konstrukce



Kromě možnosti zapnutí a vypnutí výše vyobrazeného panelu nabízí menu Navigační panel krokování konstrukce i možnost zobrazení a skrytí tlačítka pro přehrávání a tlačítka pro zápis konstrukce. Toto tlačítko nabízí možnost zobrazení dialogového okna, které obsahuje tabulku s rozpisem postupu konstrukce. Tento postup je možné také exportovat do souboru.

Obr. 11 – Dialogové okno se zápisem konstrukce



3.5 Ukládání a distribuce dat

Poslední částí krátkého popisu aplikace Geogebra je shrnutí možností ukládání a distribuce dat.

Aplikace využívá vlastní formát souboru s koncovkou *ggb*. Tento typ souboru je však možné otevírat pouze v této aplikaci. Výhodou však je, že aplikaci není nutné instalovat, existuje i webová verze[9], která běží v rámci internetového prohlížeče (jedinou podmínkou je mít nainstalované běhové prostředí Java[10]).

V případě, že je nutné použít vytvořenou konstrukci jinde, než v této aplikaci (např. v dokumentu pro tisk), je možné ji exportovat do dalších formátů pomocí menu *Soubor > Export*. Aktuálně je k dispozici export do následujících formátu:

- Dynamický pracovní list ve formátu internetové stránky (HTML)
- Grafický náhled jako obrázek (PNG, EPS)
- Grafický náhled jako animace (GIF)
- Kopie nákresny do stránky
- Grafický náhled jako PSTricks (sazba pomocí jazyka LATEX)
- Grafický náhled jako PGF/TickZ (sazba pomocí jazyka LATEX)
- Grafický náhled jako Asymptote (sazba pomocí jazyka LATEX)

Kromě základního exportu je možné výsledný dokument vložit i na server GeoGebraTube. Tomuto serveru se podrobněji věnuje samostatná kapitola v praktické části této práce.

[9] K dispozici na adrese http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.html
[10] K dispozici na adrese http://www.java.com

II. PRAKTICKÁ ČÁST

4 Výuka geometrie na 2. stupni ZŠ a na nižším stupni osmiletého gymnázia

Jak už bylo zmíněno v úvodu, praktická část této práce se bude věnovat vytváření výukových materiálů v geometrických aplikacích. Na základě teoretických poznatků byla vybrána aplikace GeoGebra, která splňuje veškeré požadavky a další významnou výhodou je i její bezplatné použití.

Pro vypracování výukových materiálů byla zvolena témata z osnov pro nižší stupeň osmiletého gymnázia, konkrétně tercie, což odpovídá 8. ročníku základní školy. Důvodem pro tuto volbu byla moje výuka tohoto ročníku v letošním školním roce, takže vytvořené materiály mohou být v rámci praktické části této práce i ověřeny ve výuce.

Výuka na nižším stupni osmiletého gymnázia se řídí Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání [12] (Tab. 3) a školním vzdělávacím programem dané školy (v případě Gymnázia a Jazykové školy s právem státní jazykové zkoušky Zlín se jedná o školní vzdělávací program "Otevřená škola I" [13]). Obsah výuky následně blíže specifikuje tématický plán daného předmětu pro daný ročník.

Tab. 3 – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (část věnující se geometrii v rovině a prostoru) [12]

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU
Očekávané výstupy Žák • zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku • charakterizuje a třídí základní rovinné útvary • určuje velikost úhlu měřením a výpočtem • odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů • využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvaru a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh • načrtne a sestrojí rovinné útvary • užívá k argumentaci a při výpočtech věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků

• načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar • určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti • odhaduje a vypočítá objem a povrch těles • načrtne a sestrojí sítě základních těles • načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině • analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu
Učivo • rovinné útvary – přímka, polopřímka, úsečka, kružnice, kruh, úhel, trojúhelník, čtyřúhelník (lichoběžník, rovnoběžník), pravidelné mnohoúhelníky, vzájemná poloha přímek v rovině (typy úhlů), shodnost a podobnost (věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků) • metrické vlastnosti v rovině – druhy úhlů, vzdálenost bodu od přímky, trojúhelníková nerovnost, Pythagorova věta • prostorové útvary – kvádr, krychle, rotační válec, jehlan, rotační kužel, koule, kolmý hranol • konstrukční úlohy – množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice), osová souměrnost, středová souměrnost

Jak už bylo zmíněno v předchozím textu, v rámci této práce budou vytvořeny výukové materiály pro výuku geometrie ve třetím ročníku (tercii) nižšího stupně osmiletého gymnázia.

Při prostudování školního vzdělávacího plánu „Otevřená škola 1“ [13] lze o výuce geometrie ve 3. ročníku osmiletého gymnázia zjistit informace, které jsou shrnuty v následující tabulce (Tab. 4).

Tab. 4 – Témata z oblasti geometrie ve výuce matematiky ve 3. ročníku osmiletého gymnázia [13]

Očekávané výstupy	Učivo	Průřezová témata / poznámky
• žák odhaduje a vypočítá obsah a obvod kruhu, kruhové výseče a mezikruží • načrtne a sestrojí pravidelný trojúhelník, čtyřúhelník, šestiúhelník a osmiúhelník, odhaduje a vypočítá jejich obvod a obsah	**Kruh, kružnice** • obsah kruhu, délka kružnice, číslo π • délka oblouku kružnice • obsah kruhové výseče a mezikruží • pravidelné mnohoúhelníky	**Přesahy:** GEO – délka rovnoběžek
...		
• využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvaru a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh • zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů	**Geometrické konstrukce** • množiny všech bodů dané vlastnosti, základní množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice, apod.) • konstrukce útvarů daných vlastností • rozbor úlohy, zápis konstrukce, konstrukce, důkaz, diskuse • logické a netradiční geometrické úlohy	OSV - Osobnostní rozvoj • kreativita (pružnost nápadů, schopnost vidět věci jinak) Člověk a svět práce • design a konstruování Metody: • Přesné konstrukce a nácvik rýsování pomocí rýsovacích pomůcek v sešitech i na tabuli
...		

Pozn.: V tabulce byly vynechány témata, které se netýkají oblasti planimetrie, která je předmětem této práce.

5 Výběr úloh pro realizaci

Po prozkoumání učiva nižších ročníků osmiletého gymnázia (kterému se věnuje kapitola 4), byl vybrán 3. ročník osmiletého gymnázia, kde je časově největší podíl výuky geometrie, která je zde věnována planimetrii. Obsah učiva v tomto ročníku v oblasti geometrie shrnuje učebnice *Geometrické konstrukce* [6] ze série učebnic pro nižší ročníky osmiletých gymnázií z nakladatelství Prometheus.

Po bližším prozkoumání tématického plánu a dané knihy [6] a aktuální situace s interaktivní výukou na škole, kde bude probíhat testování vytvořených výukových materiálů (Gymnázium a Jazyková škola s právem státní jazykové zkoušky Zlín) byla vybrána následující 3 hlavní témata:

- základní konstrukce,
- konstrukce trojúhelníku,
- konstrukce čtyřúhelníku.

Další témata, která jsou probírána v rámci učiva matematiky v tomto ročníku jsou zpracovávána v rámci dalších projektů (např. projekt *EU peníze školám [3]*).

5.1 Základní konstrukce

V tématu „Základní konstrukce“ jsou žáci seznámeni s některými základními geometrickými konstrukcemi (osa úhlu, osa úsečky, ...) a s konstrukcí trojúhelníku dle základních vět (sss, sus, usu a Ssu). Jedná se o opakování učiva z oblasti geometrie, se kterým se žáci seznámili v sekundě (druhém ročníku osmiletého gymnázia – odpovídá 7. ročníku základní školy).

5.2 Konstrukce trojúhelníku

V tématu „Konstrukce trojúhelníku“ je učebnice *Geometrické konstrukce* [6] zaměřena zejména na nepolohové úlohy pro konstrukci tohoto geometrického útvaru. Se základy konstrukce trojúhelníku se studenti seznámili již v sekundě (druhém ročníku osmiletého gymnázia – odpovídá 7. ročníku základní školy), kde je toto téma popsáno v učebnici *Trojúhelníky a čtyřúhelníky* [10]. Zde se seznámili s konstrukcí trojúhelníku dle vět *sss*, *sus*, *usu* apod.

V tercii (třetí ročníku osmiletého gymnázia – odpovídá 8. ročníku základní školy) studenti konstruují trojúhelníky již v pokročilejších úlohách, kdy mají zadány například následující hodnoty:

- 2 strany a výška na jednu z nich,
- strana, těžnice na tuto stranu a výška z krajního bodu této strany,
- strana, těžnice a výška na tuto stranu,
- a další.

5.3 Konstrukce čtyřúhelníku

Stejně jako u trojúhelníku, tak i u čtyřúhelníku toto téma vychází z učebnice *Geometrické konstrukce* [6]. Studenti mají být v této části seznámeni s pokročilejšími úlohami v oblasti konstrukce kosočtverce, kosodélníku, lichoběžníku a nepravidelného čtyřúhelníku. S jednoduššími úlohami byli, stejně jako u trojúhelníku, seznámeni již v sekundě (druhém ročníku osmiletého gymnázia – odpovídá 7. ročníku základní školy), kde je toto téma popsáno v učebnici *Trojúhelníky a čtyřúhelníky* [10].

V tercii (třetím ročníku osmiletého gymnázia – odpovídá 8. ročníku základní školy) studenti konstruují čtyřúhelníky například v úlohách, kdy znají následující informace:

- nepravidelný čtyřúhelník, kde jsou zadány všechny strany a jeden úhel,
- lichoběžník, kde jsou známy strana, výška a obě úhlopříčky,
- rovnoběžník, kde je zadána strana, úhlopříčka a úhel proti této úhlopříčce,
- a další.

5.4 Vybrané úlohy

Na základě předchozích dvou kapitol jsou stanoveny tři základní oblasti, které budou řešeny v rámci úloh, které mají být zpracovány v této práci. Dalším krokem je výběr samotných úloh, které budou zpracovány.

První část obsahuje spíše opakování postupů základních konstrukcí. Zde byly zpracovány materiály ve formě animací, které mají vysvětlit a popsat dané konstrukce. V této části byla vybrána témata, které jsou shrnuta v následující tabulce ().

Tab. 5 – Vybrané základní konstrukce

Číslo příkladu	**Zadání**
1	Osa úsečky
2	Osa úhlu
3	Kolmice v daném bodě pomocí kružítka
4	Pata kolmice
5	Vzdálenost dvou rovnoběžek
6	Rovnoběžka v dané vzdálenosti
7	Tečna kružnice
8	Tečny ke kružnici z daného bodu
9	Trojúhelník dle věty sss
10	Trojúhelník dle věty sus
11	Trojúhelník dle věty usu
12	Trojúhelník dle věty Ssu

Samotné úlohy druhé a třetí části budou vycházet z používané učebnice *Geometrické konstrukce* (některé příklady byly čerpány ještě ze sbírek úloh), která je aktuálně použita pro výuku. Učebnice dostatečně pokrývá všechny typy příkladů, které by měli studenti umět řešit. Tato práce si totiž neklade za cíl vymyslet zcela nová zadání příkladů (vzhledem na omezení na možnosti a obtížnost daných příkladů, by se příklady lišily většinou jen v zadaných rozměrech), ale cílem je poskytnout nový, názornější pohled na řešení těchto úkolů za pomoci moderní didaktické techniky, tj. počítače a geometrických aplikací (v tomto případě aplikace GeoGebra).

Celkem bylo vybráno 25 úloh (14 na trojúhelník a 11 na čtyřúhelník) z toho 4 náročnější úlohy (3 u trojúhelníku, 1 u čtyřúhelníku). Počet úloh byl stanoven na základě počtu hodin v tematickém plánu. Celkem je pro tyto konstrukční úlohy plánováno 14 vyučovacích hodin. Jak už bylo zmíněno, je vytvořeno 25 řešených úloh. Při plánování počtu úloh byla z plánovaných 14 hodin vyhrazena jedna hodina na opakování a shrnutí učiva před písemnou prací a jedna hodina na písemnou práci z daného tematického celku. Když se vytvořené úlohy rozdělí na zbytek počtu hodin (12 hodin), vycházejí dvě úlohy na jednu vyučovací hodinu, další úlohy jsou potom řešeny z učebnice dle časových možností v dané hodině. Vytvořené úlohy tedy slouží jako doplněk k tradiční formě výuky – pro názornější vysvětlení řešení daného typu úkolu.

Následující 2 tabulky shrnují zadání vybraných úkolů. Úkoly vycházejí z učebnic a sbírek pro víceletá gymnázia a některé úlohy jsou mírně modifikovány.

Tab. 6 – Vybrané příklady pro realizaci výukových materiálů – trojúhelník

Číslo příkladu	**Zadání**
1	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $c = 5$ cm, $a = 4$ cm, $v_c = 4$ cm.
2	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $b = 5$ cm, $\alpha = 60$ °, $v_b = 3$ cm.
3	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $a = 6{,}5$ cm, $t_a = 4$ cm, $v_a = 3$ cm.
4	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $a = 6$ cm, $t_a = 5$ cm, $v_b = 4$ cm
5	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $c = 7$ cm, $\alpha = 30$ °, $t_c = 5{,}5$ cm
6	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $c = 6$ cm, $t_a = 4$ cm, $v_c = 4$ cm
7	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $c = 4{,}5$ cm, $t_a = 3$ cm, $t_b = 4{,}5$ cm
8	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $a = 5$ cm, $t_a = 6$ cm, $t_b = 4{,}5$ cm
9	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $a = 5$ cm, $b = 4{,}5$ cm, $r = 3$ cm *Pozn.: r – poloměr kružnice opsané*
10	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $a = 6$ cm, $v_a = 4{,}6$ cm, $r = 3{,}7$ cm *Pozn.: r – poloměr kružnice opsané*
11	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: $c = 8$ cm, $t_a = 7{,}5$ cm, $\beta = 60$ °

12	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: b = 5 cm, |AV| = 6 cm, |CV| = 1,5 cm *Pozn.: v – průsečík výšek*
13	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: v_b = 5,5 cm, t_b = 6 cm, t_c = 5,7 cm
14	Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: t_a = 6,6 cm, t_b = 5,4 cm, t_c = 6,9 cm

Pozn: Příklady 1 – 10, 13 – 14 – učebnice [6], 11 – 12 – sbírka úloh [1]

Tab. 7 – Vybrané příklady pro realizaci výukových materiálů – čtyřúhelník

Číslo příkladu	**Zadání**
1	Sestrojte konvexní čtyřúhelník ABCD, pokud je dáno: a = 6 cm, b = 5 cm, c = 4 cm, d = 5 cm, f = 8 cm
2	Sestrojte konvexní čtyřúhelník ABCD, pokud je dáno: c = 7 cm, e = 6 cm, f = 10 cm, |∠DAC| = 35 °, |∠CAB| = 15 °
3	Sestrojte lichoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 6 cm, e = 4 cm, f = 7 cm, v = 3 cm
4	Sestrojte lichoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 7 cm, b = 5 cm, c = 4 cm, d = 4 cm
5	Sestrojte lichoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 7 cm, v = 4 cm, α = 70 °, β = 50 °
6	Sestrojte lichoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 7 cm, c = 4 cm, e = 8 cm, δ = 135 °
7	Sestrojte rovnoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 5 cm, e = 7 cm, β = 125 °
8	Sestrojte rovnoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 6 cm, b = 5 cm, e = 8 cm
9	Sestrojte rovnoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 6 cm, v_a = 4,5 cm, e = 6 cm
10	Sestrojte rovnoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 7 cm, e = 9 cm, f = 6 cm

11	Sestrojte rovnoramenný lichoběžník ABCD, pokud je dáno: $a = 8$ cm, $\beta = 50°$ a úhlopříčka BD je kolmá na rameno AD

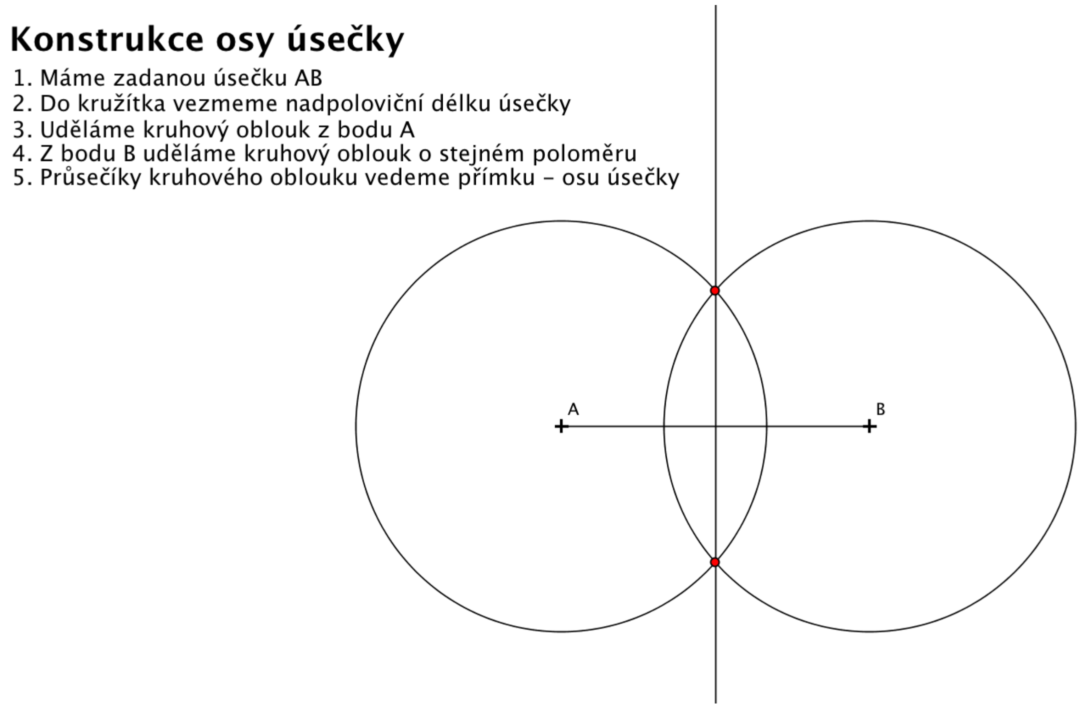
Pozn: Příklady 1 – 11– učebnice [6]

6 Řešení realizovaných úloh

6.1 Základní konstrukce

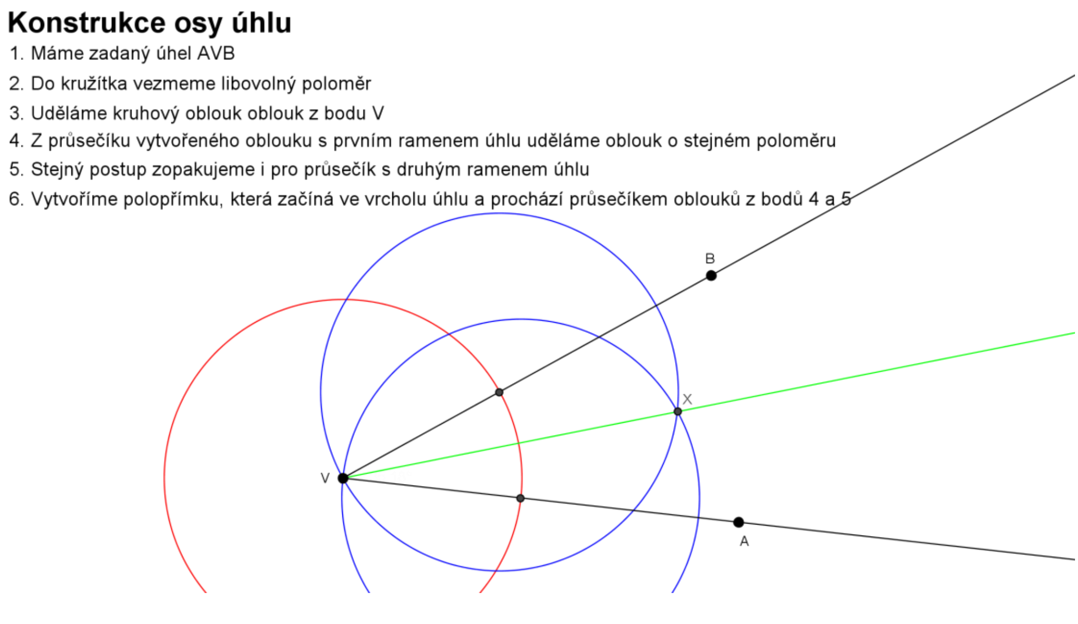
6.1.1 Osa úsečky

Obr. 12 – Osa úsečky – řešení



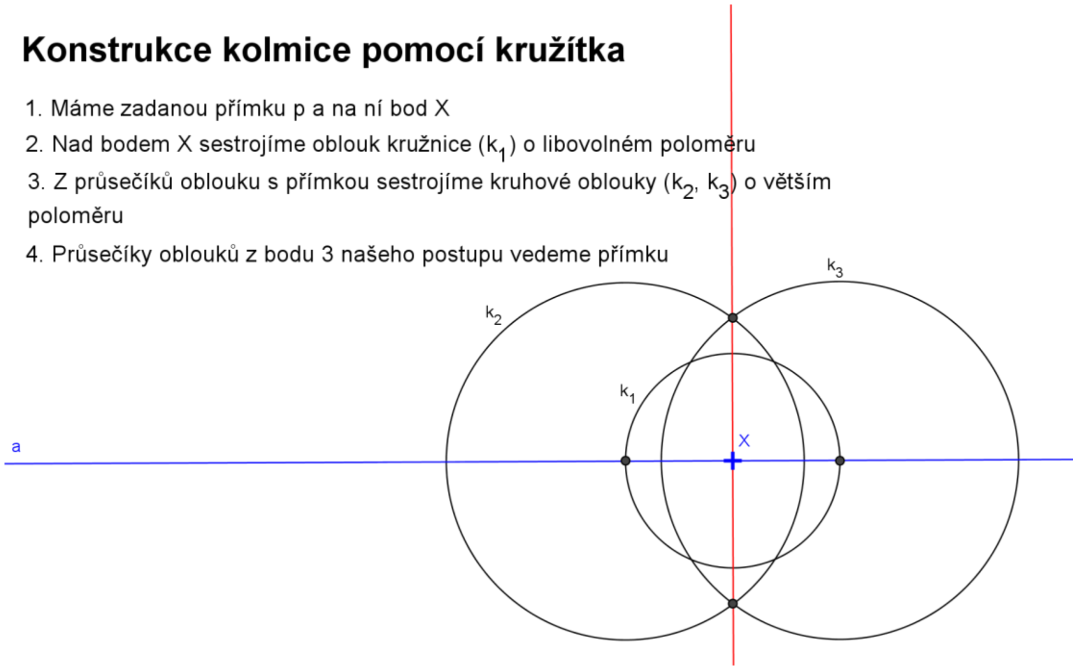
6.1.2 Osa úhlu

Obr. 13 – Konstrukce osy úhlu – řešení



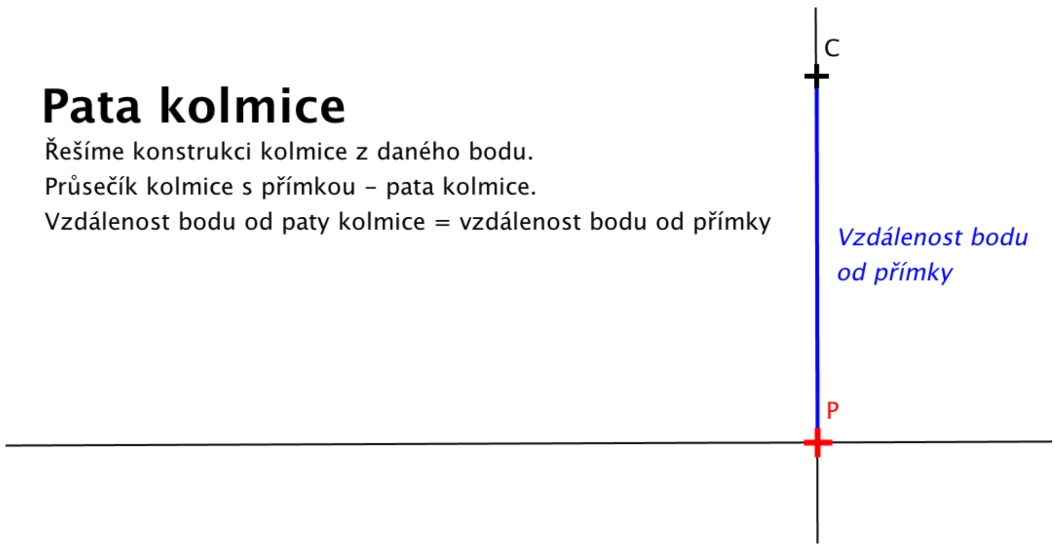
6.1.3 Kolmice v daném bodě pomocí kružítka

Obr. 14 – Kolmice v daném bodě pomocí kružítka – řešení



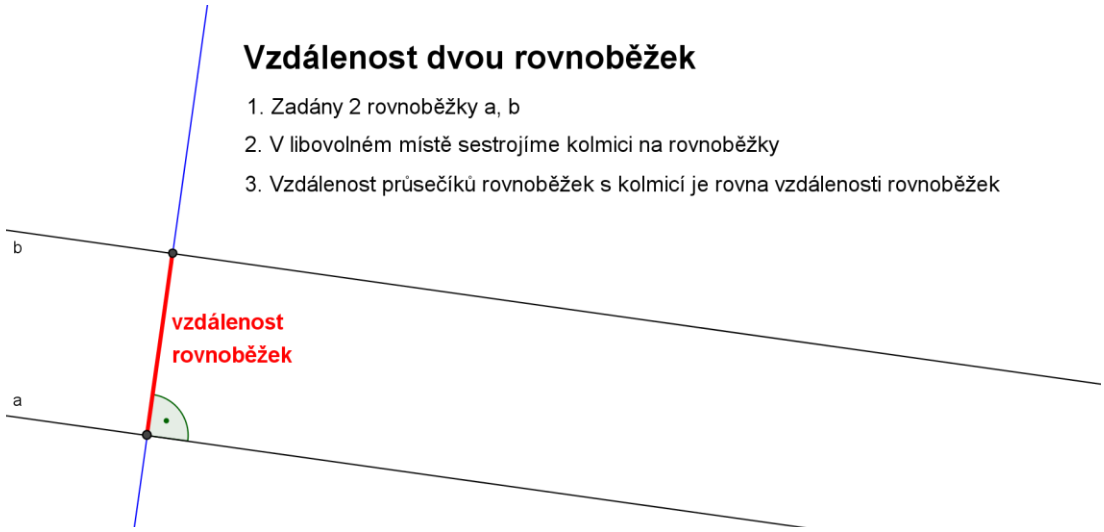
6.1.4 Pata kolmice

Obr. 15 – Pata kolmice – řešení



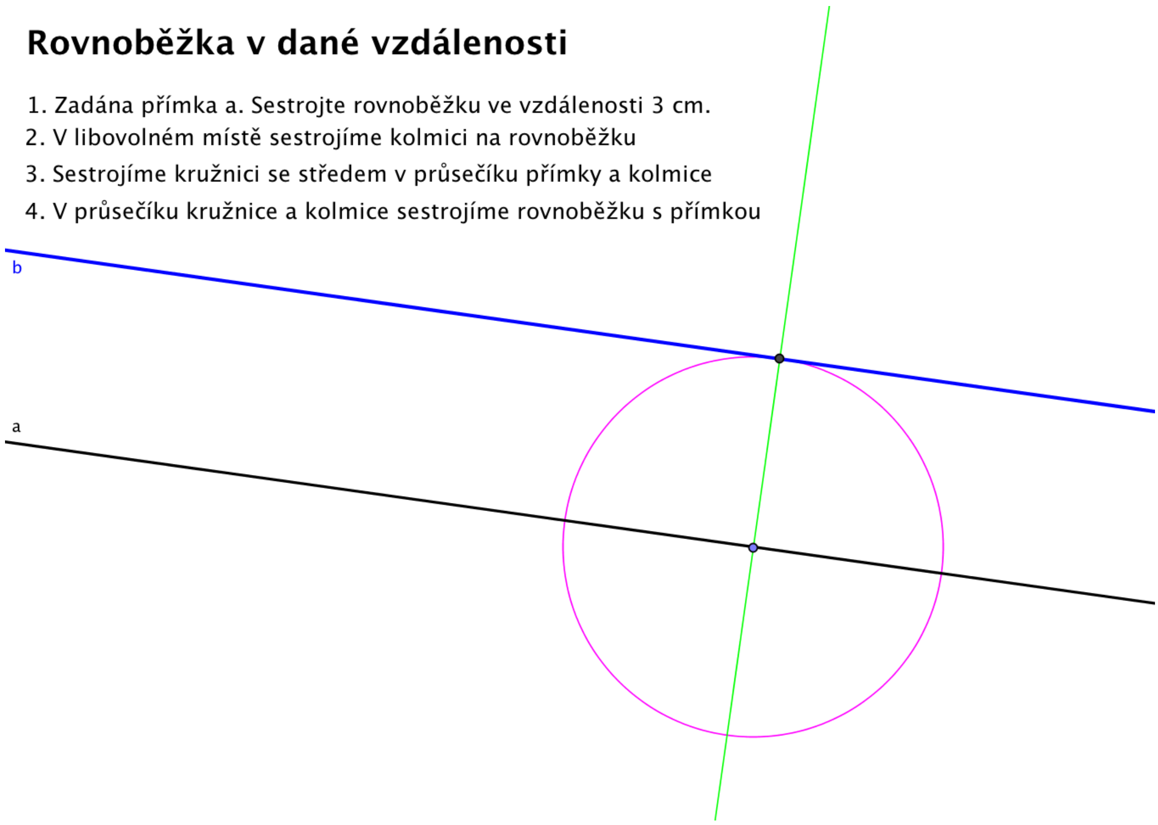
6.1.5 Vzdálenost dvou rovnoběžek

Obr. 16 – Vzdálenost dvou rovnoběžek – řešení



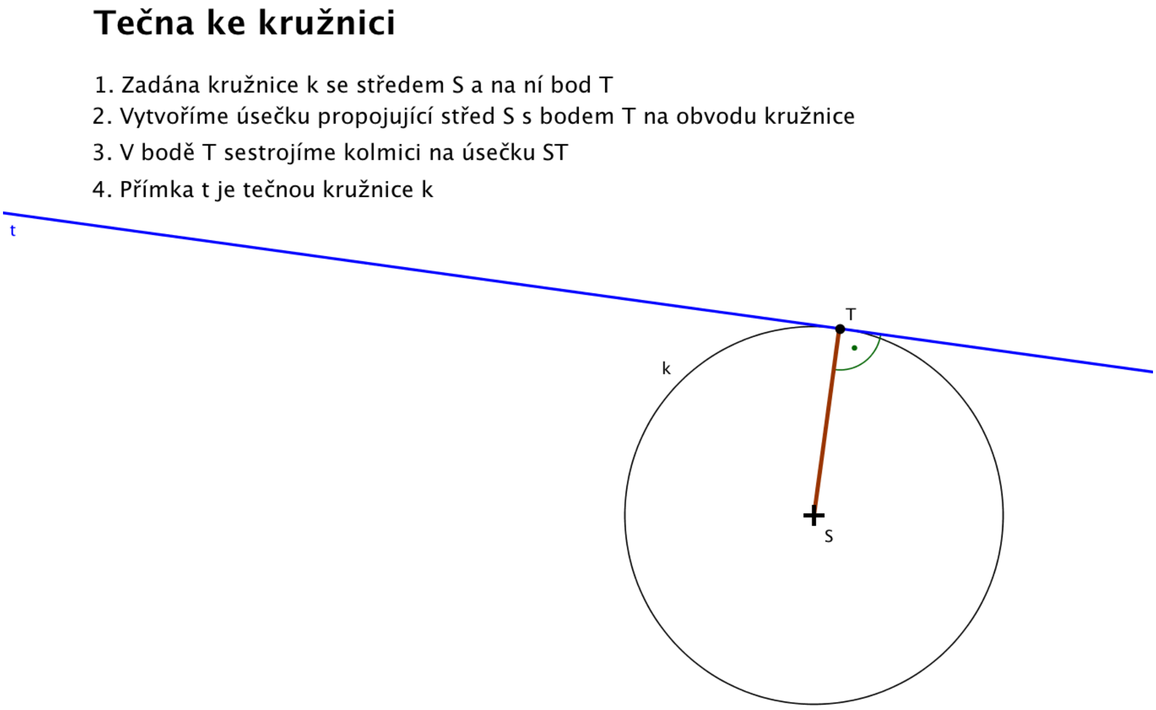
6.1.6 Rovnoběžka v dané vzdálenosti

Obr. 17 – Rovnoběžka v dané vzdálenosti – řešení



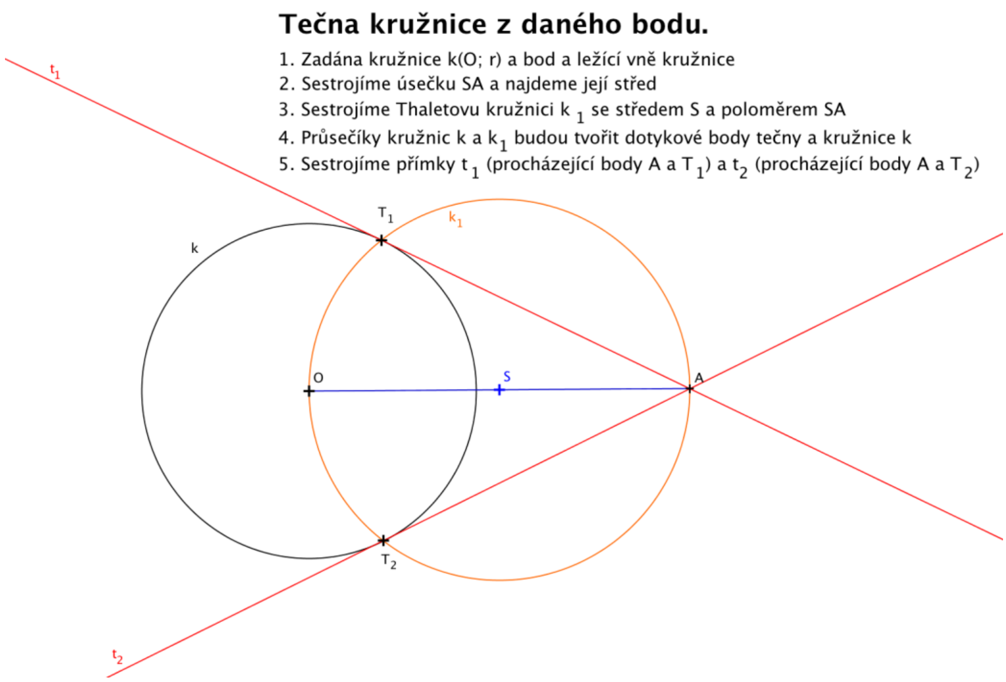
6.1.7 Tečna kružnice

Obr. 18 – Tečna kružnice – řešení



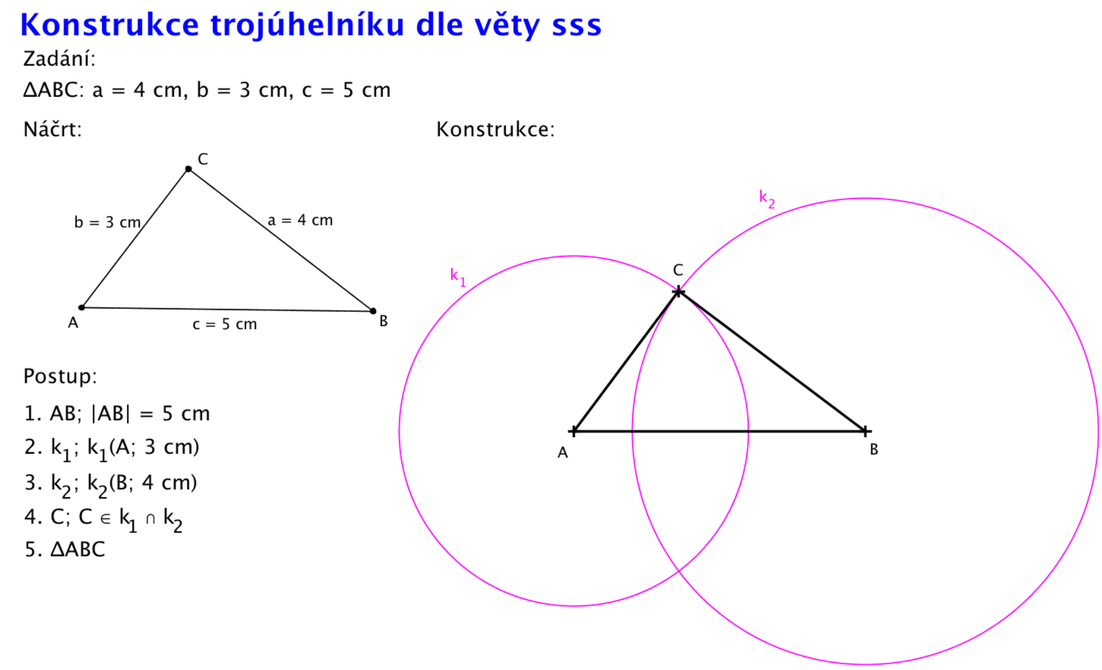
6.1.8 Tečny ke kružnici z daného bodu

Obr. 19 – Tečna kružnice z daného bodu - řešení



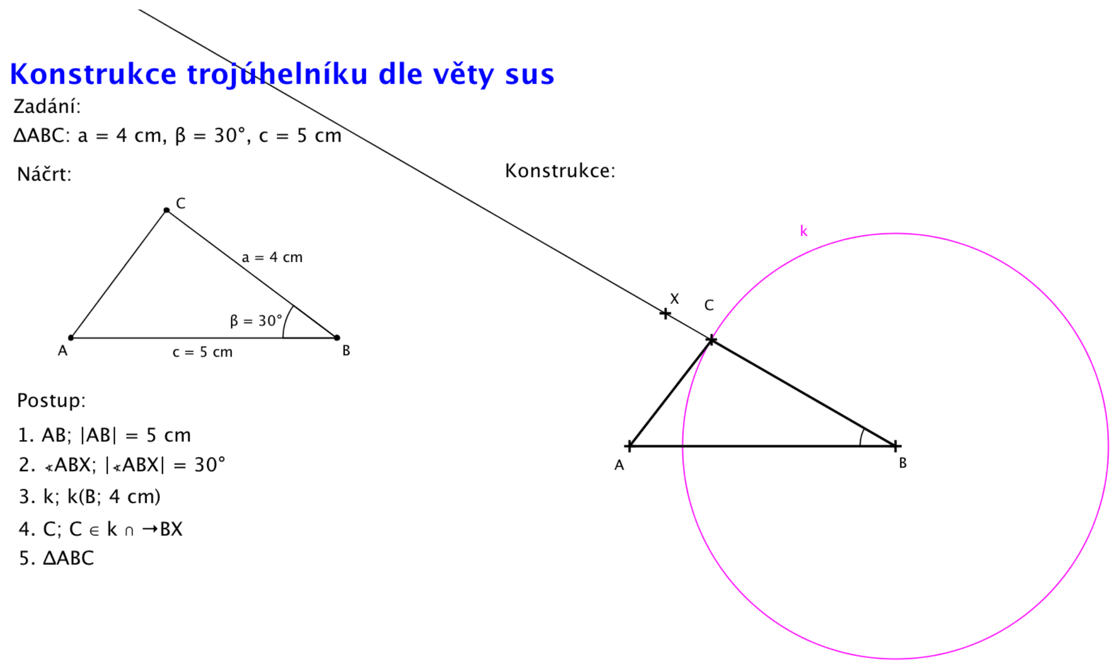
6.1.9 Trojúhelník dle věty sss

Obr. 20 – Trojúhelník dle věty sss - řešení



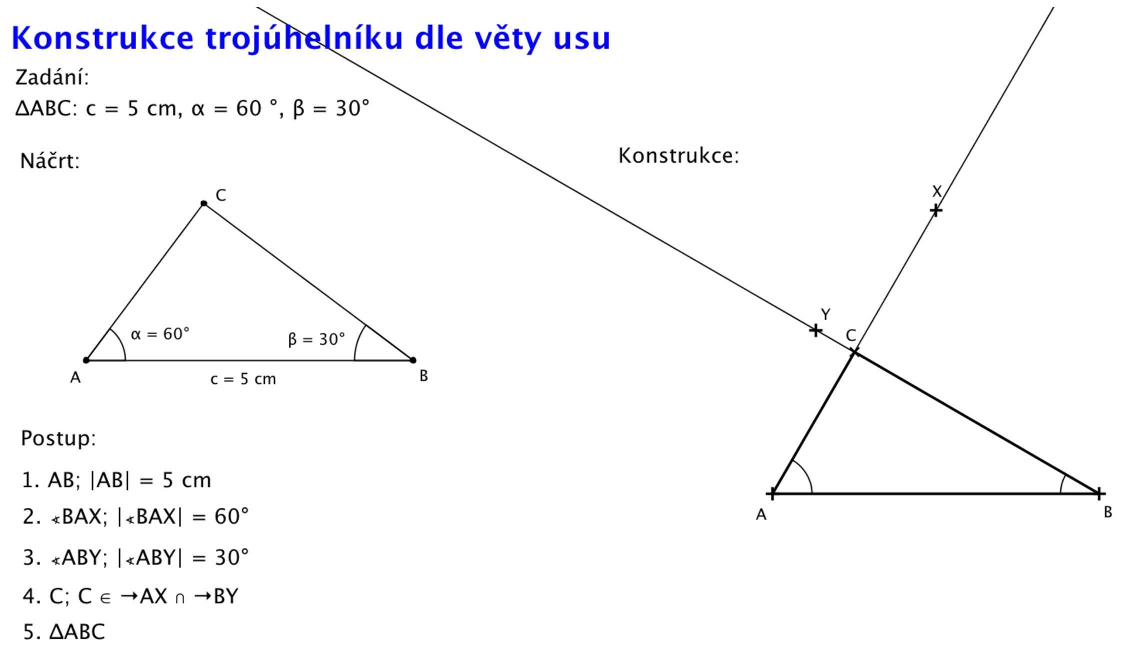
6.1.10 Trojúhelník dle věty sus

Obr. 21 – Trojúhelník dle věty sus - řešení



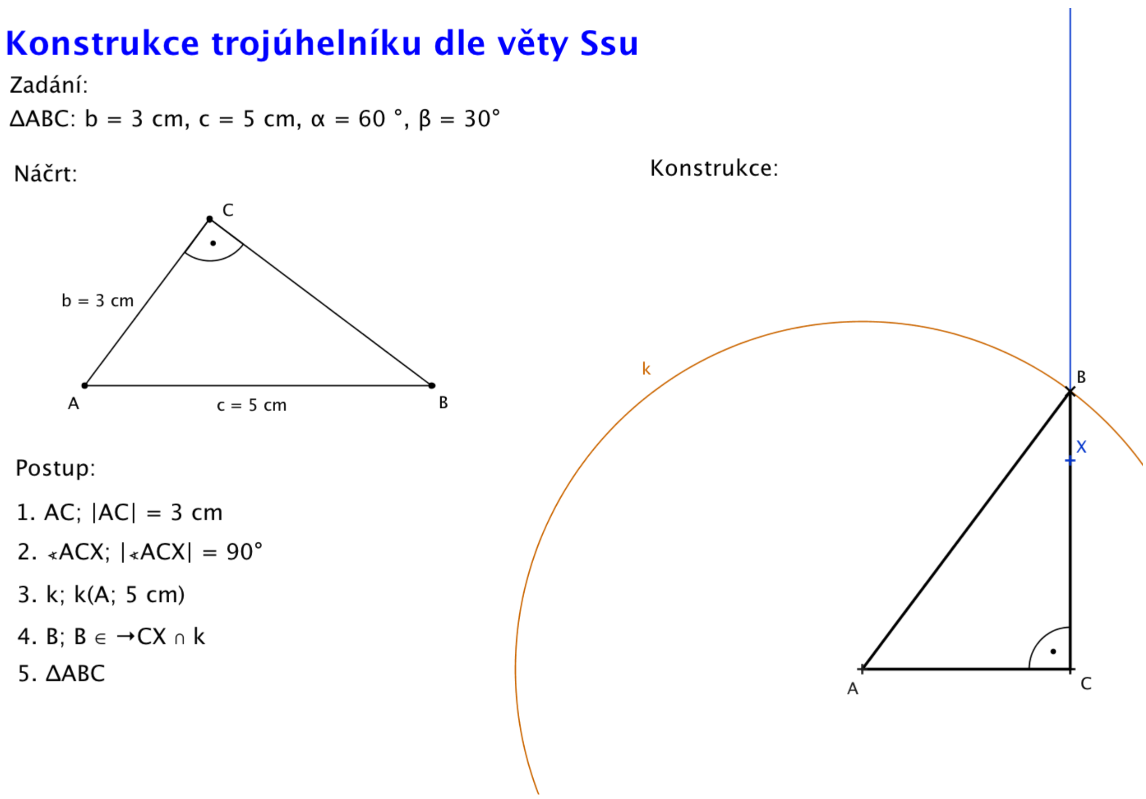
6.1.11 Trojúhelník dle věty usu

Obr. 22 – Trojúhelník dle věty usu - řešení



6.1.12 Trojúhelník dle věty Ssu

Obr. 23 – Trojúhelník dle věty Ssu - řešení



6.2 Konstrukce trojúhelníku

Ve všech úlohách v této kapitole je dodrženo označení jednotlivých částí trojúhelníku následujícím způsobem:

- Trojúhelník ABC
- A, B, C – vrcholy trojúhelníku
- a, b, c – strany trojúhelníku
- α, β, γ – úhly trojúhelníku u vrcholů A, B, C
- v_a, v_b, v_c – výšky trojúhelníku
- t_a, t_b, t_c – těžnice trojúhelníku
- r – poloměr kružnice opsané
- V – průsečík výšek

V nadpisu jsou poté uvedeny ty části trojúhelníku, jejichž velikosti jsou známy ze zadání.

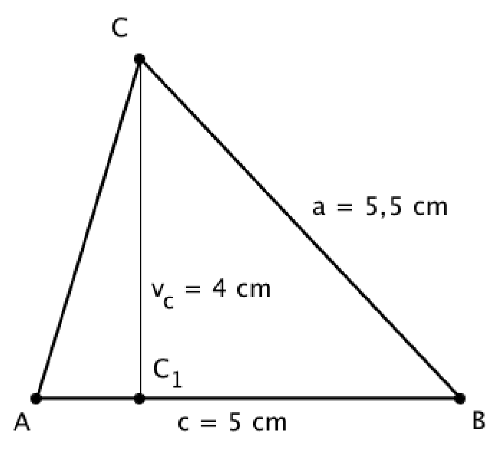
6.2.1 Příklad č. 1 – Trojúhelník ABC (c, a, v_c)

Zadání

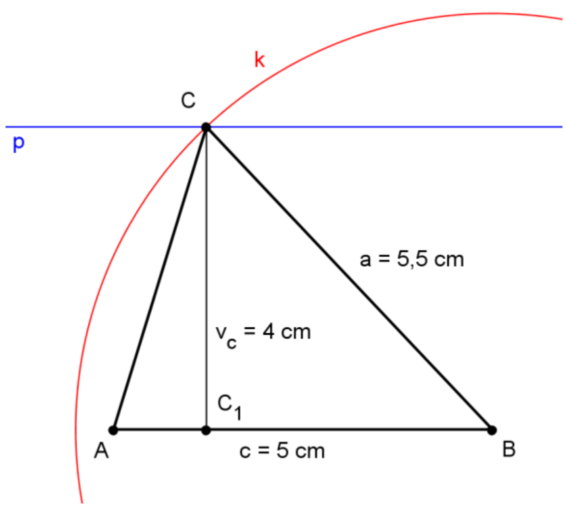
Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: c = 5 cm, a = 4 cm, v_c = 4 cm.

Rozbor

Obr. 24 – Náčrtek k 1. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Obr. 25 – Rozbor konstrukce trojúhelníku u 1. příkladu



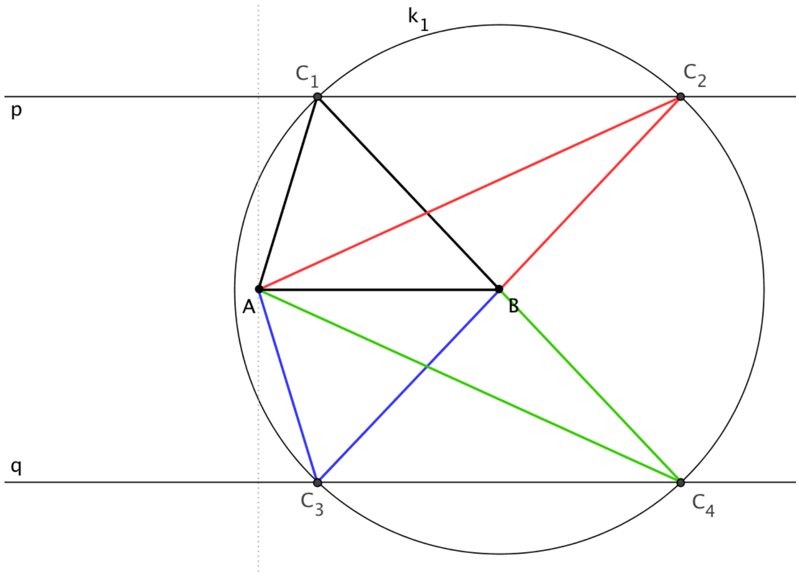
Konstrukci začneme stranou c. Budeme hledat průnik dvou množin bodů dané vlastnosti. První množinu budou tvořit dvě rovnoběžky, které jsou vzdáleny od strany c 4 cm, což je velikost výšky. Druhou množinou bude kružnice k(B; 5,5 cm), která definuje délku strany a (je to množina všech bodů, které mají od bodu B vzdálenost 5,5 cm). Průnik těchto rovnoběžek s kružnicí bude tvořit bod C.

Postup

1. AB; |AB| = 5 cm
2. p, q; p, q || AB; |ABp| = |ABq| = 4 cm
3. k; k(B; 5,5 cm)
4. C; C ∈ k ∩ {p, q}
5. Δ ABC

Zkouška

Obr. 26 – Řešení 1. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 4 řešení.

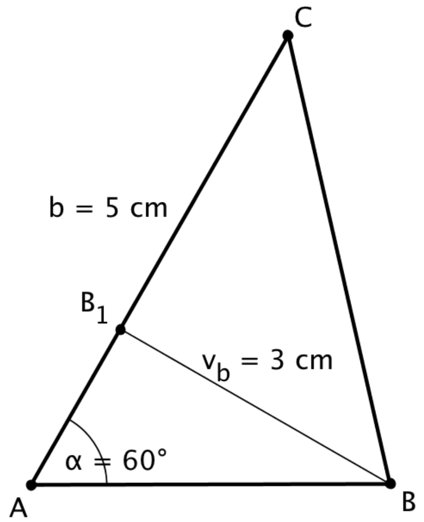
6.2.2 Příklad č. 2 – Trojúhelník ABC (b, α, v_b)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: b = 5 cm, α = 60 °, v_b = 3 cm.

Rozbor

Obr. 27 – Náčrtek ke 2. příkladu na konstrukci trojúhelníku



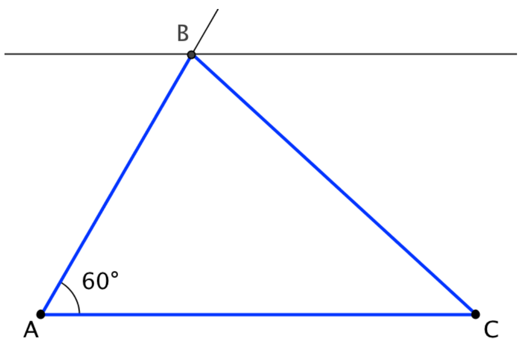
Sestrojíme úsečku AC. K této úsečce sestrojíme rovnoběžku ve vzdálenosti 3 cm – přímku p (máme zadanou výšku v_b - bod B bude ležet 3 cm od této úsečky). Pro nalezení bodu B budeme potřebovat sestrojit ještě úhel CAX. Průsečík polopřímky AX s rovnoběžkami bude tvořit bod B.

Postup

1. AB; |AB| = 5 cm
2. ∢CAX; |∢CAX| = 60°
3. p; p || AC; |pAC| = 3 cm
4. B; B ∈ →AX ∩ p
5. ΔABC

Zkouška

Obr. 28 – Řešení 2. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení v dané polorovině.

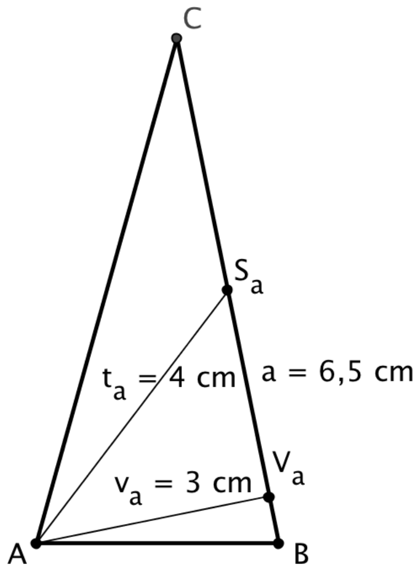
6.2.3 Příklad č. 3 – Trojúhelník ABC (a, t_a, v_a)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: a = 6,5 cm, t_a = 4 cm, v_a = 3 cm.

Rozbor

Obr. 29 – Náčrtek ke 3. příkladu na konstrukci trojúhelníku



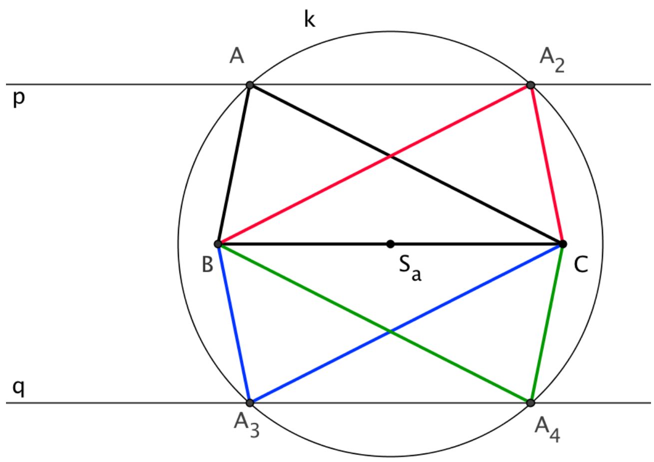
Konstrukci začneme od jediné strany, kterou známe, tj. od strany BC. Máme zadanou výšku v_a, proto této straně sestrojíme rovnoběžky p, q ve vzdálenosti 3 cm. Pro nalezení bodu A ještě sestrojíme střed strany BC (označený S_a) a z něj kružnici k(S_a; 4 cm), která odpovídá délce těžnice t_a. Průsečík kružnice k s rovnoběžkami p, q bude tvořit bod A.

Postup

1. BC; |BC| = 6,5 cm
2. p, q; p,q || BC; |BCp| = |BCq| = 3 cm
3. S_a; S_a – střed BC
4. k; k(S_a; 4 cm)
5. A; A $\in$ k $\cap$ {p; q}
6. ΔABC

Zkouška

Obr. 30 – Řešení 3. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 4 řešení.

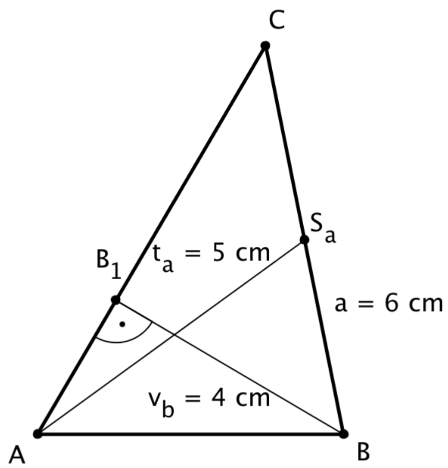
6.2.4 Příklad č. 4 – Trojúhelník ABC (a, t_a, v_b)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: a = 6 cm, t_a = 5 cm, v_b = 4 cm.

Rozbor

Obr. 31 – Náčrtek ke 4. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Konstrukci opět začneme jedinou stranou, kterou známe – stranou BC. Jsme schopni sestrojit trojúhelník BB_1C, jednak známe výšku v_b a víme také, že úhel u vrcholu B_1 je pravý. Sestrojíme proto Thaletovu kružnici nad stranou BC, bude se jednat o kružnici

$k_1(S_a$, 3 cm), kde S_a je střed strany BC. Abychom na kružnici našli bod B_1, musíme ještě sestrojit kružnici k_2(B; 4 cm), která je dána délkou výšky v_b. Průsečík těchto kružnic bude bod B_1.

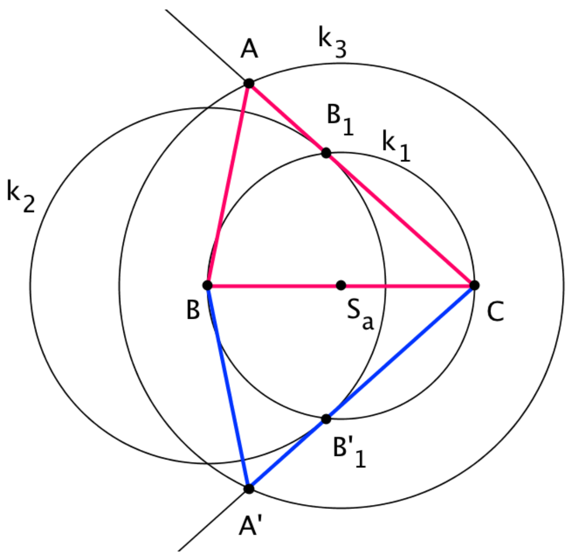
Protože máme zadanou těžnici ta, sestrojíme ještě kružnici k3(Sa; 5 cm). Průsečík kružnice k_3 s polopřímkou CB_1 bude bod A.

Postup

1. BC; |BC| = 6 cm
2. S_a; S_a – střed BC
3. k_1; $k_1(S_a$; 3 cm) ... Thaletova kružnice
4. k_2; k_2(B; 4 cm)
5. B_1; $B_1 \in k_1 \cap k_2$
6. k_3; $k_3(S_a$; 5 cm)
7. A; $A \in k_3 \cap \rightarrow CB_1$
8. ΔABC

Zkouška

Obr. 32 – Řešení 4. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 2 řešení.

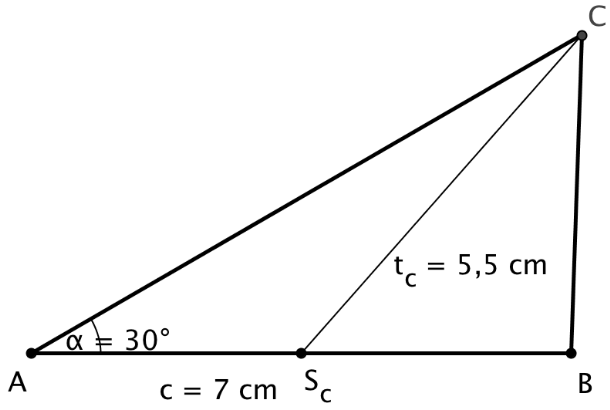
6.2.5 Příklad č. 5 – Trojúhelník ABC (c, α, t_c)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: c = 7 cm, α = 30 °, t_c = 5,5 cm.

Rozbor

Obr. 33 – Náčrtek k 5. příkladu na konstrukci trojúhelníku



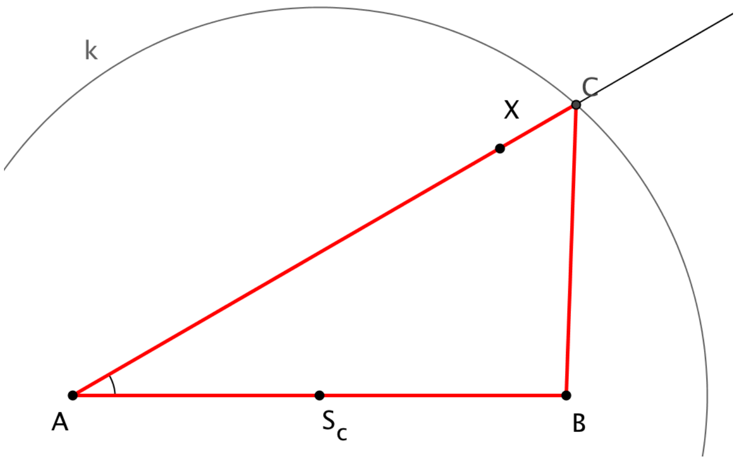
Konstrukci začneme sestrojením strany AB, na které nalezneme střed S_c. Následně jsme schopni najít bod C sestrojením trojúhelníku AS_cC dle věty Ssu – tj. sestrojíme úhel BAX o velikosti 30 stupňů a kružnici k(S_c; 5,5 cm). Průsečík polopřímky AX a kružnice k bude bod C.

Postup

1. AB; |AB| = 7 cm
2. $\sphericalangle BAX$; $|\sphericalangle BAX| = 30°$
3. S_c; S_c – střed AB
4. k; k(S_c; 5,5 cm)
5. C; $C \in k \cap \overrightarrow{AX}$
6. ΔABC

Zkouška

Obr. 34 – Řešení 5. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

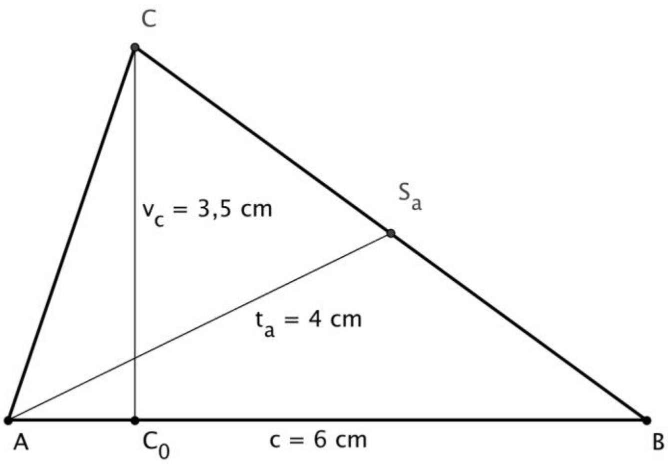
6.2.6 Příklad č. 6 – Trojúhelník ABC (c, t_a, v_c)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: c = 6 cm, t_a = 4 cm, v_c = 4 cm.

Rozbor

Obr. 35 – Náčrtek k 6. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Úlohu budeme řešit doplněním na rovnoběžník ABA'C. Sestrojíme úsečku AB a přímku p k ní rovnoběžnou ve vzdálenosti 3,5 cm (máme zadanou výšku v_c). Následně sestrojíme kružnici k(A; 8 cm) – poloměr kružnice bude roven dvojnásobku délky těžnice ta, což bude délka úhlopříčky rovnoběžníku ABA'C.

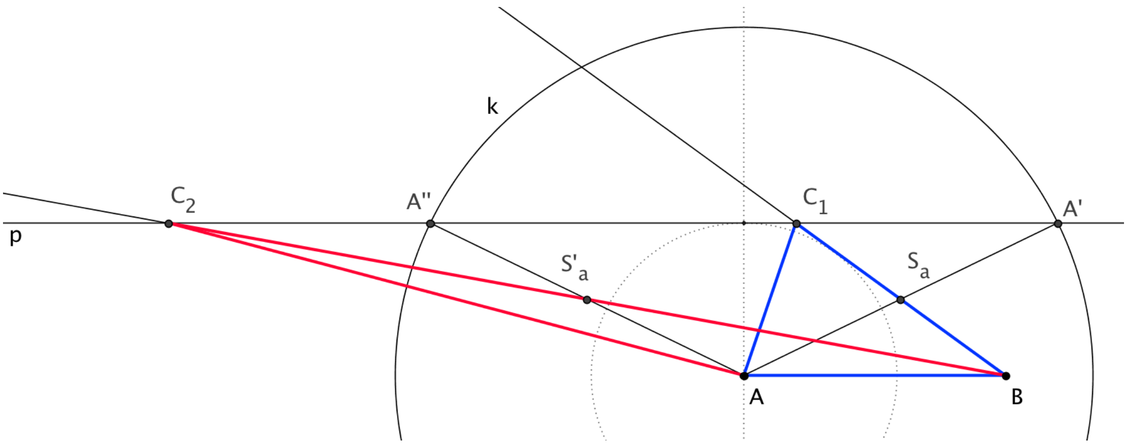
Průsečík kružnice k s přímkou p bude tvořit bod A‘. Sestrojíme bod S - střed úhlopříčky AA‘ a průsečík polopřímky BS s přímkou p bude tvořit bod C.

Postup

1. AB; |AB| = 6 cm
2. p; p || AB; |pAB| = 3,5 cm
3. k; k (A; 8 cm)
4. A'; A' ∈ k ∩ p
5. S_a; S_a – střed AA'
6. C; C ∈ p ∩ → BS_a
7. ΔABC

Zkouška

Obr. 36 – Řešení 6. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 2 řešení.

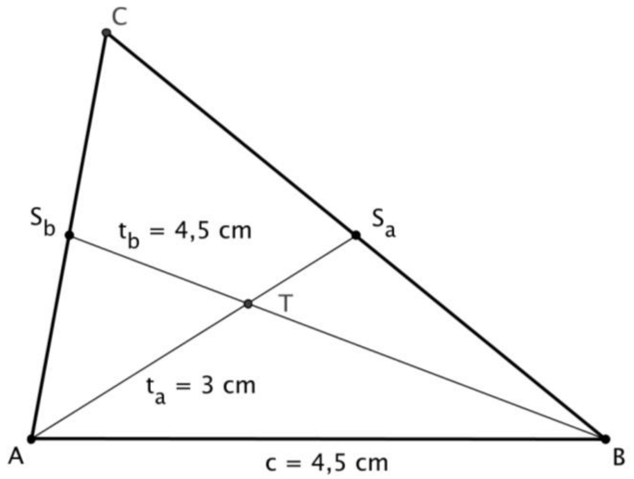
6.2.7 Příklad č. 7 – Trojúhelník ABC (c, t_a, t_b)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: c = 4,5 cm, t_a = 3 cm, t_b = 4,5 cm.

Rozbor

Obr. 37 – Náčrtek k 7. příkladu na konstrukci trojúhelníku



V tomto příkladu využijeme základní znalosti o těžnicích, tj. informaci, že se protínají v jednom bodě (těžiště) a že tento bod je dělí v poměru 2:1.

$$|AS_a| = t_a = 3\,cm \qquad |BS_b| = t_b = 4{,}5\,cm$$
$$|AT| = \frac{2}{3}t_a = 2\,cm \qquad |BT| = \frac{2}{3}t_b = 3\,cm$$
$$|TS_a| = \frac{1}{3}t_a = 1\,cm \qquad |TS_b| = \frac{1}{3}t_b = 1{,}5\,cm$$

Díky této vlastnosti můžeme sestrojit trojúhelník ABT dle věty sss, protože známe všechny 3 strany.

Abychom našli bod S_b, sestrojíme kružnici k_3(T, 1,5 cm) a její průsečík s polopřímkou BT bude tvořit bod S_b.

Podobným způsobem najdeme i bod Sa. Sestrojíme kružnici k_4(T; 1 cm) a bod S_a bude ležet na průsečíku polopřímky AT s kružnicí k_4.

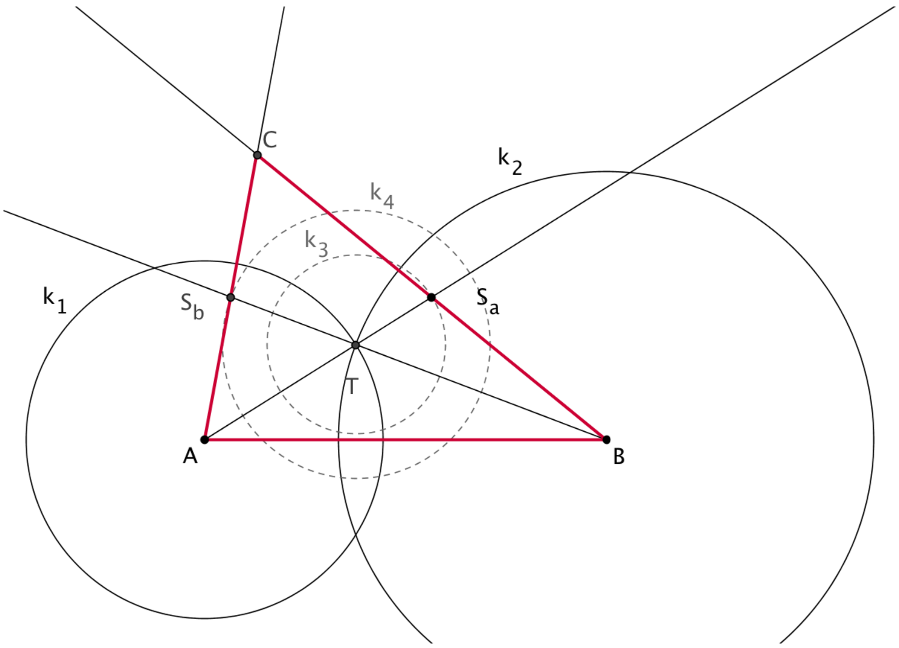
Zbývá najít bod C, který je tvořen průsečíkem polopřímek AS_b a BS_a.

Postup

1. AB; $|AB| = 4{,}5$ cm
2. k_1; $k_1(A; 2\text{ cm})$
3. k_2; $k_2(B; 3\text{ cm})$
4. T; $T \in k_1 \cap k_2$
5. k_3; $k_3(T; 1\text{ cm})$
6. S_a; $S_a \in k_3 \cap \rightarrow AT$
7. k_4; $k_4(T; 1{,}5\text{ cm})$
8. S_b; $S_b \in k_4 \cap \rightarrow BT$
9. C; $C \in \rightarrow AS_b \cap \rightarrow BS$
10. ΔABC

Zkouška

Obr. 38 – Řešení 7. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

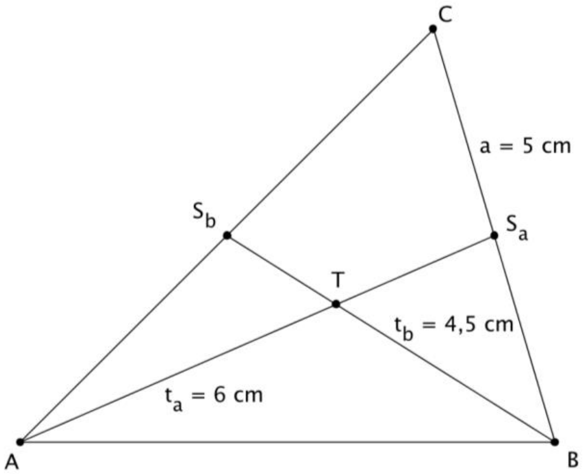
6.2.8 Příklad č. 8 – Trojúhelník ABC (a, t_a, t_b)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: a = 5 cm, t_a = 6 cm, t_b = 4,5 cm.

Rozbor

Obr. 39 – Náčrtek k 8. příkladu na konstrukci trojúhelníku



V tomto příkladu využijeme základní znalosti o těžnicích, tj. informaci, že se protínají v jednom bodě (těžiště) a že tento bod je dělí v poměru 2:1.

$$
\begin{array}{ll}
|AS_a| = t_a = 6\,cm & |BS_b| = t_b = 4.5\,cm \\
|AT| = \frac{2}{3}t_a = 4\,cm & |BT| = \frac{2}{3}t_b = 3\,cm \\
|TS_a| = \frac{1}{3}t_a = 2\,cm & |TS_b| = \frac{1}{3}t_b = 1,5\,cm
\end{array}
$$

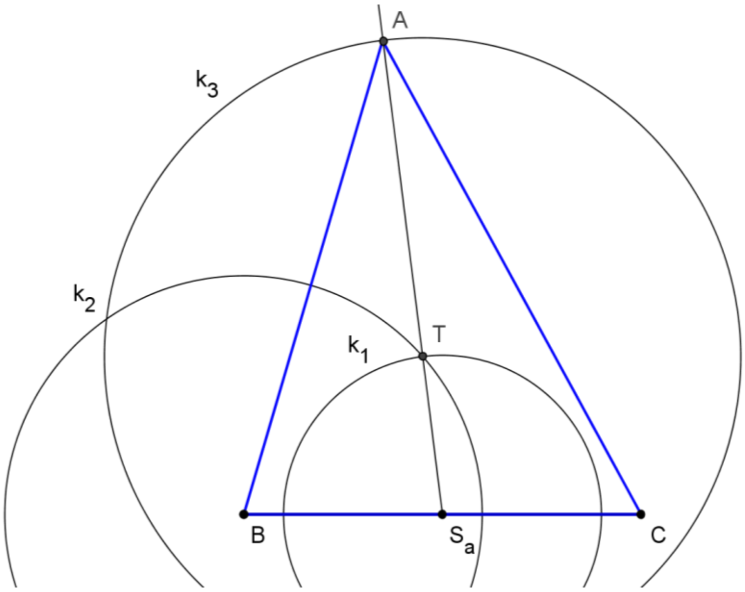
Konstrukci trojúhelníku začneme sestrojením strany BC. Následně můžeme sestrojit trojúhelník BS_aT. Budeme postupovat tak, že najdeme střed S_a, ze kterého sestrojíme kružnici $k_1(S_a;\ 2\ cm)$. Druhou kružnici sestrojíme z bodu B, bude se jednat o kružnici $k_2(B;\ 3cm)$. Průsečík těchto dvou kružnic bude bod T. Z bodu T sestrojíme kružnici $k_3(T;\ 4\ cm)$, její průsečík s polopřímkou S_aT bude bod A.

Postup

1. BC; $|BC| = 6$ cm
2. S_a; S_a - střed BC
3. k_1; $k_1(S_a;\ 2$ cm$)$
4. k_2; $k_2(B;\ 3$ cm$)$
5. T; $T \in k_1 \cap k_2$
6. k_3; $k_3(T;\ 4$ cm$)$
7. A; $A \in k_3 \cap \rightarrow S_aT$
8. ΔABC

Zkouška

Obr. 40 – Řešení 8. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

6.2.9 Příklad č. 9 – Trojúhelník ABC (a, b, r)

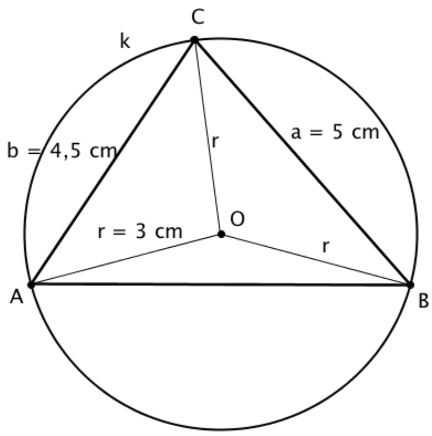
Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: a = 5 cm, b = 4,5 cm, r = 3 cm.

Pozn.: r – poloměr kružnice opsané

Rozbor

Obr. 41 – Náčrtek k 9. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Ze zadání známe poloměr opsané kružnice, abychom byli schopni sestrojit všechny vrcholy trojúhelníku, musíme najít střed této kružnice. Budeme postupovat tak, že dle věty sss sestrojíme trojúhelník BCO a následně sestrojíme kružnici m(O; 3 cm), což je kružnice opsaná trojúhelníku ABC. Zbývá sestrojit bod A. Ten najdeme tak, že sestrojíme kružnici k_3(C, 4,5 cm) a její průsečík s kružnicí m bude bod A.

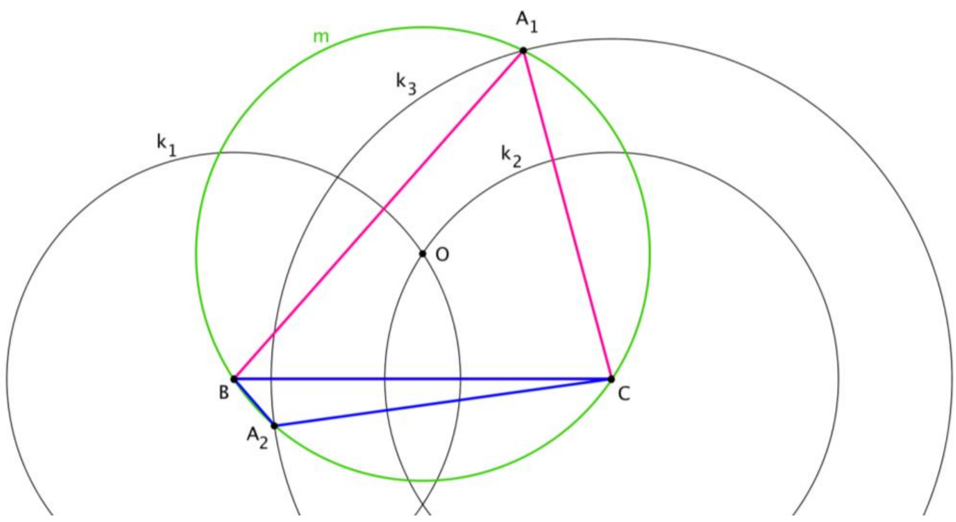
Postup

1. BC; |BC| = 5 cm
2. k_1; k_1(B; 3 cm)
3. k_2; k_2(C; 3 cm)
4. O; $O \in k_1 \cap k_2$
5. m; m(O; 3 cm)
6. k_3; k_3(C; 4,5 cm)
7. A; $A \in k_3 \cap m$
8. ΔABC

Pozn.:
m ... kružnice opsaná ΔABC

Zkouška

Obr. 42 – Řešení 9. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 2 řešení.

6.2.10 Příklad č. 10 – Trojúhelník ABC (a, v_a, r)

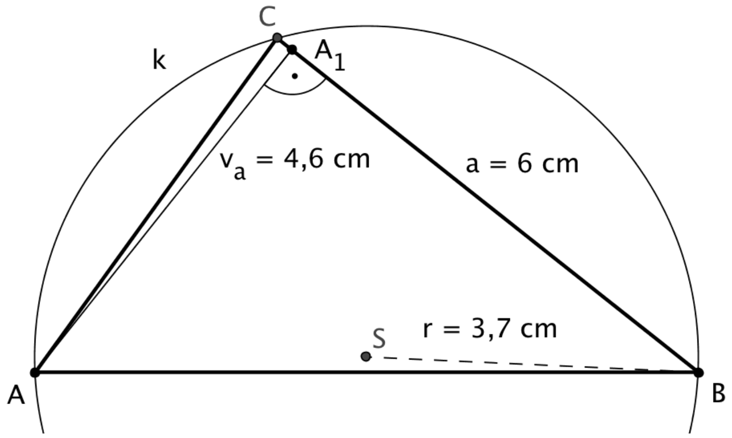
Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: a = 6 cm, v_a = 4,6 cm, r = 3,7 cm.

Pozn.: r – poloměr kružnice opsané

Rozbor

Obr. 43 – Náčrtek k 10. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Při řešení této úlohy opět musíme nalézt střed kružnice opsané. Sestrojíme trojúhelník BCS a následně opsanou kružnici – kružnici k(S; 3,7 cm).

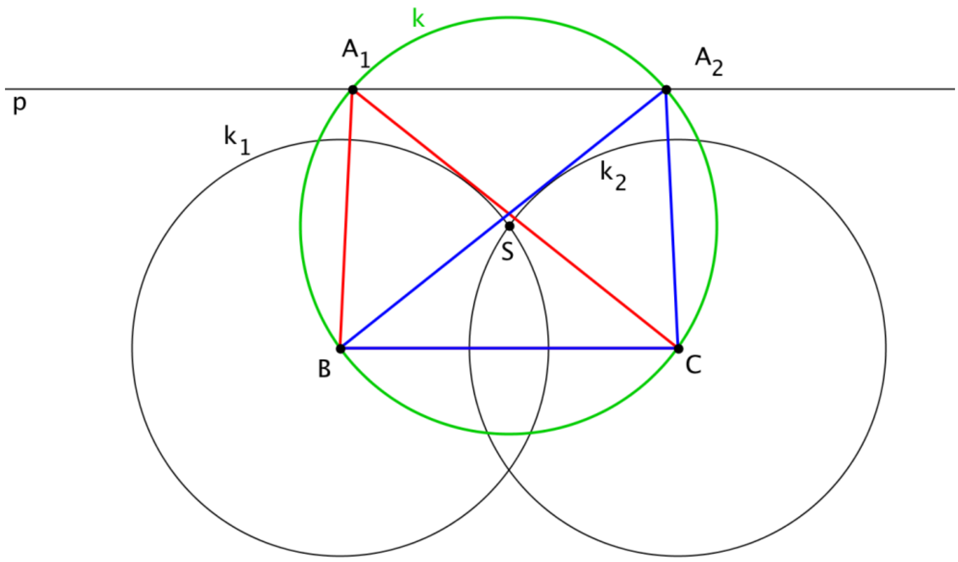
Dále máme zadanou výšku. Abychom našli bod A, sestrojíme rovnoběžku s úsečkou BC ve vzdálenosti 4,6 cm a její průsečík s kružnicí k bude bod A.

Postup

1. BC; |BC| = 6 cm
2. k_1; k_1(B; 3,7 cm)
3. k_2; k_2(C; 3,7 cm)
4. S; S $\in k_1 \cap k_2$
5. k; k(S; 3,7 cm)
6. p; p || BC; |pBC| = 4,6 cm
7. A; A $\in$ k $\cap$ p
8. ΔABC

Zkouška

Obr. 44 – Řešení 10. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 2 řešení.

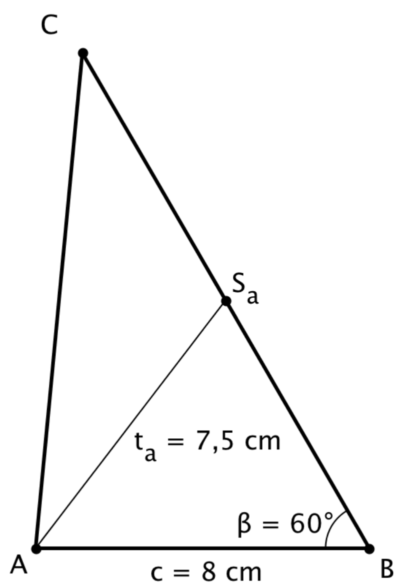
6.2.11 Příklad č. 11 – Trojúhelník ABC (c, t_a, β)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: c = 8 cm, t_a = 7,5 cm, β = 60 °.

Rozbor

Obr. 45 – Náčrtek k 11. příkladu na konstrukci trojúhelníku



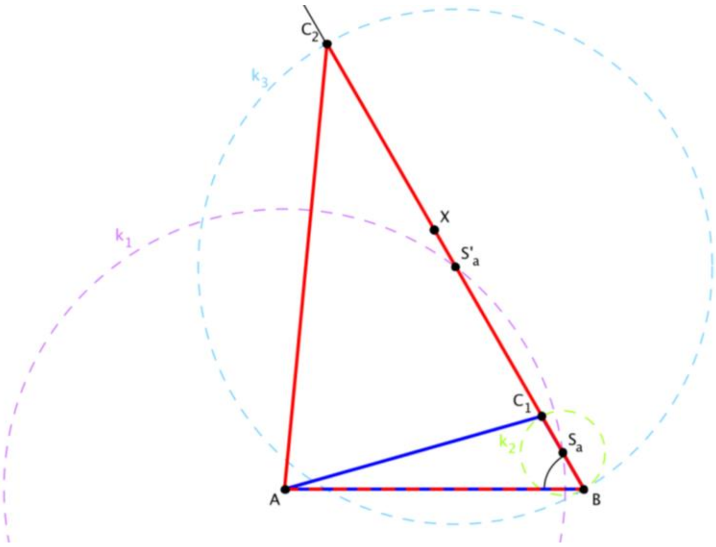
Řešení úlohy začneme sestrojením trojúhelníku ABS_a dle věty Ssu. Sestrojíme stranu AB a úhel ABX o velikosti 60 stupňů. Z bodu A sestrojíme kružnici k_1(A; 7,5 cm) a její průsečík s polopřímkou BX bude bod S_a. Následně sestrojíme kružnici k_2 se středem S_a a poloměrem o velikosti úsečky S_aB. Její průsečík s polopřímkou BX bude bod C.

Postup

1. AB; |AB| = 8 cm
2. $\sphericalangle ABX$; $|\sphericalangle ABX| = 60°$
3. k_1; k_1(A, 7,5 cm)
4. S_a; $S_a \in k_1 \cap \rightarrow BX$
5. k_2; $k_2(S_a; |S_aB|)$
6. C; $C \in k_2 \cap \rightarrow BX$
7. ΔABC

Zkouška

Obr. 46 – Řešení 11. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 2 řešení.

6.2.12 Příklad č. 12 – Trojúhelník ABC (b, |AV|, |CV|)

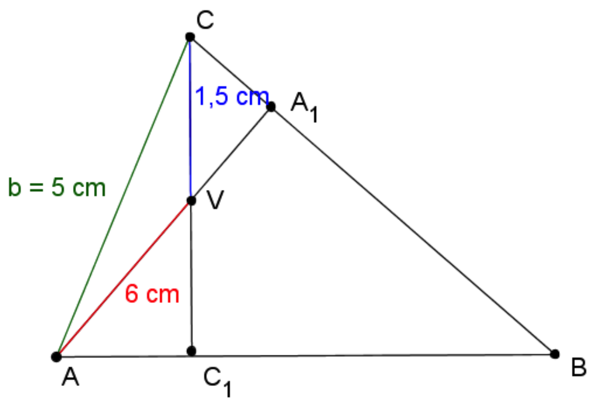
Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: b = 5 cm, |AV| = 6 cm, |CV| = 1,5 cm.

Pozn.: V – průsečík výšek

Rozbor

Obr. 47 – Náčrtek k 12. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Konstrukci zahájíme sestrojením trojúhelníku ACV dle věty sss. Následně sestrojíme přímku v_b. Tato přímka je kolmá na úsečku AC a prochází bodem V.

Následně sestrojíme Thaletovu kružnici nad stranou AC. Její průsečík s polopřímkou AV bude bod A_1.

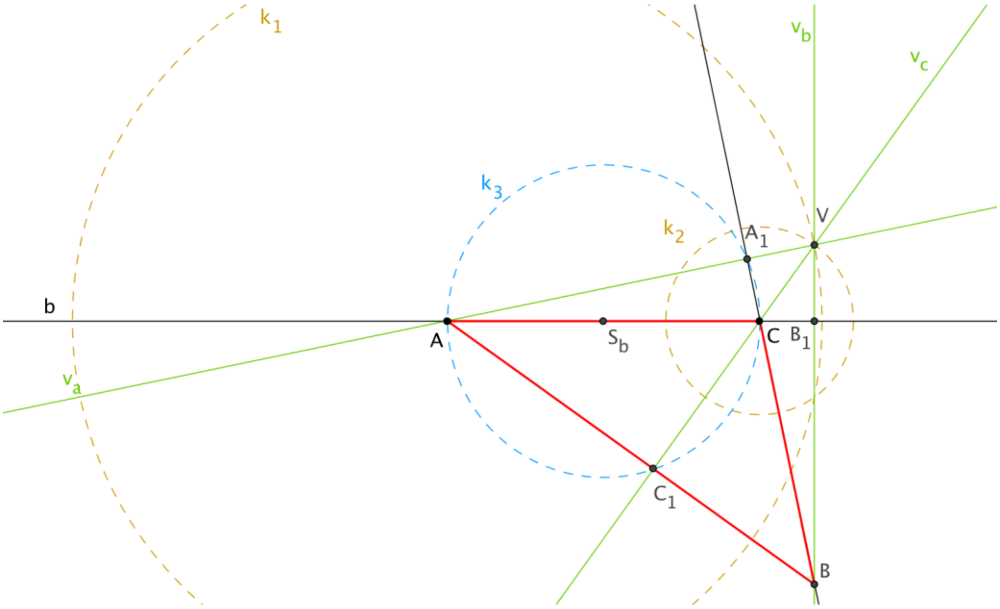
Průsečík přímky v_b s polopřímkou CA_1 bude bod B.

Postup

1. AC; $|AC| = 5$ cm
2. k_1; $k_1(A; 6 \text{ cm})$
3. k_2; $k_2(C; 1{,}5 \text{ cm})$
4. V; $V \in k_1 \cap k_2$
5. v_b; $v_b \perp b$; $V \in v_b$
6. S_b; S_b – střed AC
7. k_3; $k_3(S_b; AS_b)$
8. A_1; $A_1 \in k_3 \cap \leftrightarrow AV$
9. B; $B \in \leftrightarrow A_1C \cap v_b$
10. ΔABC

Zkouška

Obr. 48 – Řešení 12. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

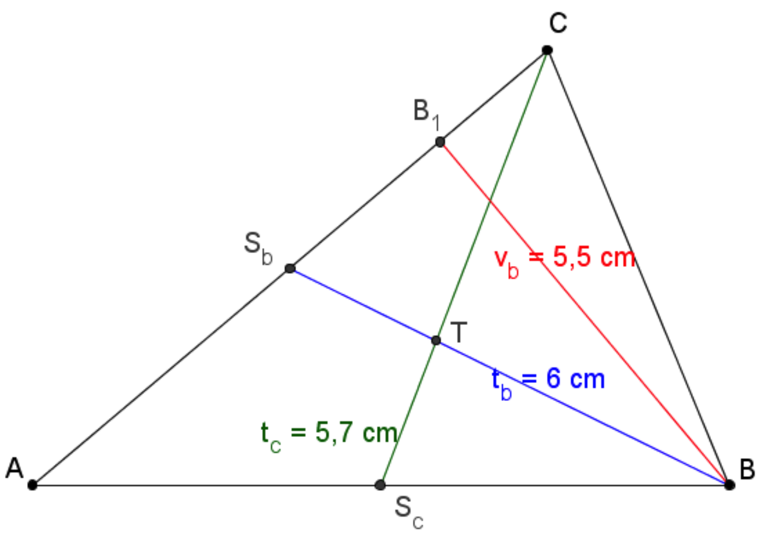
6.2.13 Příklad č. 13 – Trojúhelník ABC (v_b, t_b, t_c)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: v_b = 5,5 cm, t_b = 6 cm, t_c = 5,7 cm.

Rozbor

Obr. 49 – Náčrtek k 13. příkladu na konstrukci trojúhelníku



U tohoto trojúhelníku opět (mimo jiné) využijeme znalosti vlastností těžnic – protínají se v jednom bodě – těžišti. Tento bod je dělí v poměru 2 : 1.

Konstrukci začneme tak, že sestrojíme přímku b (budoucí stranu AC) a na ní zvolíme bod B_1, ze kterého vedeme kolmici (výšku v_b), na které leží ve vzdálenosti 5,5 cm od bodu B_1 bod B.

Z bodu B sestrojíme kružnici k_2 o poloměru 6 cm a její průsečík s přímkou b bude bod S_b. Nyní můžeme najít těžiště. To je vzdáleno 2 cm od bodu S_b (jedná se o vzdálenost $\frac{1}{3}t_b$) – bod T najdeme pomocí kružnice o daném poloměru z bodu S_b. Následně z bodu T sestrojíme kružnici o poloměru 3,8 cm (jedná se o vzdálenost $\frac{2}{3}t_c$) a její průsečík s přímkou b bude bod C.

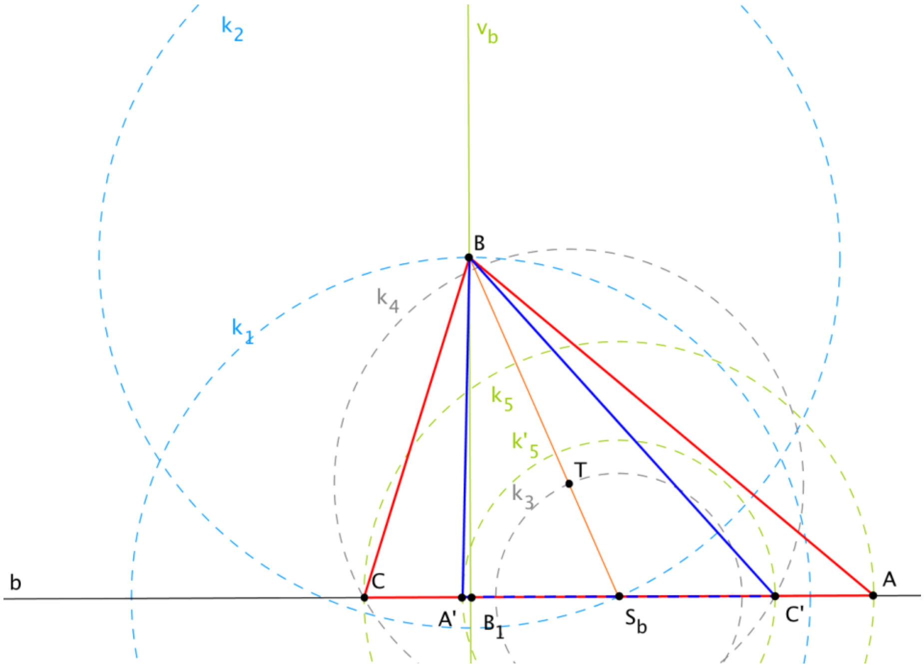
Závěrem sestrojíme kružnici se středem S_b a poloměrem $|S_bC|$ a její průsečík s přímkou b bude bod A.

Postup

1. $\leftrightarrow b$
2. B_1; $B_1 \in b$
3. v_b; $v_b \perp b$
4. k_1; $k_1(B_1;\ 5{,}5\ \text{cm})$
5. B; $B \in k_1 \cap v_b$
6. k_2; $k_2(B;\ 6\ \text{cm})$
7. S_b; $S_b \in k_2 \cap b$
8. k_3; $k_3(S_b;\ 2\ \text{cm})$
9. k_4; $k_4(T;\ 3{,}8\ \text{cm})$
10. C; $C \in k_4 \cap b$
11. k_5; $k_5(S_b;\ S_bC)$
12. A; $A \in k_5 \cap b$
13. Δ ABC

Zkouška

Obr. 50 – Řešení 13. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 2 řešení.

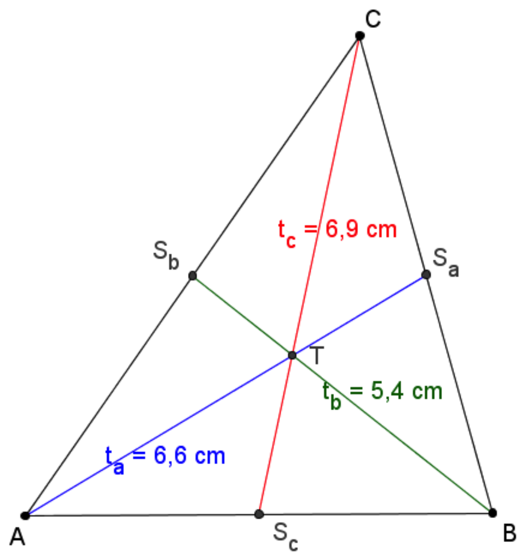
6.2.14 Příklad č. 14 – Trojúhelník ABC (t_a, t_b, t_c)

Zadání

Sestrojte trojúhelník ABC, pokud je dáno: t_a = 6,6 cm, t_b = 5,4 cm, t_c = 6,9 cm.

Rozbor

Obr. 51 – Náčrtek ke 14. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Tento úkol budeme řešit tak, že trojúhelník ABC doplníme na čtyřúhelník ACBD. Bod T je těžiště trojúhelníku a S_a, S_b a S_c středy jeho stran.

Vzdálenost TS_c bude shodná se vzdáleností S_cD. Vzdálenost AT bude shodná se vzdáleností DB a vzdálenost TB se vzdáleností AD. Součástí tedy bude rovnoběžník ADBT.

Konstrukci zahájíme sestrojením úsečky CD, na které najdeme bod T a bod S_c. Následně sestrojíme trojúhelník AS_cT dle věty sss.

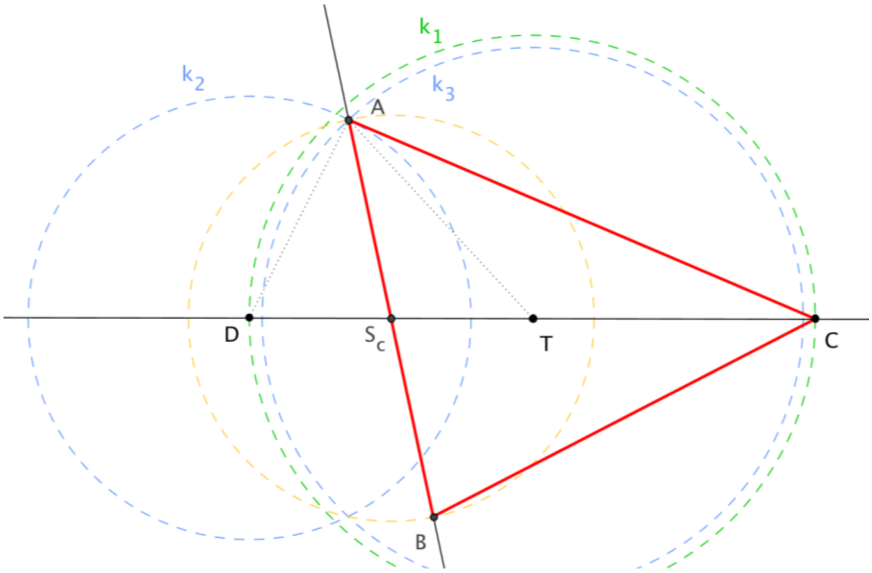
Z bodu S_c dále sestrojíme kružnici k3 o poloměru AS_c a její průsečík s přímkou AS_c bude bod B.

Postup

1. CD; $|CD| = 9{,}2$ cm
2. T; T – střed CD
3. S_c; S_c – střed DT
4. k_1; $k_1(T; 4{,}4 \text{ cm})$
5. k_2; $k_2(D; 3{,}6 \text{ cm})$
6. A; $A \in k_1 \cap k_2$
7. k_3; $k_3(S_c; AS_c)$
8. B; $B \in k_3 \cap \rightarrow AS_c$
9. ΔABC

Zkouška

Obr. 52 – Řešení 14. příkladu na konstrukci trojúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

6.3 Konstrukce čtyřúhelníku

V úlohách v této kapitole jsou postupně uvedeny řešení úloh v oblasti konstrukce čtyřúhelníku, rovnoběžníku a lichoběžníku.

Ve všech úlohách v této kapitole je dodrženo označení jednotlivých částí trojúhelníku následujícím způsobem:

- Čtyřúhelník ABCD
- A, B, C, D – vrcholy čtyřúhelníku
- a, b, c, d – strany čtyřúhelníku
- α, β, γ, δ – úhly trojúhelníku u vrcholů A, B, C
- v – výška lichoběžníku
- v_a – výška rovnoběžníku na stranu a
- S – průsečík úhlopříček
- e – úhlopříčka AC

- f – úhlopříčka BD

V nadpisu jsou poté následně uvedeny ty části čtyřúhelníku, jejichž velikosti jsou známy ze zadání a typ čtyřúhelníku, o který se jedná (např. lichoběžník).

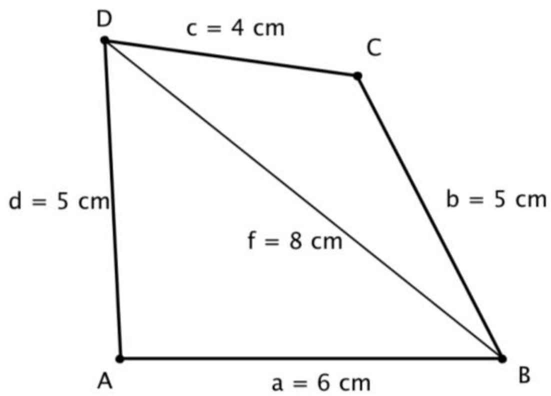
6.3.1 Příklad č. 1 – Čtyřúhelník ABCD (a, b, c, d, f)

Zadání

Sestrojte konvexní čtyřúhelník ABCD, pokud je dáno: a = 6 cm, b = 5 cm, c = 4 cm, d = 5 cm, f = 8 cm.

Rozbor

Obr. 53 – Náčrtek k 1. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



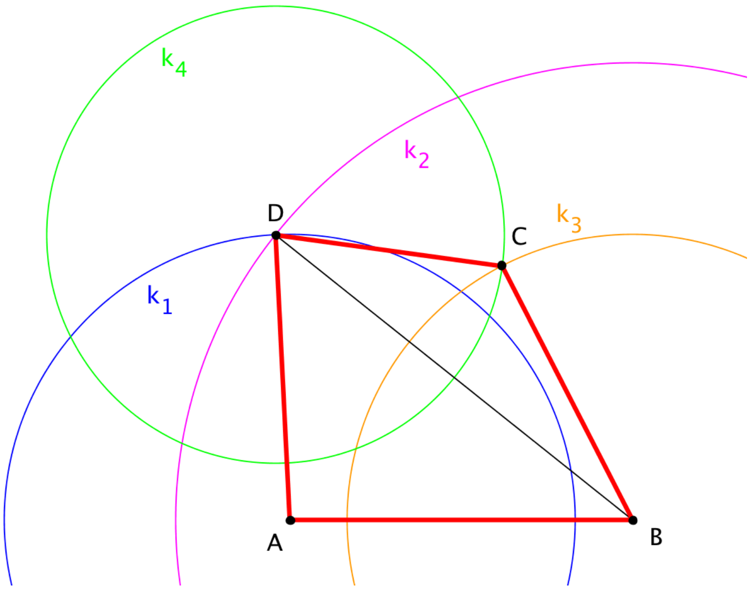
Konstrukci zahájíme sestrojením trojúhelníku ABD dle věty sss. Z bodu B následně sestrojíme kružnici k_3 o poloměru 5 cm a z bodu D kružnici k_4 o poloměru 4 cm. Jejich průsečíkem bude bod C.

Postup

1. AB; |AB| = 6 cm
2. k_1; k_1(A; 5 cm)
3. k_2; k_2(B; 8 cm)
4. D; $D \in k_1 \cap k_2$
5. k_3; k_3(B; 5 cm)
6. k_4; k_4(D; 4 cm)
7. C; $C \in k_3 \cap k_4$
8. Čtyřúhelník ABCD

Zkouška

Obr. 54 – Řešení 1. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

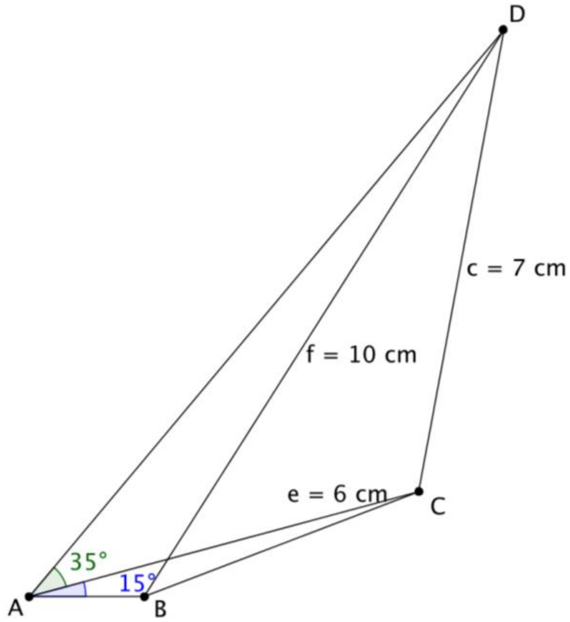
6.3.2 Příklad č. 2 – Konvexní čtyřúhelník ABCD (c, e, f, |∠DAC|, |∠CAB|)

Zadání

Sestrojte konvexní čtyřúhelník ABCD, pokud je dáno: c = 7 cm, e = 6 cm, f = 10 cm, |∠DAC| = 35 °, |∠CAB| = 15 °.

Rozbor

Obr. 55 – Náčrtek k 2. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Konstrukci zahájíme sestrojením trojúhelníku ACD dle věty Ssu. Následně sestrojíme úhel CAY a jeho průsečík s kružnicí k_2(D; 10 cm) bude bod B.

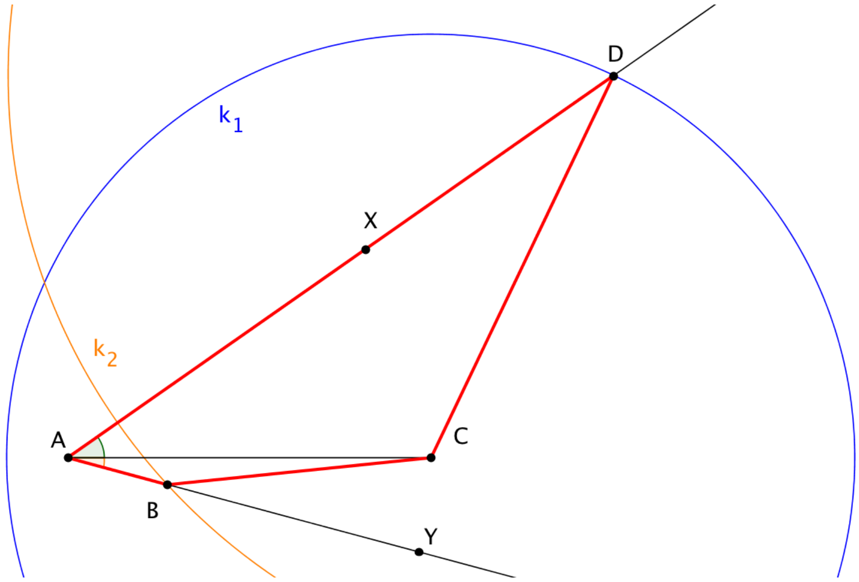
Postup

1. AC; |AC| = 6 cm
2. $\measuredangle$CAX; |$\measuredangle$CAX| = 35 °
3. k_1; k_1(C; 7 cm)
4. D; D $\in \rightarrow$AX $\cap$ k_1
5. $\measuredangle$CAY; |$\measuredangle$CAY| = 15 °
6. k_2; k_2(D; 10 cm)
7. B; B $\in \rightarrow$AY $\cap$ k_2

8 Čtyřúhelník ABCD

Zkouška

Obr. 56 – Řešení 2. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

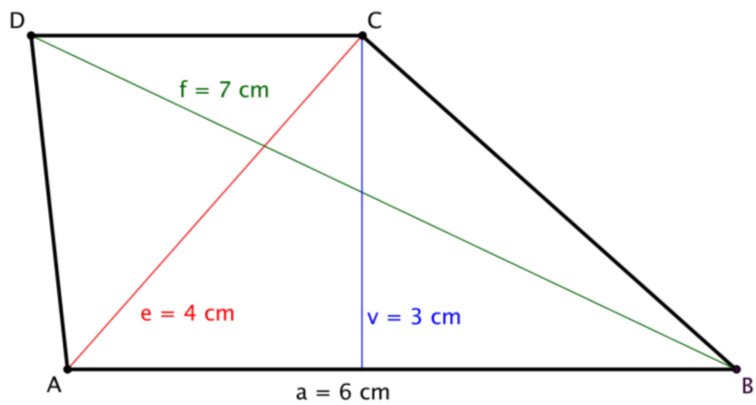
6.3.3 Příklad č. 3 – Lichoběžník ABCD (a, e, f, v)

Zadání

Sestrojte lichoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 6 cm, e = 4 cm, f = 7 cm, v = 3 cm.

Rozbor

Obr. 57 – Náčrtek k 3. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



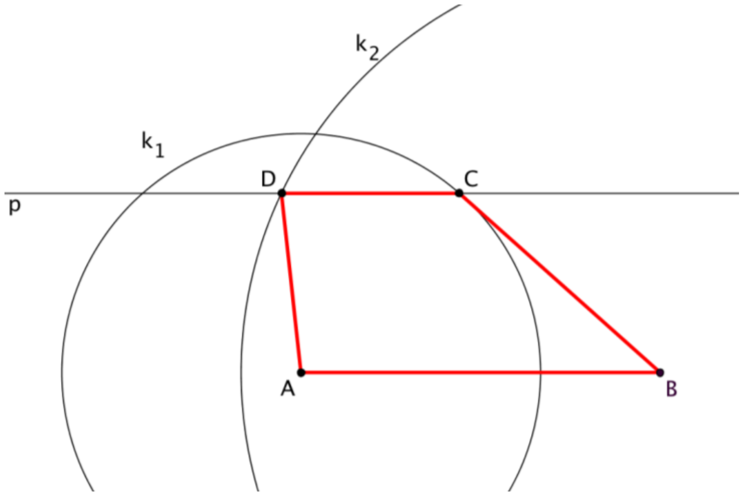
Konstrukci zahájíme sestrojením úsečky AB o délce 6 cm. K této úsečce sestrojíme rovnoběžku c ve vzdálenosti 3 cm. Z bodu A sestrojíme kružnici o poloměru 4 cm. Její průsečík s přímkou c bude bod C. Z bodu B následně sestrojíme kružnici o poloměru 7 cm. Její průsečík s přímkou c bude bod D.

Postup

1. AB; |AB| = 6 cm
2. ↔p; ↔p || AB; |pAB| = 3 cm
3. k_1; k_1(A; 4 cm)
4. k_2; k_2(B; 7 cm)
5. C; C ∈ $k_1 \cap p$
6. D; D ∈ $k_2 \cap p$
7. Lichoběžník ABCD

Zkouška

Obr. 58 – Řešení 3. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

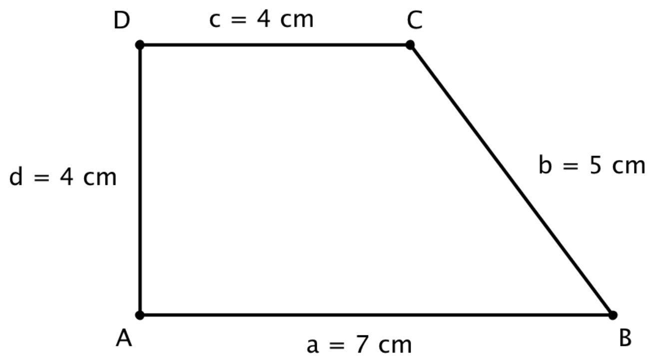
6.3.4 Příklad č. 4 – Lichoběžník ABCD (a, b, c, d)

Zadání

Sestrojte lichoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 7 cm, b = 5 cm, c = 4 cm, d = 4 cm.

Rozbor

Obr. 59 – Náčrtek k 4. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Sestrojíme úsečku AB o délce 7 cm. Na ní najdeme bod X, který je od bodu B vzdálen 3 cm. Sestrojíme trojúhelník XBC dle věty sss (známe totiž všechny strany – délka strany XC je shodná se stranou AD).

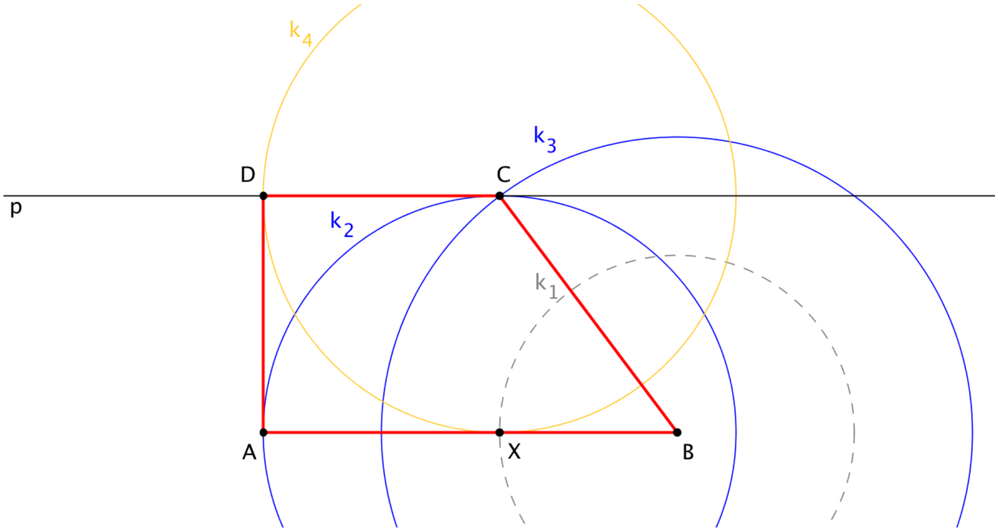
Následně bodem C vedeme přímku c, která je rovnoběžná s úsečkou AB. Z bodu C sestrojíme kružnici o poloměru 4 cm a její průsečík s přímkou c bude bod D.

Postup

1. AB; $|AB| = 7$ cm
2. X; $X \in AB$; $|BX| = 3$ cm
3. k_2; $k_2(X; 4\text{ cm})$
4. k_3; $k_3(B; 5\text{ cm})$
5. C; $C \in k_2 \cap k_3$
6. $\leftrightarrow p$; $C \in p$; $p \parallel AB$
7. k_4; $k_4(C; 4\text{ cm})$
8. D; $D \in p \cap k_4$
9. Lichoběžník ABCD

Zkouška

Obr. 60 – Řešení 4. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

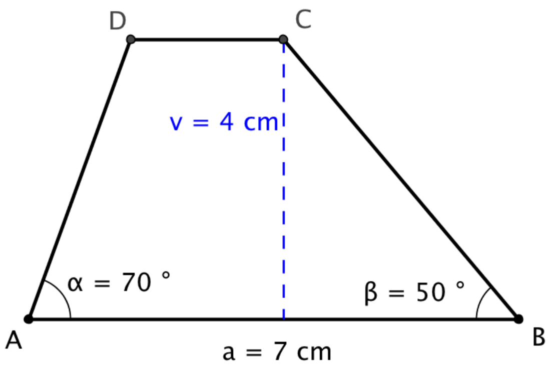
6.3.5 Příklad č. 5 – Lichoběžník ABCD (a, v, α, β)

Zadání

Sestrojte lichoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 7 cm, v = 4 cm, α = 70 °, β = 50 °.

Rozbor

Obr. 61 – Náčrtek k 5. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



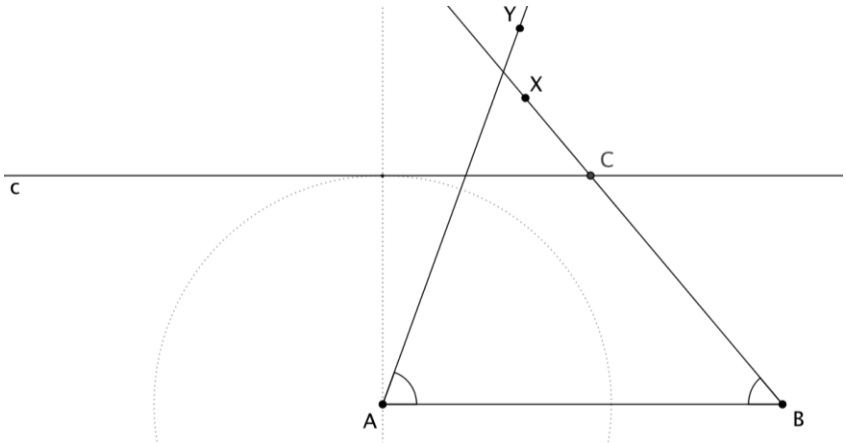
Sestrojíme úsečku AB a následně rovnoběžku c ve vzdálenosti 4 cm. Dále sestrojíme úhel ABX o velikosti 50 stupňů. Průsečík jeho ramene BX s přímkou c bude bod C. Dále sestrojíme úhel BAY o velikosti 70 stupňů. Průsečík jeho ramene s přímkou c bude bod D.

Postup

1. AB; |AB| = 7 cm
2. c; c || AB; |cAB| = 4 cm
3. ∢ABX; |∢ABX| = 50 °
4. ∢BAY; |∢BAY| = 70 °
5. C; C ∈ c ∩ →BX
6. D; D ∈ c ∩ →AY
7. Lichoběžník ABCD

Zkouška

Obr. 62 – Řešení 5. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

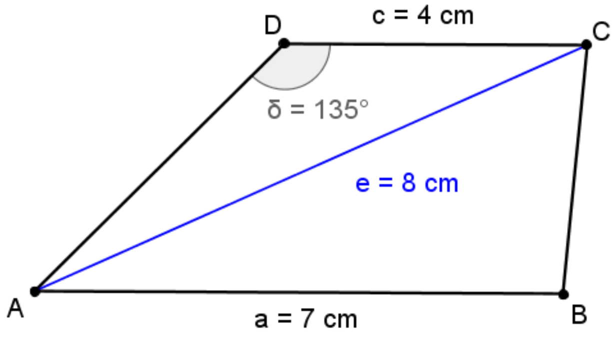
6.3.6 Příklad č. 6 – Lichoběžník ABCD (a, d, e, δ)

Zadání

Sestrojte lichoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 7 cm, c = 4 cm, e = 8 cm, δ = 135 °.

Rozbor

Obr. 63 – Náčrtek k 6. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Konstrukci lichoběžníku zahájíme sestrojením trojúhelníku CDA dle věty Ssu. Následně bodem A vedeme rovnoběžku s úsečkou CD – přímku a.

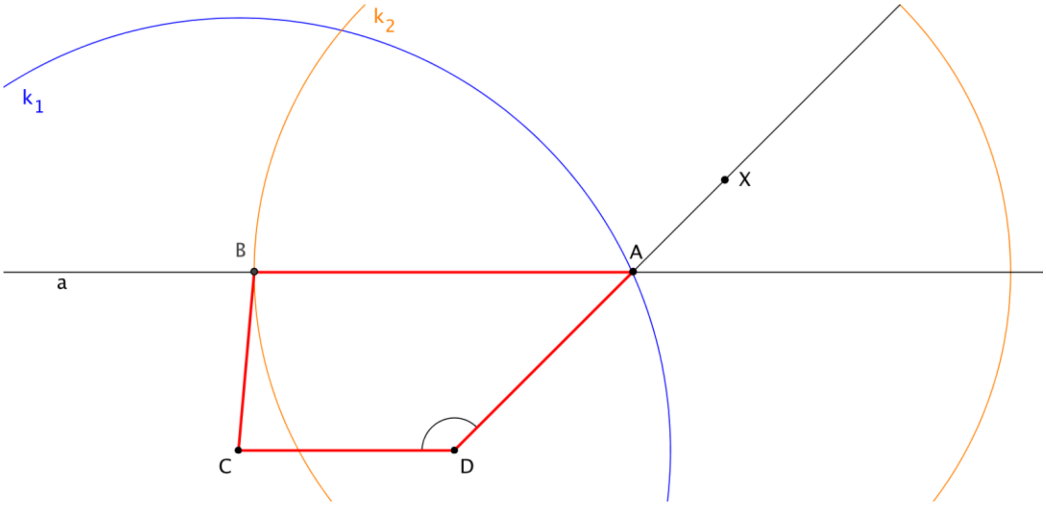
Z bodu A dále sestrojíme kružnici o poloměru 7 cm a její průsečík s přímkou a bude bod B.

Postup

1. CD; |CD| = 4 cm
2. ∢CDX; |∢CDX| = 135 °
3. k_1; k_1(C; 8 cm)
3. A; A ∈ k_1 ∩ →DX
4. a; a || CD; A ∈ a
5. k_2; k_2(A; 7 cm)
6. B; B ∈ a ∩ k_2
7. Lichoběžník ABCD

Zkouška

Obr. 64 – Řešení 6. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

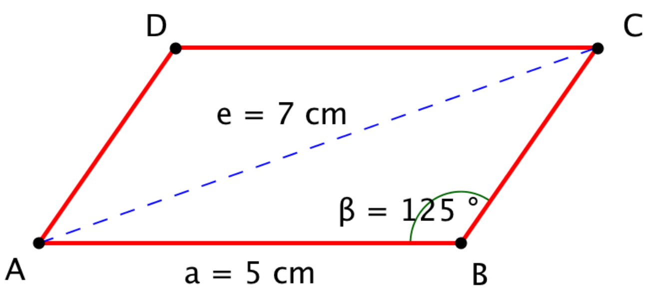
6.3.7 Příklad č. 7 – Rovnoběžník ABCD (a, e, β)

Zadání

Sestrojte rovnoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 5 cm, e = 7 cm, β = 125 °.

Rozbor

Obr. 65 – Náčrtek k 7. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



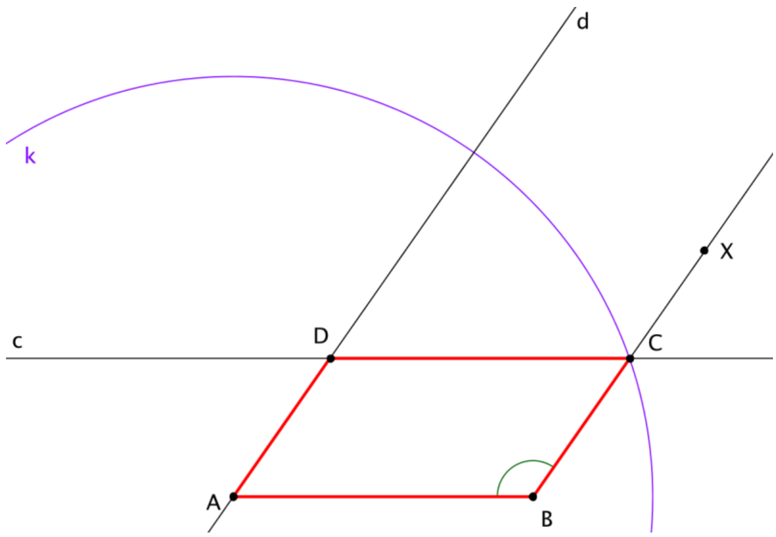
Nejprve sestrojíme trojúhelník ABC dle věty Ssu. Následně bodem C vedeme rovnoběžku s úsečkou AB – přímku c. Bodem A vedeme rovnoběžku s úsečkou BC – přímku d. Průsečíkem přímky c a d bude bod D.

Postup

1. AB; |AB| = 5 cm
2. ∢ABX; |∢ABX| = 125 °
3. k; k(A; 7 cm)
4. C; C ∈ k ∩ $\overrightarrow{BX}$
5. c; C ∈ c; c ∥ AB
6. d; A ∈ d; d ∥ BC
7. D; D ∈ c ∩ d
8. Rovnoběžník ABCD

Zkouška

Obr. 66 – Řešení 7. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

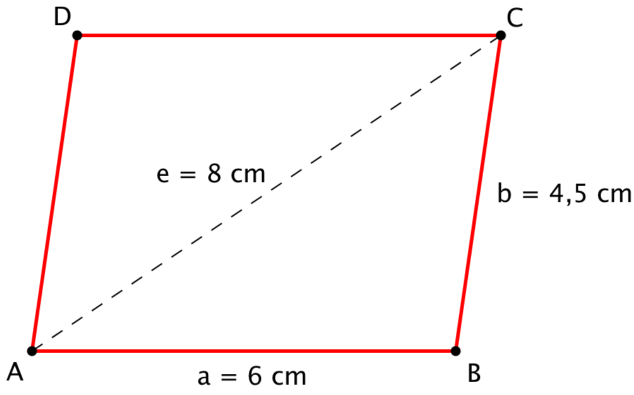
6.3.8 Příklad č. 8 – Rovnoběžník ABCD (a, b, e)

Zadání

Sestrojte rovnoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 6 cm, b = 4,5 cm, e = 8 cm.

Rozbor

Obr. 67 – Náčrtek k 8. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



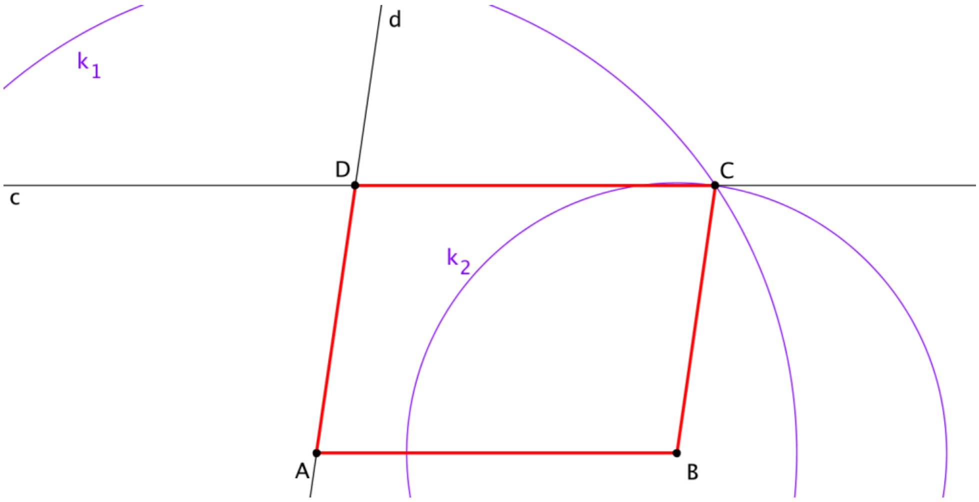
Konstrukci zahájíme sestrojením trojúhelníku ABC dle věty sss. Bodem C vedeme rovnoběžku s úsečkou AB – přímku c. Bodem A vedeme rovnoběžku s úsečkou BC – přímku d. Průsečík přímky c a d bude bod D.

Postup

1. AB; $|AB| = 6$ cm
2. k_1; $k_1(A;\ 8\text{ cm})$
3. k_2; $k_2(B;\ 4{,}5\text{ cm})$
4. C; $C \in k_1 \cap k_2$
5. c; $C \in c$; $c \parallel AB$
6. d; $A \in d$; $d \parallel BC$
7. D; $D \in c \cap d$
8. Rovnoběžník ABCD

Zkouška

Obr. 68 – Řešení 8. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

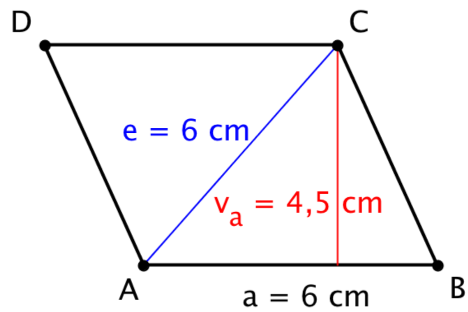
6.3.9 Příklad č. 9 – Rovnoběžník ABCD (a, v_a, e)

Zadání

Sestrojte rovnoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 6 cm, v_a = 4,5 cm, e = 6 cm.

Rozbor

Obr. 69 – Náčrtek k 9. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



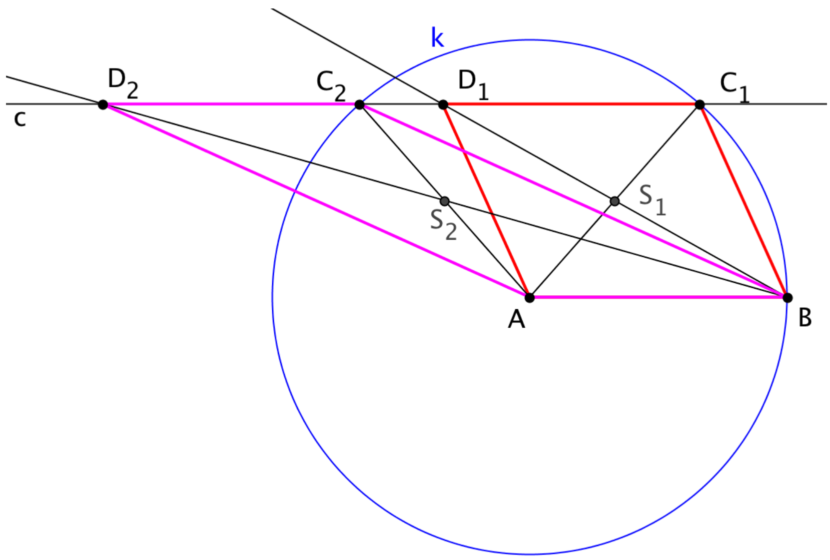
Konstrukci zahájíme sestrojením úsečky AB. K ní následně vedeme rovnoběžku c ve vzdálenosti 4,5 cm. Abychom našli bod C, sestrojíme z bodu A kružnici o poloměru 6 cm a její průsečík s přímkou c bude bod C. Následně najdeme střed úsečky AB a průsečík polopřímky BS s přímkou c bude bod D.

Postup

1. AB; |AB| = 6 cm
2. c; c || AB; |cAB| = 4,5 cm
3. k; k(A; 6 cm)
4. C; C ∈ k ∩ c
5. S; S – střed AC
6. D; D ∈ c ∩ →BS
7. Rovnoběžník ABCD

Zkouška

Obr. 70 – Řešení 9. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 2 řešení.

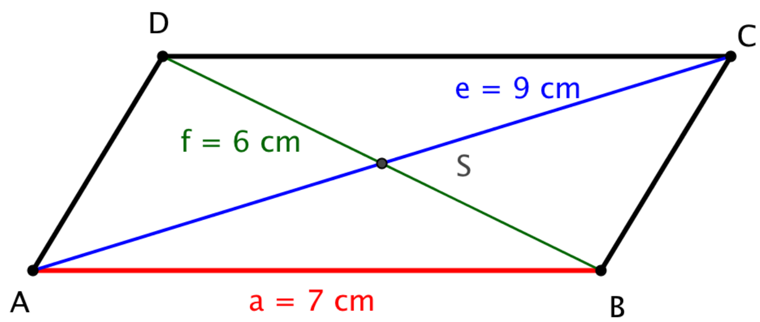
6.3.10 Příklad č. 10 – Rovnoběžník ABCD (a, e, f)

Zadání

Sestrojte rovnoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 7 cm, e = 9 cm, f = 6 cm.

Rozbor

Obr. 71 – Náčrtek k 10. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Při konstrukci rovnoběžníku využijeme vlastnosti jeho úhlopříček, které se navzájem půlí. Sestrojíme tedy trojúhelník ABS dle věty sss.

Následně z bodu S sestrojíme kružnici k_3 o poloměru 4,5 cm. Její průsečík s polopřímkou AS bude bod C.

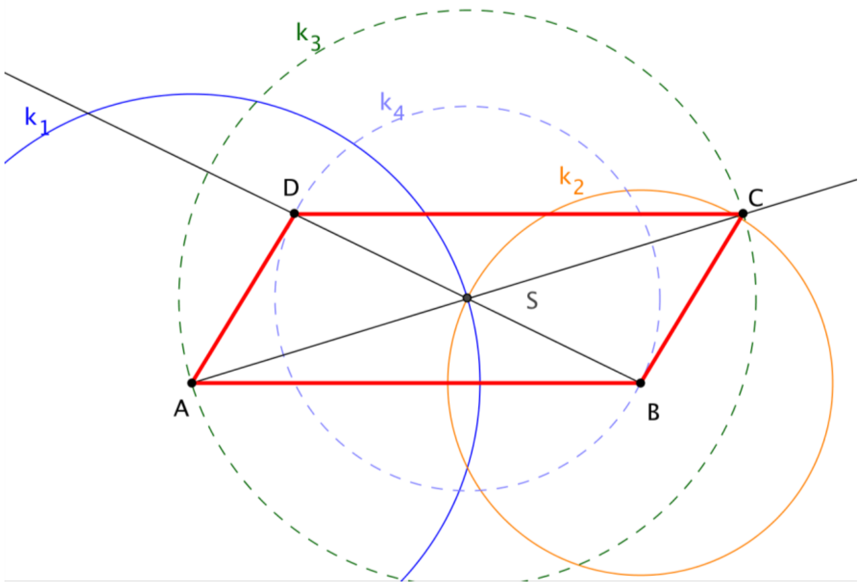
Z bodu S také sestrojíme kružnici k_4 o poloměru 3 cm. Její průsečík s polopřímkou BS bude bod D.

Postup

1. AB; $|AB| = 7$ cm
2. k_1; $k_1(A;\ 4{,}5$ cm$)$
3. k_2; $k_2(B;\ 3$ cm$)$
4. S; $S \in k_1 \cap k_2$
5. k_3; $k_3(S;\ 4{,}5$ cm$)$
6. C; $C \in \overrightarrow{AS} \cap k_3$
7. k_4; $k_4(S;\ 3$ cm$)$
8. D; $D \in \overrightarrow{BS} \cap k_4$
9. Rovnoběžník ABCD

Zkouška

Obr. 72 – Řešení 10. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

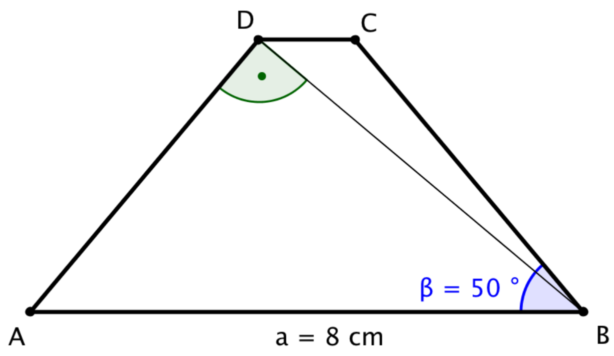
6.3.11 Příklad č. 11 – Rovnoramenný lichoběžník ABCD (a, β, BD ⊥ AD)

Zadání

Sestrojte rovnoramenný lichoběžník ABCD, pokud je dáno: a = 8 cm, β = 50 ° a úhlopříčka BD je kolmá na rameno AD.

Rozbor

Obr. 73 – Náčrtek k 11. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Při konstrukci lichoběžníku využijeme informace, že se jedná o rovnoramenný lichoběžník, z čehož plyne, že úhly α a β jsou shodné. Konstrukci začneme sestrojením úsečky AB a následně sestrojíme úhly BAX a ABY o velikosti 50 stupňů.

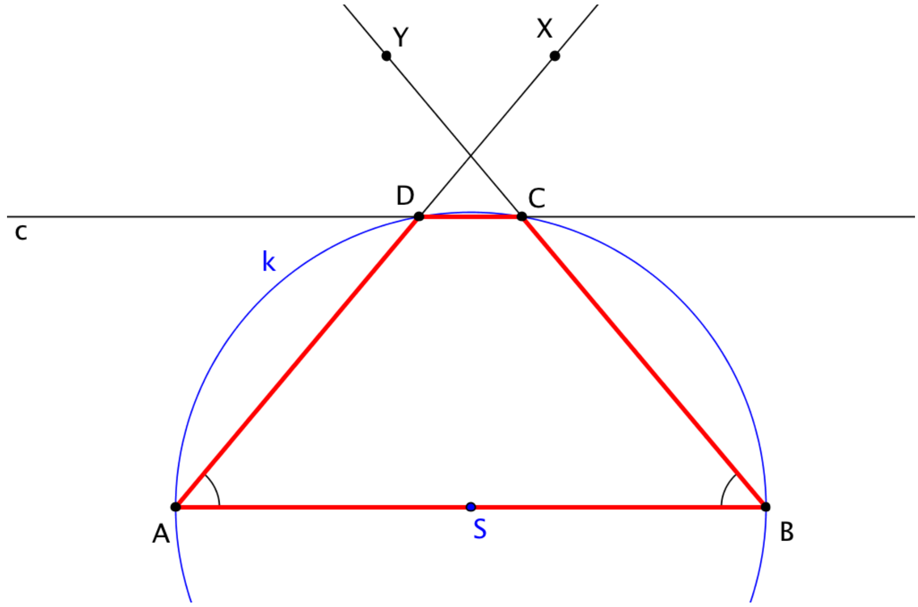
Dále víme, že úhel ADB je pravý. Zde můžeme využít Thaletovy kružnice. Průsečík Thaletovy kružnice s polopřímkou AX je bod D, kterým vedeme rovnoběžku a její průsečík s polopřímkou BY bude bod C.

Postup

1. AB; |AB| = 8 cm
2. ∢BAX; |∢BAX| = 50 °
3. ∢ABY; |∢ABY| = 50 °
4. S; S – střed AB
5. k; k(S; 4 cm)
6. D; D ∈ →AX ∩ k
7. c; c || AB; D ∈ c
8. C; C ∈ c ∩ →BY
9. Lichoběžník ABCD

Zkouška

Obr. 74 – Řešení 11. příkladu na konstrukci čtyřúhelníku



Diskuse

Zadaná úloha má 1 řešení.

7 Realizace úloh v prostředí GeoGebra

Jak už bylo zmíněno v předchozích kapitolách, všechny výukové materiály budou realizovány v prostředí GeoGebra. Aby měli studenti možnost procházet jednotlivé úlohy i samostatně, budou veškeré výukové materiály umístěny na školní webový portál „Online výuka“, který je založen na e-Learningovém systému Moodle a je využíván pro výuku na této škole. [5]

Materiály v aplikaci GeoGebra budou k dispozici jednak ve verzi ke stažení (soubor *.ggp), a také prostřednictvím přehravače GeoGebraTube, který obsahuje prohlížeč těchto souborů a umožňuje je zobrazit v rámci internetové stránky.

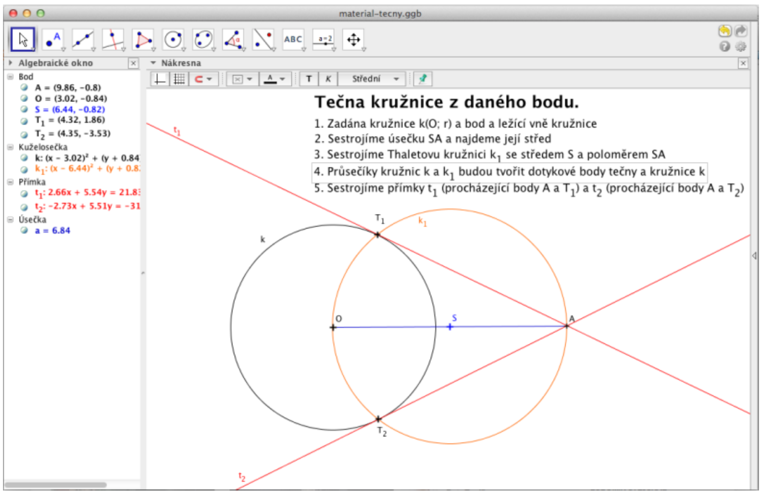
7.1 Základní geometrické konstrukce

V této části byly vytvořeny návody pro sestrojení základních geometrických konstrukcí, jako jsou například osa úsečky nebo osa úhlu.

Vzhledem k tomu, že se jedná o jednoduché konstrukce, kde se dá postup shrnout v několika základních krocích, byl kompletní postup umístěn do jednoho modulu aplikace geogebra.

Při vytváření těchto materiálů byl nejprve nakreslen kompletní vzhled dokumentu, který obsahuje narýsovaný objekt a jeho popis (Obr. 76).

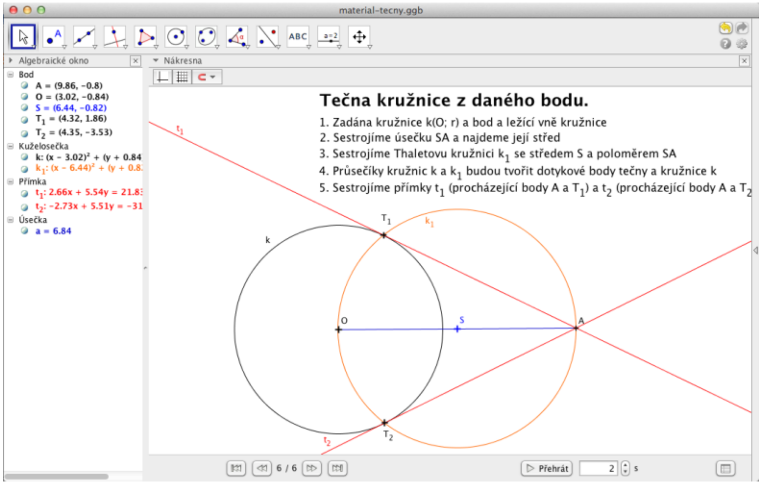
Obr. 75 – Vytvořená úloha v aplikaci GeoGebra



V dalším krokuje nutné nastavit možnost krokování, aby bylo možné docílit animace, při které je názorněji vysvětleno, jak daný objekt vzniká. Jak už bylo popsáno v první části této práce, k možnosti krokování se lze dostat v menu *Zobrazit* > *Navigační* *panel krokování konstrukce* > *Zobrazit* (Obr. 76). Ve spodní části hlavního okna se následně zobrazí nástrojová lišta, která obsahuje tlačítka pro posun vpřed či vzad, či pro automatické přehrávání krokování konstrukce.

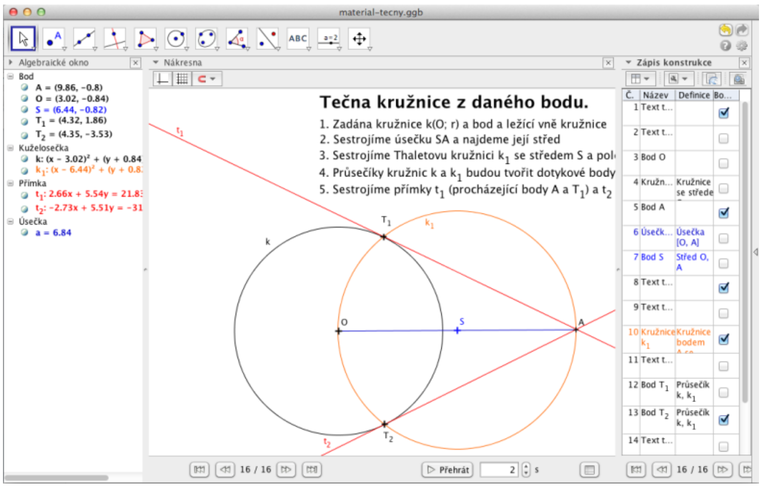
Při nastavení krokování je však nutné nastavit, které kroky mají být součástí animace. Jednotlivé části se nemusí objevovat jednotlivě, ale po jednotlivých skupinách, aby animace neměla zbytečně velký počet kroků.

Obr. 76 – Vytvořená úloha v aplikace GeoGebra se zobrazeným panelem krokování



Abychom dané kroky mohli nastavit, je nutné ještě zapnout panel se zápisem konstrukce (v menu *Zobrazit – Zápis konstrukce*), ve kterém je ještě nutné zobrazit sloupeček se zaškrtávacími políčky pro body zastavení (první tlačítko v tomto panelu a položka *Bod zastavení*). Nyní vybereme jednotlivé body a na závěr vybereme *Zobrazit jen body zastavení* – tuto možnost najdeme pod druhým tlačítkem v tomto panelu (Obr. 77).

Obr. 77 – Vytvořená úloha v aplikace GeoGebra s podoknem pro zápis konstrukce



Jakmile je nastavení kompletní, pomocí menu Zobrazit skryjeme panely *Algebraické okno* a *Zápis konstrukce* – tyto panely studenti pro prohlížení studijního materiálu nepotřebují.

Posledním krokem je zpřístupnění studijního materiálu studentům. Zde je několik možností:

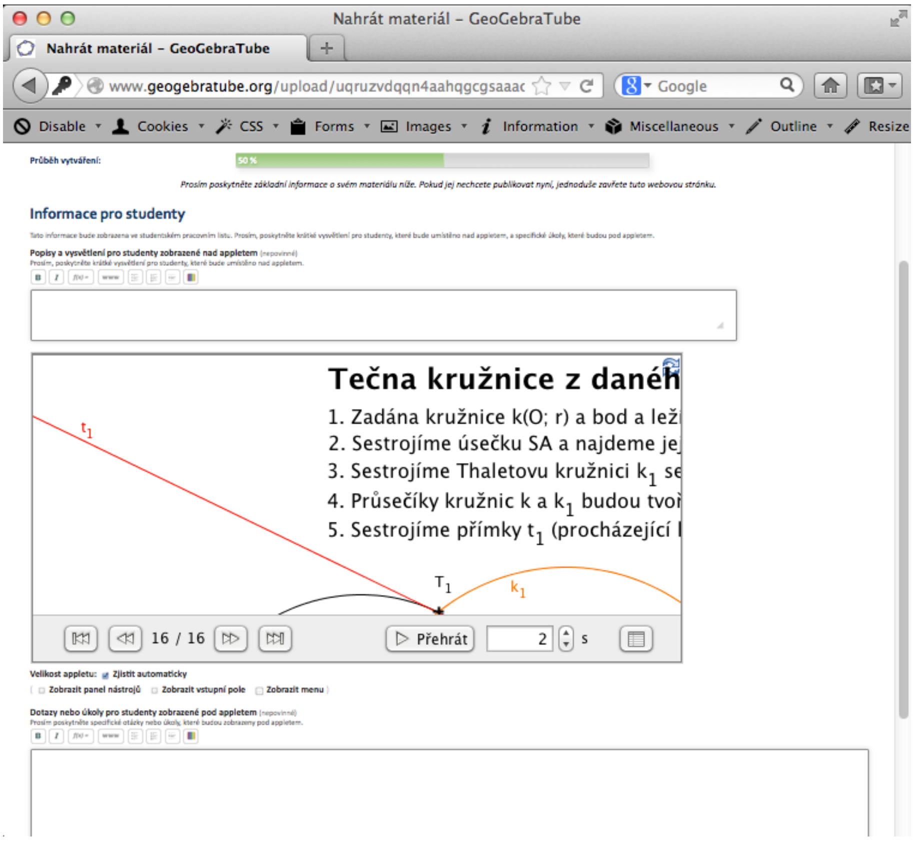
- Daný materiál můžeme distribuovat jako soubor ve formátu aplikace GeoGebra (zde je však nutné, aby student měl aplikaci nainstalovanou).
- Můžeme soubor umístit na server GeoGebraTube[11], ze kterého lze umístit do internetové stránky nebo sdílet pomocí odkazu.
- Můžeme jednotlivé kroky animace vyexportovat do formátu obrázků, které můžeme umístit do prezentace.

V tomto případě se jevil jako nejvhodnější server GeoGebraTube. Odkaz se potom umístí na stránku, kde jsou sdílenA data pro studenty.

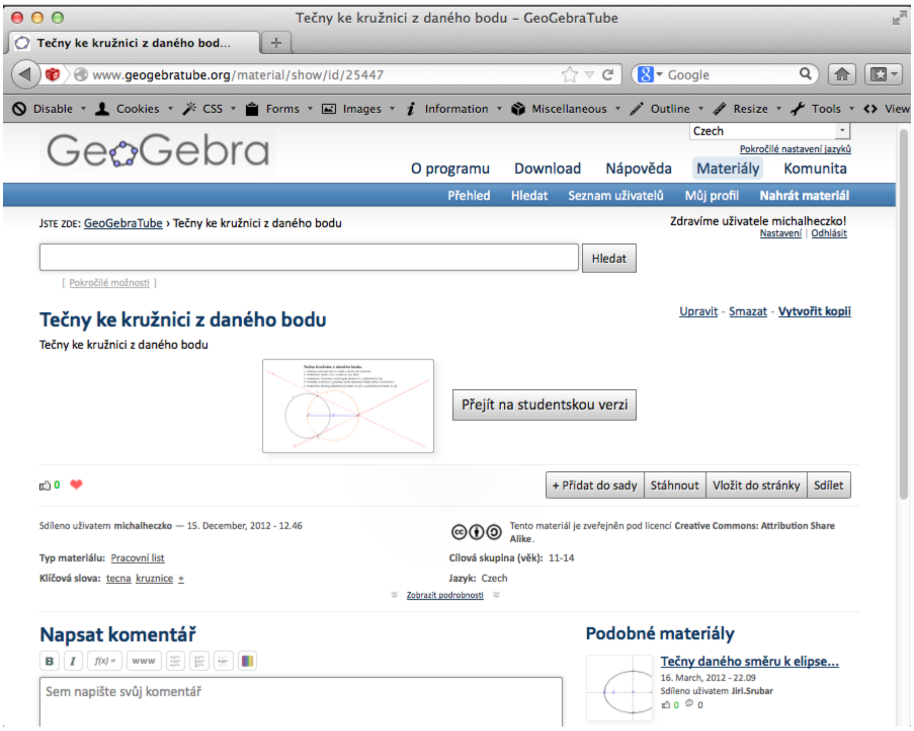
Export na server GeoGebraTube lze provést z menu *Soubor – Sdílet*. Následně se zobrazí v internetovém prohlížeči stránka (Obr. 78), kde stačí vyplnit potřebné údaje popisující daný materiál (název, krátký popis úlohy, jazyk, věk studenta a klíčová slova) a export materiálu je dokončen. Umístění na tento server je zcela bezplatné, nutná je pouze registrace na základě platného e-mailu (nebo přihlášení účtem Google, Facebook, Twitter nebo OpenID). Po dokončení je materiál zobrazen a je možno s ním dále pracovat (Obr. 79).

[11] K dispozici na adrese http://www.geogebratube.org

Obr. 78 – Vložení úlohy na server GeoGebraTube



Obr. 79 – Správa materiálu na serveru GeoGebraTube



7.2 Konstrukce trojúhelníku a čtyřúhelníku

7.2.1 Obsah každé úlohy

Každá úloha, která byla v rámci této práce vytvořena, je chápána jako samostatná konstrukční úloha, kde je na praktickém příkladu studentům vysvětlován postup řešení daného typu úlohy. Po příkladu, který obsahuje podrobné vysvětlení, následuje vždy několik příkladů, které slouží k procvičení dané látky. I u těchto příkladů je však uvedeno kompletní řešení daného úkolu.

Každý příklad se skládá z několika částí tak, jak byli studenti již v předchozích letech u konstrukčních úloh seznámeni:

1. Zadání
2. Rozbor
3. Postup
4. Zkouška
5. Diskuse

Toto pořadí je zachováno u všech zde řešených úloh.

8 Hodnocení použití úloh ve výuce

Poslední částí této práce je vyhodnocení použití vytvořených úloh ve výuce. Toto hodnocení se skládá ze tří částí:

- Dotazníkové šetření mezi studenty
- Porovnání studijních výsledků
- Hodnocení vytvořených úloh učitelem

8.1 Dotazníkové šetření mezi studenty

První částí hodnocení vytvořených materiálů je dotazníkové šetření mezi studenty. Materiály pro výuku jsou tvořeny hlavně pro studenty, proto je důležité znát jejich názor na věc, popřípadě materiály upravit tak, aby se s nimi studentům lépe pracovalo.

8.1.1 Obsah dotazníku

Pro získání informací od studentů byl vytvořen elektronický formulář ve službě „Disk Google“, který studenti vyplnili. Jejich odpovědi byly následně shrnuty a vyhodnoceny.

Dotazník se skládal ze 13 otázek, z toho bylo 11 otázek uzavřených. V těchto otázkách byl studentům předložen výrok a oni mohli vybrat jednu z následujících možností odpovědi:

- Zcela souhlasím
- Spíše souhlasím
- Nevím
- Spíše nesouhlasím
- Zcela nesouhlasím

V případě zbývajících dvou otázek se jednalo o otevřené otázky, kde student mohl zapsat libovolnou odpověď.

Seznam všech otázek shrnuje následující tabulka.

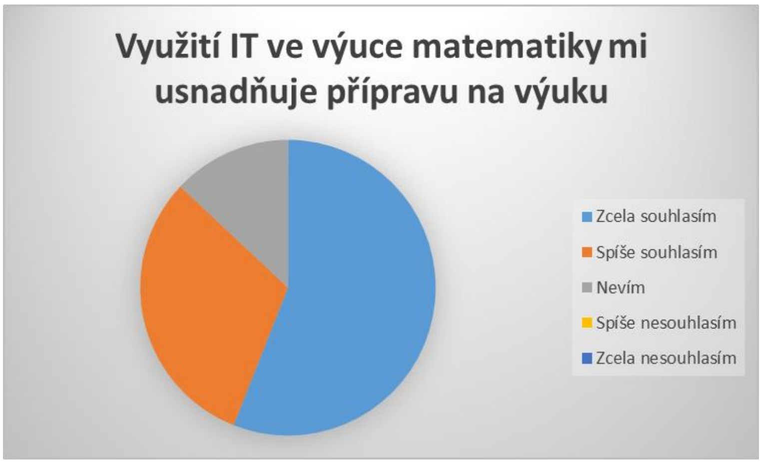
Tab. 8 – Seznam otázek dotazníkového šetření

Číslo otázky	Text otázky	Typ otázky
1	Využití IT ve výuce matematiky mi komplikuje přípravu na výuku	Uzavřená
2	Využití IT ve výuce matematiky mi usnadňuje přípravu na výuku	Uzavřená
3	Ve výuce matematiky by se měly využívat více informační technologie	Uzavřená
4	Vyhovuje mi lépe zpracování látky ve formě prezentace (než běžný zápis na tabuli)	Uzavřená
5	Sdílení materiálů přes server "Online výuka" mi vyhovuje	Uzavřená
6	Odevzdávání úkolů přes server "Online výuka" mi vyhovuje	Uzavřená
7	Je vhodné využívat server "Online výuka" pro komunikaci s učitelem	Uzavřená
8	Materiály do geometrie zpracované na online výuce (pomocí nákresů a animací) jsou přehledné	Uzavřená
9	Materiály do geometrie zpracované na online výuce (pomocí nákresů a animací) mi usnadňují přípravu na písemku	Uzavřená
10	Materiály do geometrie zpracované na online výuce (pomocí nákresů a animací) mi umožňují lépe pochopit látku	Uzavřená
11	Místo klasického rýsování a zápisu bych uvítal(a) řešení úkolu přímo na počítači (pomocí aplikace Geogebra)	Uzavřená
12	Hodnocení použití materiálů z geometrie ve výuce	Otevřená
13	Hodnocení použítí IT ve výuce matematiky	Otevřená

8.1.2 Výsledky dotazníkového šetření

V první otázce dotazníku se objevilo tvrzení „Využití IT ve výuce matematiky mi usnadňuje přípravu na výuku“. S tímto tvrzením studenti převážně souhlasili (56 % - „Zcela souhlasím“, 31 % - „Spíše souhlasím“, 13 % - „Nevím“, 0 % - „Spíše nesouhlasím“ a 0 % - „Zcela nesouhlasím“). Studenti kladně hodnotili větší názornost materiálů (například v možnosti použít animaci pro krokování konstrukce) a možnost se k nim doma vrátit.

Obr. 80 – Vyhodnocení otázky „Využití IT ve výuce matematiky mi usnadňuje přípravu na výuku“

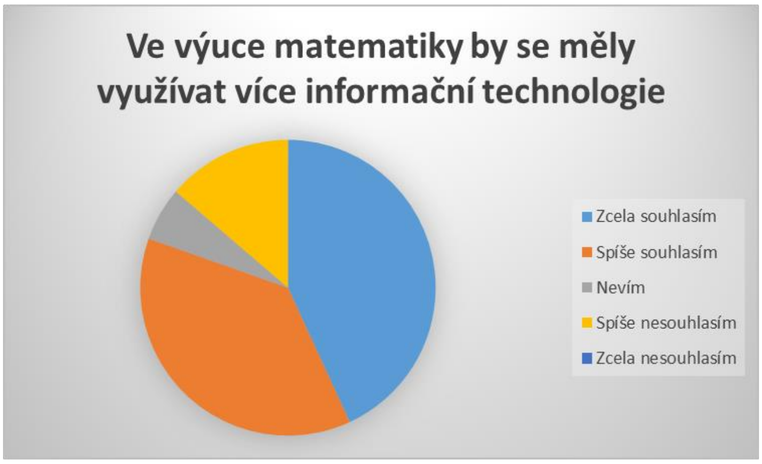


Druhou otázkou byla otázka „Využití IT ve výuce matematiky mi komplikuje přípravu na výuku“. S tímto tvrzením vyjádřili studenti nesouhlas (6 % - „Zcela souhlasím“, 0 % - „Spíše souhlasím“, 6 % - „Nevím“, 25 % - „Spíše nesouhlasím“ a 63 % - „Zcela nesouhlasím“). Ojedinělé souhlasné názory se objevily převážně z důvodu použití počítače a existence překážek v jeho domácím použití.

Obr. 81 – Vyhodnocení otázky „Využití IT ve výuce matematiky mi komplikuje přípravu na výuku“

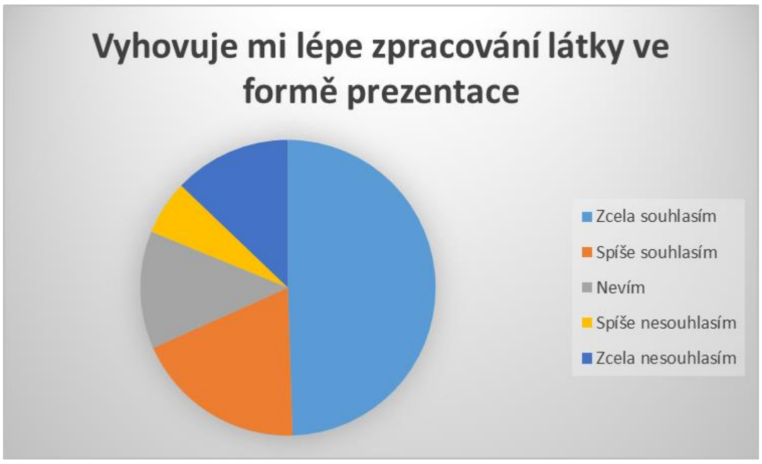
Otázka “Ve výuce matematiky by se měly využívat vice informační technologie” úzce souvisí s informační gramotností studenta a oblíbeností výpočetní techniky u studentů. Převažovaly zde však kladné odpovědi (44 % - „Zcela souhlasím“, 38 % - „Spíše souhlasím“, 6 % - „Nevím“, 13 % - „Spíše nesouhlasím“ a 0 % - „Zcela nesouhlasím“).

Obr. 82 – Vyhodnocení otázky „Ve výuce matematiky by se měly využívat více informační technologie“



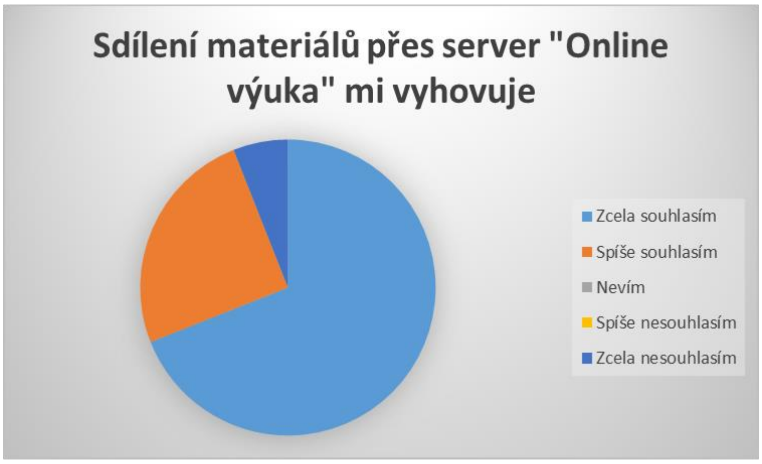
U otázky „Vyhovuje mi lépe zpracování látky ve formě prezentace“ převažovaly kladné odpovědi ve třech čtvrtinách případů (50 % - „Zcela souhlasím“, 19 % - „Spíše souhlasím“, 13 % - „Nevím“, 0 % - „Spíše nesouhlasím“ a 13 % - „Zcela nesouhlasím“). Problémy se objevovaly zejména v čitelnosti některých materiálů. Čitelnost ovlivňovalo zejména umístění projektoru a světelné podmínky v místnosti. Studentům naopak vyhovovala možnost si materiály stáhnout z WWW stránek.

Obr. 83 – Vyhodnocení otázky „Vyhovuje mi lépe zpracování látky ve formě prezentace“



Otázka „Sdílení materiálů přes server ONLINE VÝUKA mi vyhovuje“ se objevují spíše kladné odpovědi (69 % - „Zcela souhlasím“, 25 % - „Spíše souhlasím“, 0 % - „Nevím“, 0 % - „Spíše nesouhlasím“ a 6 % - „Zcela nesouhlasím“). Menší problém způsobuje server ONLINE VÝUKA. U některých studentů se objevovaly problémy s přístupovými údaji, které občas zapomněli a také se SW vybavením počítače (materiály vyžadují mít nainstalovaný doplněk JAVA, aby mohly být zobrazeny) – tento problém byl řešen individuálně a ve většině případů se podařil vyřešit.

Obr. 84 – Vyhodnocení otázky „Sdílení materiálů přes server ONLINE VÝUKA mi vyhovuje“



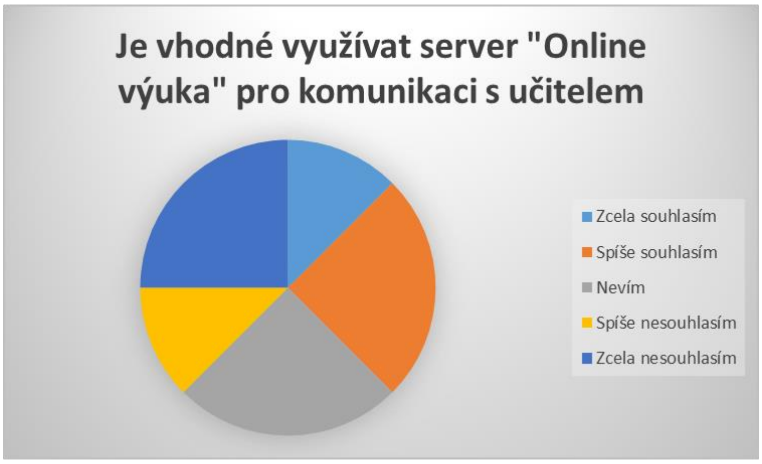
U otázky „Odevzdávání úkolů přes server ONLINE VÝUKA mi vyhovuje“ se objevují jak kladné, tak záporné odpovědi (25 % - „Zcela souhlasím“, 19 % - „Spíše souhlasím“, 13 % - „Nevím“, 25 % - „Spíše nesouhlasím“ a 19 % - „Zcela nesouhlasím“). Příčinou jsou již zmiňované problémy použití serveru ONLINE VÝUKA a problematika elektronického zpracování některých typů příkladů. Tato metoda se osvědčila spíše u úkolů, které lze zadat testovými otázkami.

Obr. 85 – Vyhodnocení otázky „Odevzdávání úkolů přes server ONLINE VÝUKA mi vyhovuje“

U otázky „Je vhodné využívat server ONLINE VÝUKA pro komunikaci s učitelem“ se objevují jak kladné, tak záporné odpovědi (13 % - „Zcela souhlasím“, 25 % - „Spíše souhlasím“, 25 % - „Nevím“, 13 % - „Spíše nesouhlasím“ a 25 % - „Zcela nesouhlasím“). Příčinou jsou hlavně již zmiňované problémy použití serveru ONLINE

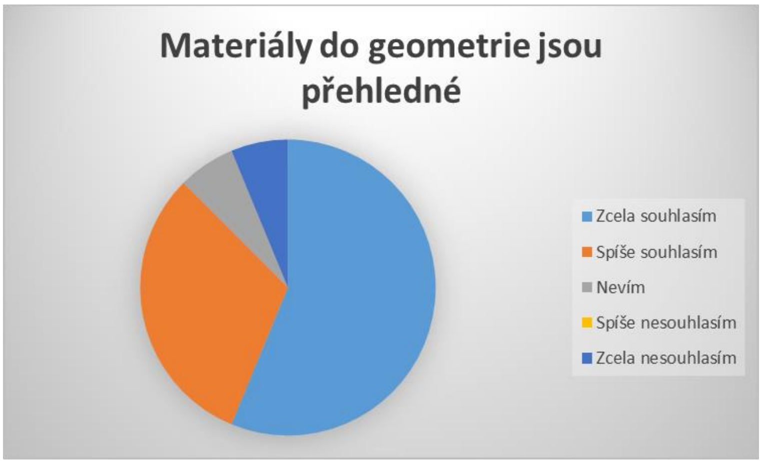
VÝUKA a to, že pro komunikaci spíše využíváme možnost e-mailu, či sociální sítě (skupina na síti Facebook).

Obr. 86 – Vyhodnocení otázky „Je vhodné využívat server ONLINE VÝUKA pro komunikaci s učitelem“



Otázka „Materiály do geometrie jsou přehledné“ má převážně kladnou odpověď (56 % - „Zcela souhlasím“, 31 % - „Spíše souhlasím“, 6 % - „Nevím“, 0 % - „Spíše nesouhlasím“ a 6 % - „Zcela nesouhlasím“). Menší nepřehlednost byla způsobena hlavně u úloh, kde bylo použito více pomocných kružnic, apod. Tato nepřehlednost byla později odstraňována například kombinací více barev v konstrukci.

Obr. 87 – Vyhodnocení otázky „Materiály do geometrie jsou přehledné“

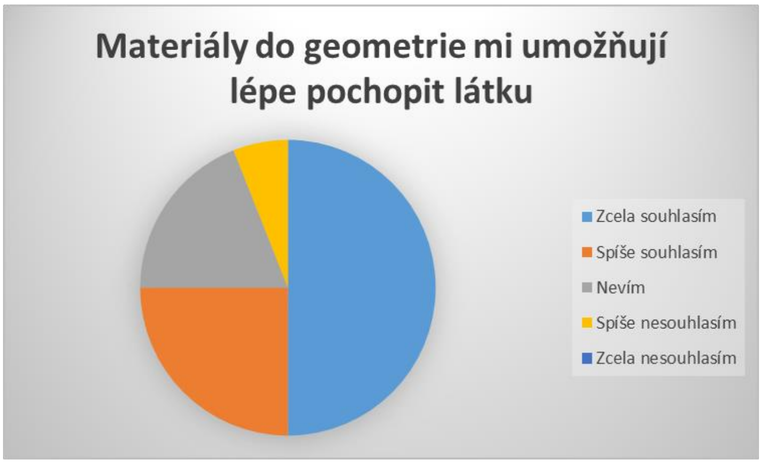


Otázka „Materiály do geometrie mi usnadňují přípravu na písemku“ má zcela kladnou odpověď (69 % - „Zcela souhlasím“, 25 % - „Spíše souhlasím“, 6 % - „Nevím“, 0 % - „Spíše nesouhlasím“ a 0 % - „Zcela nesouhlasím“). Z komentářů studentů v dotazníku lze zmínit důvody, kterými jsou „Možnost krokování postupu“ a „Možnost vrátit se k danému úkolu doma“. Zejména druhý důvod je výhodný v případě nepřítomnosti studenta ve škole

Obr. 88 – Vyhodnocení otázky „Materiály do geometrie mi usnadňují přípravu na písemku“

Otázka „Materiály do geometrie mi umožňují lépe pochopit látku“ má převážně kladnou odpověď (50 % - „Zcela souhlasím“, 25 % - „Spíše souhlasím“, 19 % - „Nevím“, 6 % - „Spíše nesouhlasím“ a 0 % - „Zcela nesouhlasím“). Tento výsledek byl patrný i z komentáře studentů, kterým hlavně vyhovovala možnost si konstrukci krokovat v animaci, a tím lépe pochopit postup (na rozdíl od statického obrazu v sešitě).

Obr. 89 – Vyhodnocení otázky „Materiály do geometrie mi umožňují lépe pochopit látku“



Poslední otázka z bloku uzavřených otázek byla otázka „Místo klasického rýsování a zápisu bych uvítal(a) řešení úkolů přímo na počítači“. Toto téma je dle mého pozorování problematické. Hlavní překážkou je možnost realizace ve škole - kvůli nedostatku počítačových učeben. Druhý problém je vidět i na odpovědích studentů. Možnost „Zcela nesouhlasím“ zvolilo 31 % studentů, 13 % „Spíše nesouhlasím“ a 19 % „Nevím“. Pouze menší část studentů měla kladné stanovisko (31 % - „Zcela souhlasím“ a 6 % - „Spíše souhlasím“). Problematická je totiž gramotnost studentů v této oblasti. Studenti by se museli seznámit s ovládáním programu, a kromě úsilí na řešení úkolu by museli vložit úsilí i do ovládání daného SW.

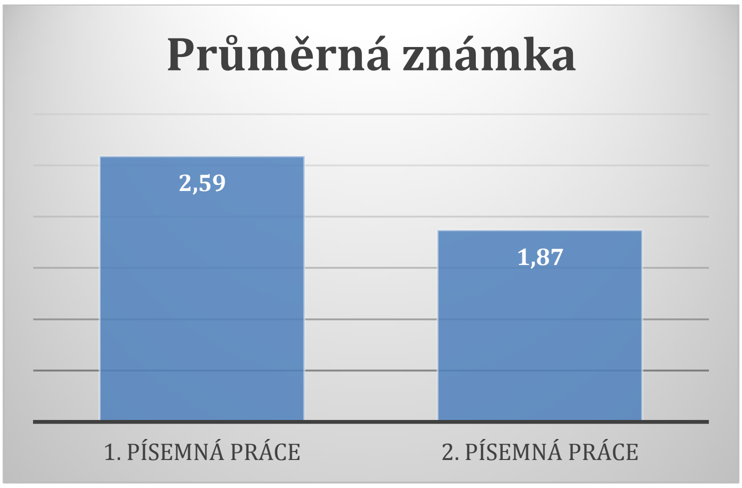
Obr. 90 – Vyhodnocení otázky „Místo klasického rýsování a zápisu bych uvítal(a) řešení úkolů přímo na počítači“

U posledních dvou otázek byla možnost zadat otevřenou odpověď. Odpovědi na tyto otázky byly využity při komentování odpovědí u předchozích otázek. Většinou totiž obsahovaly důvod volby odpovědi na předchozí otázky.

8.2 Porovnání studijních výsledků

Druhou částí hodnocení materiálů je srovnání studijních výsledků. Srovnání bylo provedeno tak, že byly srovnány výsledky dvou písemných prací z oblasti geometrie. Jedna práce obsahovala téma konstrukční geometrie, ke kterému nebyly zpracovány výukové materiály. Studenti tedy byli odkázáni na přípravu pomocí učebnice a vlastních zápisů v sešitě. Druhá písemná práce byla psána z konstrukce trojúhelníku. Zde již studenti měli k dispozici vytvořené výukové materiály pro přípravu. U studentů je patrné zlepšení v průměru o více než půl stupně (u první zmíněné práce se jednalo o průměr 2,59, u druhé zmiňované práce se jednalo o průměr 1,87).

Obr. 91 – Srovnání průměrné známky z písemných prací



Obě písemné práce byly srovnatelné rozsahem, obtížností i hodnocením. Srovnání není zcela objektivní (vhodnější by byl delší průzkum se srovnáním mezi více třídami, kdy jedna třída dané výukové materiály používá, a druhá ne), avšak aspoň částečnou představu o přínosnosti těchto materiálů dává.

8.3 Hodnocení vytvořených úloh učitelem

Poslední částí hodnocení je hodnocení vytvořených úloh učitelem. Toto hodnocení je relativně subjektivní, protože se jedná o hodnocení autorem studijních materiálů. Je však na místě, protože má shrnout zkušenosti s vytvořenými materiály z pohledu učitele.

Vytvořené materiály pokrývají dané téma tak, jak bylo naplánováno. Materiály vhodně doplňují výuku. Při výuce byly doplňovány pro lepší vysvětlení i s konstrukcí náčrtku na tabuli.

Původně bylo v plánu, aby studenti byli schopni řešit úlohy i pomocí konstrukce v geometrické aplikaci (v našem případě v aplikaci GeoGebra), avšak tento plán narazil na několik překážek. První překážkou byl časový rozsah v tematickém plánu. V daném počtu hodin není možné zařadit výuku pomocí geometrických aplikací. Problém je zejména v tom, že se v tomto případě musí kombinovat výuka dané látky s vysvětlením ovládání dané geometrické aplikace. Zde však není gramotnost studentů v oblasti informačních technologií tak vysoká, aby to byli schopni zvládnout. Do budoucna by bylo vhodné zvážit, zda by bylo vhodné zařadit použití dané geometrické aplikace do předmětu „Informatika a výpočetní technika“, kde by se s aplikací studenti seznámili a následně by ji už v matematice mohli používat. Popřípadě lze realizovat tuto možnost ve vyšších ročnících gymnázia, kde je informační gramotnost studentů o něco vyšší.

Druhým problémem, který v tomto případě nastal, byla nutnost výuky matematiky v počítačové učebně. Přednostně je totiž v počítačových učebnách vyučován předmět „Informatika a výpočetní technika“.

Jako nejvhodnější se nakonec jevilo použití vytvořených příkladů při výkladu. Sloužily jako vhodná vizualizace výkladu, a také pro domácí přípravu studentů na výuku.

ZÁVĚR

Cílem této práce bylo zmapování situace v oblasti geometrických aplikací, které lze využít ve školské matematice a ve vybrané aplikaci vytvořit výukové materiály, které bude možné využít ve výuce matematiky na 2. stupni základní školy nebo v odpovídajících ročnících osmiletého gymnázia.

Při mapování situace v oblasti geometrických aplikací bylo zjištěno, že existuje velké množství geometrických aplikací, z nichž většina nabízí široké spektrum funkcí, které se uplatní zejména při výuce planimetrie.

Z nabízených produktů byly vyzkoušeny následující aplikace:

- Cabri Geometry
- GeoGebra
- GeoNext
- Dr. Geometry

Kromě těchto aplikací, které byly zmíněny, existuje také celá řada dalších geometrických aplikací, které lze využít pro výuku.

Nejrozšířenější aplikací v českých školách je Cabri Geometry. Nevýhodou této aplikace je však vyšší pořizovací cena. Ostatní nabízené aplikace nabízejí obdobné funkce, ovšem s různým uživatelským komfortem.

Pro vytvoření úloh pro výuku byla nakonec zvolena aplikace GeoGebra. Jedná se o relativně novou aplikaci, avšak tato aplikace se dynamicky rozvíjí (např. chystá se i speciální verze pro tablety), lze ji využívat přímo v internetovém prohlížeči, a navíc je zdarma. Tyto výhody přinášejí studentům i učitelům možnost je využívat i na svých domácích počítačích.

V praktické části této práce byla nejprve provedena analýza rámcového vzdělávacího programu a školního vzdělávacího plánu z hlediska výuky geometrie na Gymnáziu a Jazykové škole s právem státní jazykové školy Zlín a následně byly v aplikaci GeoGebra vytvořeny 3 sady výukových materiálů:

- Základní konstrukce

- Konstrukce trojúhelníku
- Konstrukce čtyřúhelníku

V první části (základní konstrukce) byla vytvořena sada 12 animací, které lze využít při výkladu nebo pro přípravu na výuku. Druhá část (konstrukce trojúhelníku a konstrukce čtyřúhelníku) obsahuje celkem 25 řešených úloh různé náročnosti (jak základní typy úloh, tak náročnější úlohy pro talentované studenty).

Veškeré úlohy, které byly vytvořeny, byly také ověřeny ve výuce. Následně byly vyhodnoceny. Hodnocení bylo provedeno pozorováním a zkušeností učitele, srovnáním známek z testů a dotazníkovým průzkumem mezi studenty.

Z hodnocení lze vyvodit následující závěry:

- Vytvořené materiály měly u studentů kladný ohlas.
- Použití vytvořených materiálů mělo kladný vliv na studijní výsledky.
- Materiály vhodně doplňují výklad a jsou vhodné pro domácí přípravu studentů na výuku.
- Většímu použití geometrických aplikací pro řešení úkolů zatím brání nižší gramotnost studentů v oblasti informačních a komunikačních technologií.

Jak je patrno z předchozích řádků, geometrické aplikace mohou mít do budoucna uplatnění ve výuce a mají na výuku pozitivní vliv. Materiály vytvořené v této práci byly uveřejněny na webu školy a jsou také přiloženy na DVD k této práci. Dále jsou materiály publikovány na WWW stránce http://student.gjszlin.cz/vyuka. Ke stránce je nutné se přihlásit uživatelským jménem a heslem, které je následující:

- Uživatelské jméno: upol.mat
- Heslo: upol.2013

Po přihlášení je třeba v pravé části vybrat kurz „Matematika – Geometrické konstrukce – Tercie“.

Materiály budou do budoucna využívány ve výuce na Gymnáziu a Jazykové škole s právem státní jazykové školy Zlín a budou dále zdokonalovány a rozšiřovány.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

[1] BĚLOUN, František. Sbírka úloh z matematiky pro základní školu. 8. vyd. Praha: Prometheus, 2003, 254 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-719-6104-3

[2] *Cabri Geometrie II Plus*: *Příručka pro uživatele* [online]. Dostupné z WWW: http://www.pf.jcu.cz/p-mat/texty/vrba/manual_CabriPlus.pdf

[3] *EU peníze školám* [online]. Dostupné z WWW: http://www.msmt.cz/strukturalni-fondy/eu-penize-skolam

[4] *GeoGebra Wiki* [online]. 2012. Dostupné z: http://wiki.geogebra.org/cs/

[5] Heczko, M. Problematika práce žáků s PC v naší škole a její význam pro edukační proces. Závěrečná práce, "Studium pedagogiky". Zlín: Národní institut pro další vzdělávání. 2011.

[6] HERMAN, Jiří a kol. *Geometrické konstrukce*: *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 978-80-7196-114-7.

[7] HERMAN, Jiří a kol. *Kruhy a válce*: *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. ISBN 978-80-7196-023-2.

[8] HERMAN, Jiří a kol. *Osová a středová souměrnost*: *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií*. 2. vyd. Praha: Prometheus, 2003. ISBN 978-80-7196-258-8.

[9] HERMAN, Jiří a kol. *Podobnost a funkce úhlů*: *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2001. ISBN 978-80-7196-225-0.

[10] HERMAN, Jiří a kol. *Trojúhelníky a čtyřúhelníky*: *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií*. 2. vyd. Praha: Prometheus, 2006. ISBN 978-80-7196-332-5.

[11] *Intergeo*: *Společná interaktivní geometrie pro Evropu* [online]. 2010. Dostupné z: http://i2geo.net/

[12] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. 2010 [cit. 2012-11-04]. Výzkumný ústav pedagogický v Praze. Dostupné z WWW: <http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV-pomucka-ucitelum.pdf>

[13] *ŠVP Otevřená škola I* [online]. 2007 [cit. 2012-08-23]. Gymnázium a Jazyková škola s právem státní jazykové zkoušky Zlín. Dostupné z WWW: <http://www.gjszlin.cz/gztgm/dokumenty/svp/SVP-otevrena-skola-i-c.pdf>.

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM TABULEK