MOTIVUJÍCÍ PROSTŘEDÍ V MATEMATICE

Matyho putování do země Kurkudománie

Pohádkový příběh propojující devět matematických problémů

Metodická příručka pro učitele

Autor: JERJOVÁ Radka

Rok 2013

PŘEDMLUVA

Materiál, který právě držíte v ruce, obsahuje soubor devíti matematických úloh propojených autorským motivačním příběhem. Tím nás provází postava chlapce Matyho, který se se svými kamarády ocitá ve fantazijní zemi Kurkudománii. Zde se při svém putování setkává s místními obyvateli, Kurkudy, poznává zdejší krajinu, zvířata a během cesty musí překonat nejednu překážku tvořenou matematickou úlohou.

Tato brožura je zpracována jako komplexní pomůcka pro všechny učitele, kteří chtějí dát svým hodinám matematiky netradiční nádech, vzbudit v žácích vnitřní motivaci a touhu po aktivním objevování řešitelských strategií. Všechny zvolené matematické úlohy jsou zaměřené převážně na rozvíjení logického myšlení a hledání vhodných metod řešení.

Součástí brožury je elektronická vizuální prezentace určená k promítání žákům a usnadnění práce učiteli. Obsahuje jak kompletní příběh s ilustracemi, tak krok za krokem řešené matematické úlohy s uvedenými nejméně třemi způsoby řešení.

Celý motivační program je určený pro žáky 5. ročníku ZŠ. Nejedná se o záležitost na jednu vyučovací hodinu, ale je třeba úlohy rovnoměrně rozložit. Také je možné tento příběh využít jako projektové vyučování nebo motivační náplň školy v přírodě. Motivující prostředí je déle možné využít i v rámci mezipředmětových vztahů – ve VV mohou žáci kreslit vlastní ilustrace do příběhu, v ČJ vymýšlet písmo Kurkudů, v cizím jazyce řeč Kurkudštinu, aj., kreativitě se meze nekladou.

1. část brožury obsahuje:

- motivační příběh včetně ilustrací,
- znění matematických úloh (označeny barevnou postranní čarou).

2. část brožury obsahuje:

- souhrn rozvíjených kompetencí,
- zadání matematické úlohy přímo přejaté z prezentace,
- charakteristiku matematických úloh z hlediska jejich cíle, učiva, zařazení (typu), doporučené pomůcky k řešení úloh,
- rozepsaný metodický postup s odkazy na konkrétní snímky v prezentaci.

1. část

MATYHO PUTOVÁNÍ DO ZEMĚ KURKUDOMÁNIE

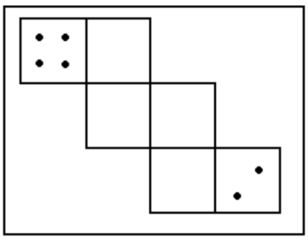
To vám bylo zase jednou odpoledne. Maty přišel ze školy a nevěděl, co má dělat. Určitě to znáte, venku pršelo, v televizi nic nedávali a rodiče ještě nebyli doma. Mohl dělat domácí úkoly, to je pravda, zrovna na matematiku jich má na zítra dost. Ale komu by se chtělo? Matesovi tedy ne! Chvíli se díval z okna a pak ho napadlo, že půjde prošmejdit staré krabice na půdu. Třeba tam najde nějaký poklad.

Půda byla plná prachu a pavučin. Dlouho tam nikdo nebyl. To Matymu ale nevadilo. Připadalo mu to tak dobrodružnější. Chvíli se prohraboval starými krámy, až zvednul hlavu a všimnul si díry mezi střešními trámy. Něco v té díře bylo. Maty natáhl ruku a skrz starou pavučinu zašmátral v díře. Nevěřili byste, co tam našel.

Byla to kniha. Měla starou koženou vazbu. Maty z ní rukávem setřel prach. Zvláštní kameny různých tvarů a barev, které z vrchní strany vystupovaly, mu začaly do očí házet barevné odlesky. Ne že by Maty rád četl, to ne. Ale kdybyste našli takovouto knihu, taky byste se do ní s chutí začetli tak, jako náš Maty.

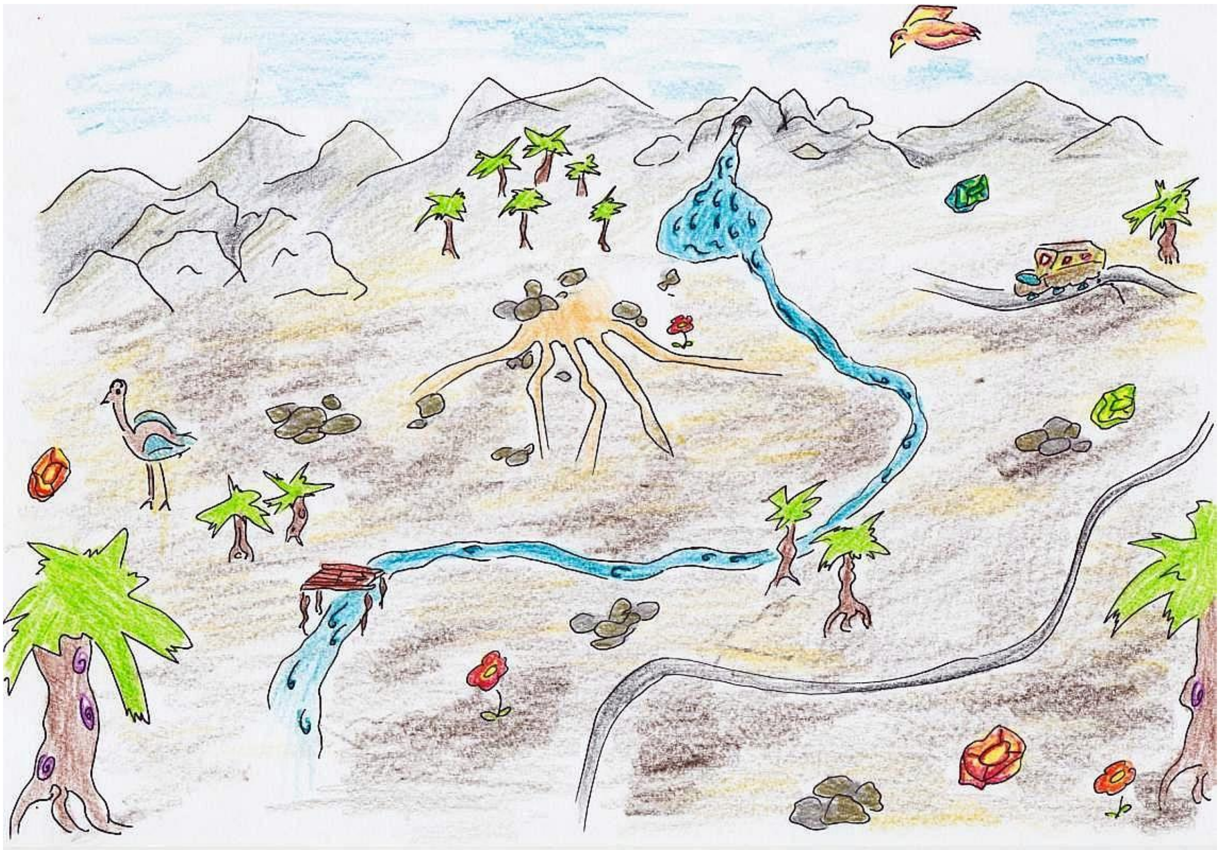
Maty otevřel knihu a hned na první straně stálo: „Nyní se chystáš vydat do světa plného dobrodružství, které zažije jen málokdo. Aby ses dozvěděl, co za první stránkou ukrývám, musíš vyřešit následující hádanku:“

Doplň chybějící oka na síti hrací kostky (Jedná se o klasickou kostku, kterou znáš z nejrůznějších stolních her.)



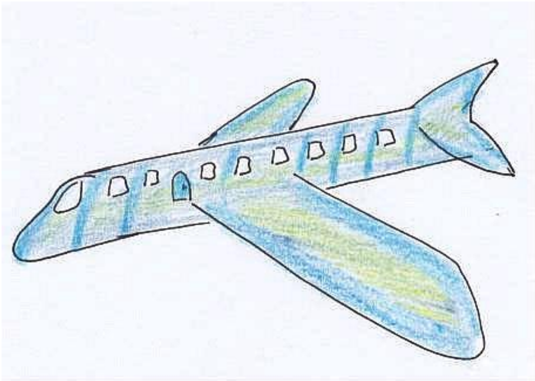
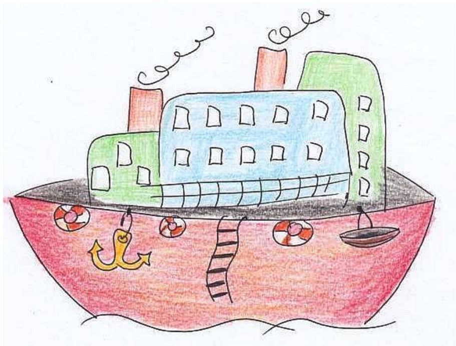
Když Maty rozluštil první úkol, začal listovat knihou a prohlížet úžasné obrázky, jak to vypadá v Kurkudománii. Také si přečetl, že vše je tam trochu jiné než u nás. Kurkudi vypadají jinak než my, ale podle knihy jsou velice přátelští.

Také tam mají trochu jiná zvířata, která jsou našim podobná. Co se však Matymu líbilo nejvíc, byly barevné kameny, úplně ty stejné, jako jsou na obalu knihy. Blyštily se všude na zemi, v kamení a ve skalách.



Matyho Kurkudománie stále více a více lákala. Chtěl by se tam podívat. A kniha, jako by znala jeho přání. Na konci ní našel pozvánku do země kurkudů, Kurkudománie. Stálo tam, že s sebou má vzít i své kamarády a spolužáky ze školy. Maty neváhal ani chviličku. Hned druhý den o tom ještě před školou všem řekl a tak, jak to kniha radila, vydal se s kamarády za dobrodružstvím. Dohromady se na cestu vydalo 24 dětí.

Některé děti se vydaly na cestu letadlem, jiné lodí a některé dokonce jely půlku cesty lodí a půlku letěly letadlem. Daly si sraz v Kurkudománii. Aby si byl ale Maty jistý, kolik dětí letělo letadlem, kolik jelo lodí a kolik zvolilo kombinovanou cestu, musí si to spočítat.

Maty ví, že jich je dohromady 24. Každý z nich si koupil letenku nebo lodní lístek. Někteří si ale koupili letenku i lodní lístek. 10 dětí si koupilo letenku a 20 dětí si koupilo lodní lístek.

Kolik dětí letí jenom letadlem, kolik pluje jenom lodí a kolik dětí zvolilo kombinovanou cestu?

Jen co všichni dorazili bezpečně do Kurkudománie, čekalo na ně další překvapení. Brána, která otevírala tuto zemi Kurkudů, byla zamčená. Na její odemčení bylo potřeba vyluštit kód, který byl na ní napsaný.

Písmena nahraďte číslicemi tak, aby platila podmínka, že jedno písmeno zastupuje právě jednu číslici 0-9.

Pokud toto vyřešíte správně, dostanete kód, který vás pustí do země.

$$
\begin{array}{r}
KURT \\
URT \\
RT \\
\underline{T} \\
KKKK
\end{array}
$$

Tak tohle dalo všem opravdu zabrat. Ale stálo to za to. Brána se otevřela a před Matym a dětmi se rozléhala krásná krajina Kurkudů, plná blyštivých kamenů. Hned za branou na ně také čekal jeden Kurkud. Jmenoval se Krudo. Protože všechny čekala dlouhá cesta, Krudo jim nabídl jejich dopravní prostředky.

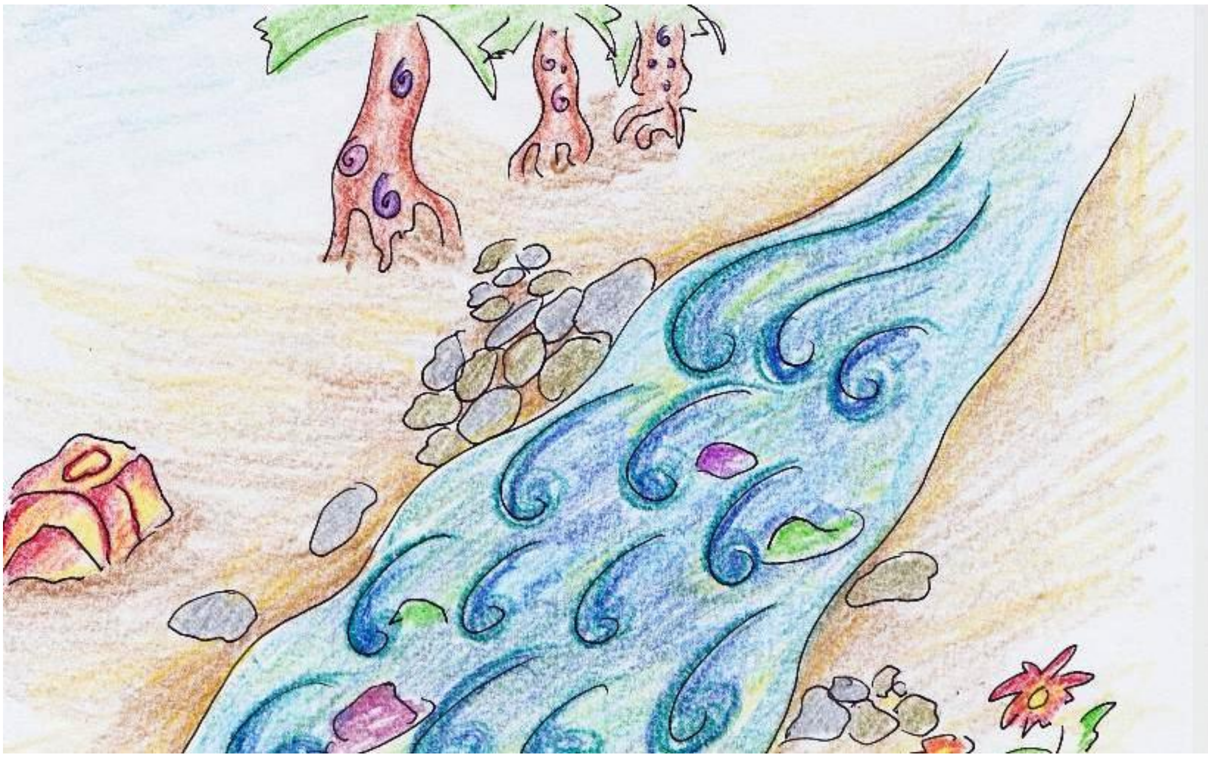
Měli tu *bloudy* (zvíře podobné velbloudovi), *šrosy* (chodící pták podobný pštrosovi) a *alvíky* (beznozí ptáci, kteří v zobáku nosí zavazadla).

Kolik kterých zvířat děti dostaly, když víme, že dohromady měly 33 hlav a 84 nohou? Maty to musí vypočítat, aby věděl, zda se zvíře dostane na každého a nebo zda se budou muset děti po cestě střídat. A nesmějí také zapomenout, že s nimi pojede Krudo.
Dokážeme Matymu s řešením pomoci, nebo potřebujeme znát ještě nějaké údaje?

Cesta byla dlouhá, ale všem rychle utíkala. Nemohli se vynadívat tou krajinou, co kolem vidí. Alvíci létali nad nimi s jejich zavazadly.

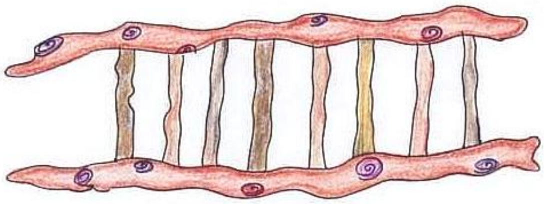
Až všichni došli k řece. Tady se zastavili a slezli ze zvířat. Alvíci jim dali zavazadla na zem a kroužili po obloze. Přes řeku šrosi ani bloudi nepůjdou. Je potřeba postavit most. Kurkud Krudo jim prozradil, jak je řeka široká a jaký kus mostu musí být přes pravý a přes levý břeh. Pojďme se na to podívat a vypočítat, jak bude most dlouhý.

Víme, že řeka je široká 120 metrů a přes ni má být rovný most.
¼ mostu se musí tyčit nad levým břehem řeky a ¼ mostu nad pravým břehem řeky.
Jak bude most dlouhý?



Když to Maty se svými kamarády pěkně vypočítal, nařídil Krudo létajícím alvíkům, aby most postavili. Ale co se nestalo. Most už stál, to jo, ale jak. Byl dva metry nad zemí a nedalo se na něj vylézt.

V tom jedno s dětí uvidělo nedaleko na zemi žebřík. Stačilo tedy spočítat, zda bude dost dlouhý na to, aby se po něm dostali na most.



Nalezený žebřík měl 8 příček vzájemně vzdálených 30 cm a k nejbližší příčce je od horního konce 15 cm a od dolního konce 35 cm.
Jak je žebřík dlouhý?
Bude dětem žebřík stačit, aby mohly vylézt na most?

Když se všichni dostali na most, vytáhli si žebřík nahoru a poté po něm slezli na druhém konci řeky. Dál pokračovali chvíli pěšky. Zem byla pokryta pískem a hlínou plnou kamení. Často klopýtali a brzy je začaly bolet nohy. Kurkud Krudo je tedy zavedl k místu, kudy jezdí vlak. Jen si museli koupit správné jízdenky.

Vedle sebe tam stáli tři Kurkudi, obchodníci s jízdenkami. Krudo říkal: „Každý z nich vám prodá nějaké jízdenky, ale jen od jednoho jsou jízdenky pravé a s těmi se dostanete do vlaku.“

Byl zde obchodník Pravda, který vždy prodával jízdenky pravé, poté obchodník Faleš, který vždy prodával falešné jízdenky a také obchodník Moudrost, který někdy prodával jízdenky pravé a někdy falešné.

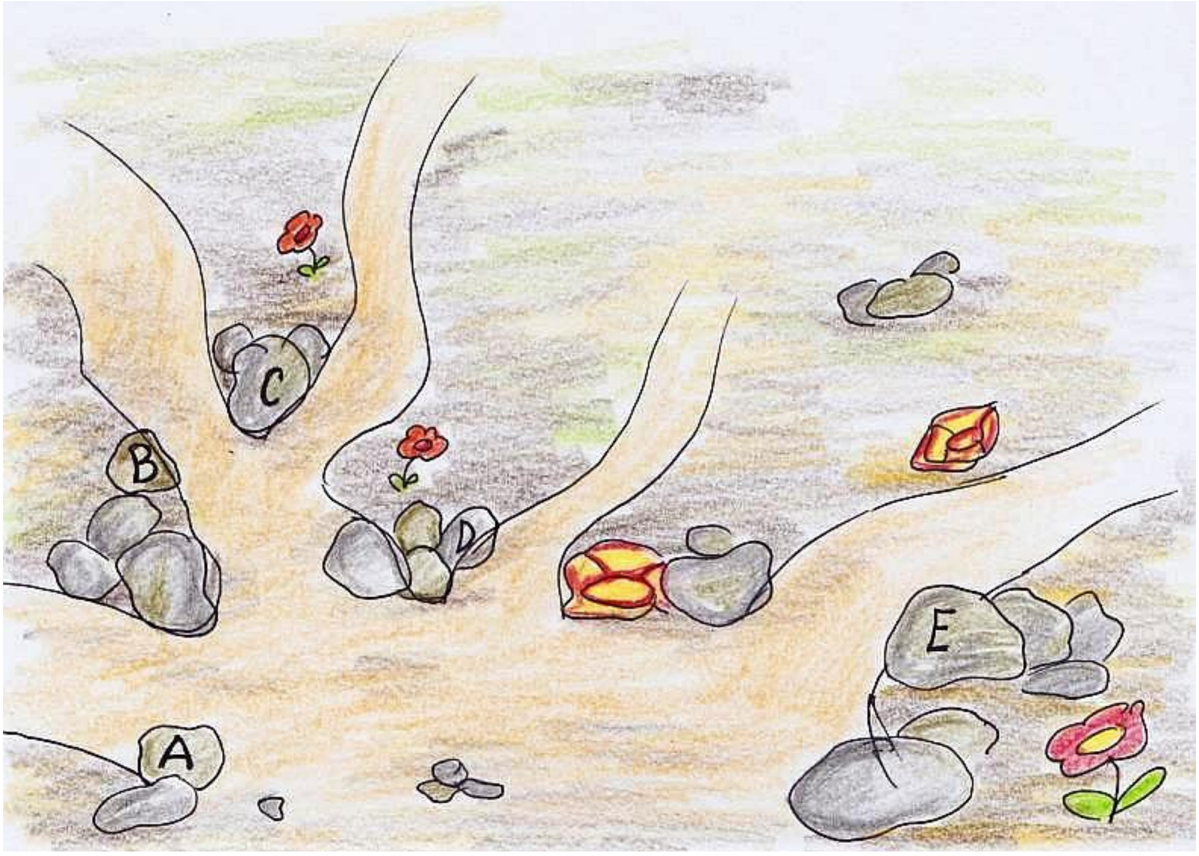
Děti se nejprve zeptaly obchodníka sedícího vlevo: „Který obchodník sedí vedle tebe?“ Dostaly odpověď: „Pravda“. Pak se zeptaly prostředního: „Kdo jsi?“ a dostaly odpověď: „Moudrost.“ Naposled se obrátily k pravému obchodníkovi s otázkou: „Kdo sedí vedle tebe?“ Odpověď zněla: „Faleš“.
Jak děti určily, který obchodník je který?
Který obchodník je ten, u kterého si děti mohou bez obav koupit pravou jízdenku?

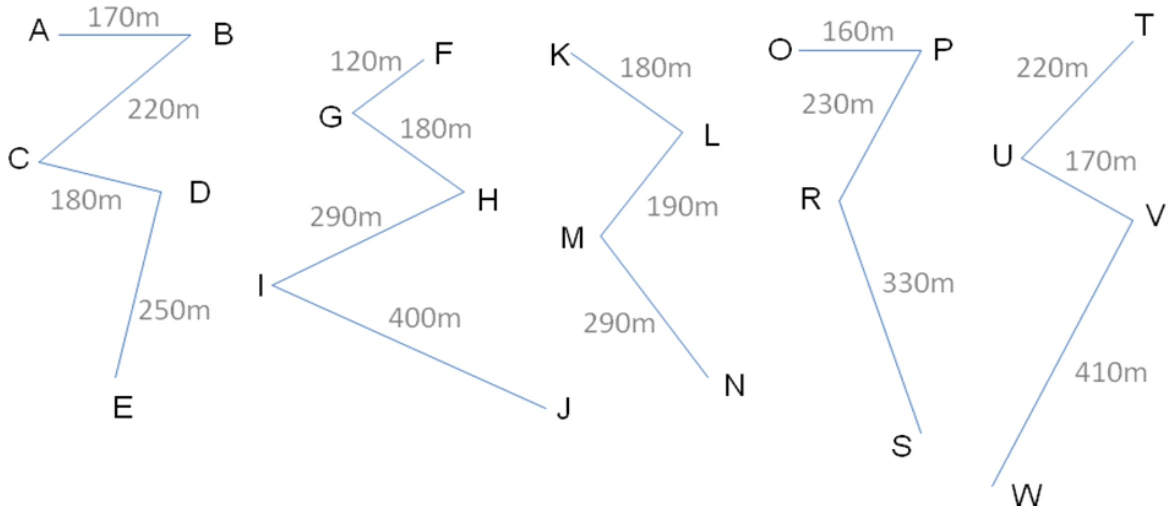
Konečně se všichni dostali do vlaku. Krudo zalezl do kabinky k řidiči a děti si posedaly na lavice. Bylo zde šest řad lavic a v každé řadě seděly 4 děti.
V půli cesty ale museli všichni přestoupit do jiného vlaku. Tam bylo 8 řad lavic a děti dostaly za úkol sednout si tak, aby jich bylo v každé řadě stejně. Kolik dětí sedělo v jedné řadě? (Krudo byl opět v kabince řidiče.)

Ve druhém vlaku jim Krudo začal roznášet nápoje, aby se děti osvěžily. Každý druhý z řady dostal červenou limonádu a zbytek dětí dostal žlutou limonádu.
Rozdal Krudo více červených nebo žlutých limonád?

Jejich cesta vlakem končila pod kurkudskými horami, kterým zde říkali Klaménie. Zprostředka jedné hory se valil krásný vodopád. Voda zde zvonila, jak dopadala mezi kameny a odrážela se od těch krásných barevných blyštivých drahokamů. Tady jim Krudo dovolil, aby si každý vzal domů na památku jeden barevný blyštivý kamínek, aby na Kurkudománii nezapomněli.

Ještě se vyšplhali na vrchol hory a odtamtud uviděli pět různých cest, kterými se mohou vydat domů. Už bylo docela pozdě, proto si musí vybrat cestu nejkratší. Vlakem a ani na šrosech a bloudech už jet nemůžou. V tyto pozdní hodiny už zde nic nejezdí. Než dojdou na rozcestí, mají čas přemýšlet a počítat, kterou cestu zvolí.


A
B
C
D
E


A 170m B
220m
C
180m D
250m
E
120m F
G 180m
290m H
I
400m
J
K 180m
L
190m
M
290m
N
O 160m P
230m
R
330m
S
220m T
U 170m
V
410m
W

Protože to byly velmi chytré děti, našly tu nejkratší cestu a štrádovaly si to rovnou domů. Už byly docela unavené a oči sem jim zavíraly. Naposledy zamávaly Kurkudům, podaly si ruku s Krudem a zmizely. Ano, zmizely. A ani děti a ani Maty neví, jak se dostal domů. Ráno se probudil ve své posteli.

Chvíli přemýšlel, jestli to byl sen nebo skutečnost. Pak ale svůj pohled obrátil na noční stolek, ze kterého mu do očí házel prasátka malý blyštivý barevný kamínek.

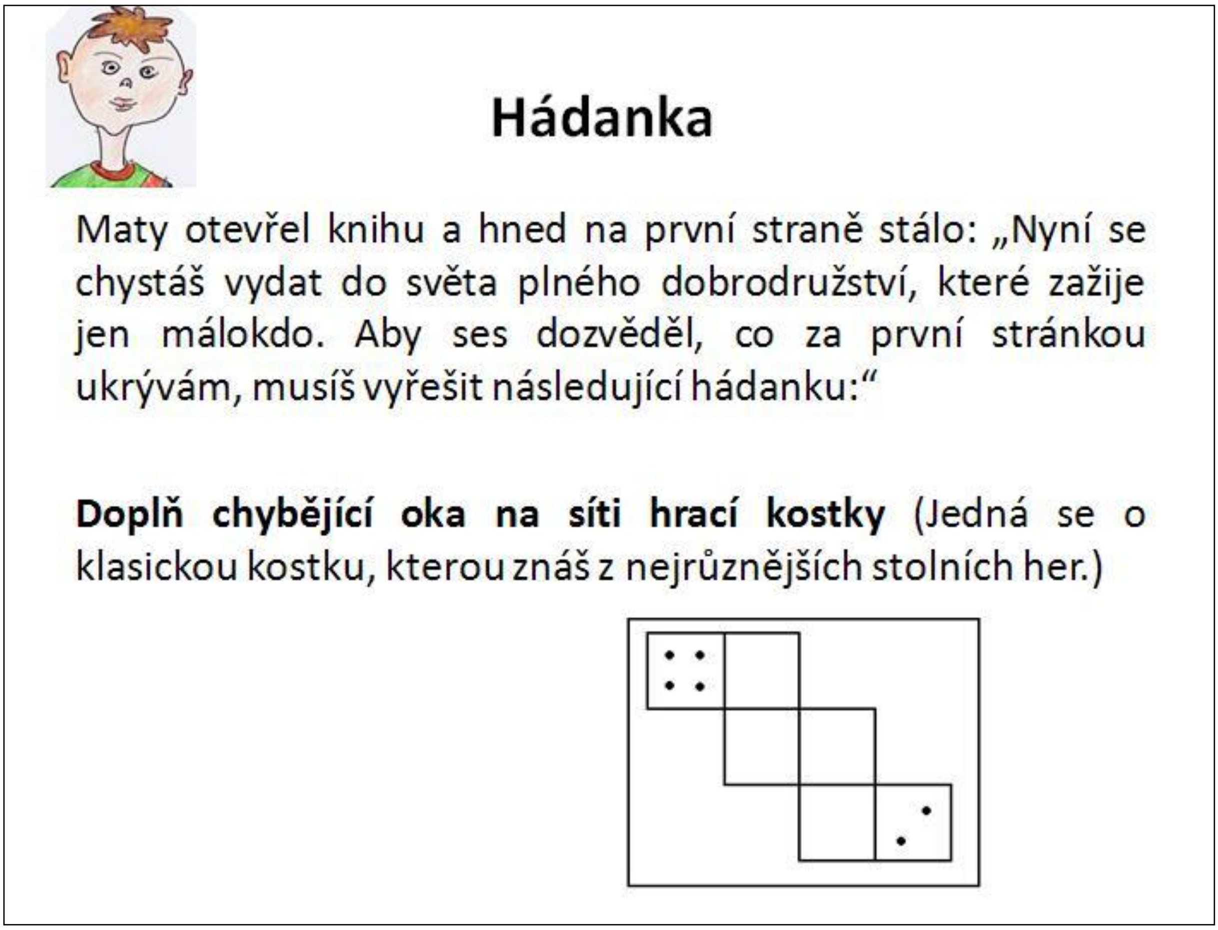
2. část

Metodika k řešení obsažených matematických problémů

Níže jsou uvedeny souhrnné klíčové kompetence, které lze řešením obsažených matematických problémů rozvíjet.

- **Kompetence k učení**
  Žák při řešení problému vybírá a využívá vhodné způsoby, metody a strategie, samostatně experimentuje, vyhledává a třídí informace, systematicky plánuje, organizuje a řídí svoji činnost. Propojuje učení s praktickým životem, poznává smysl a cíl učení. K řešení problému využívá vlastního úsudku a zkušeností, užívá logických postupů. Osvědčené postupy aplikuje při řešení obdobných situací.
- **Kompetence k řešení problémů**
  Žák využívá získané dovednosti a vědomosti k objevování různých variant řešení a ověřuje si jejich správnost, aktivně využívá dostupné pomůcky, při nalézání řešení je vytrvalý a nenechá se odradit nezdarem.
- **Kompetence komunikativní**
  Žák logicky a srozumitelně formuluje myšlenky, obhajuje svůj názor, vhodně argumentuje s ostatními.
- **Kompetence personální a sociální**
  Žák účinně spolupracuje ve skupině, přispívá k diskuzi, při řešení daného problému chápe potřebu efektivně spolupracovat ve skupině.

Obsažené matematické problémy jsou z hlediska učiva různorodé a vyžadují odlišný přístup k řešení. Podrobná charakteristika je uvedena u každé úlohy samostatně.



Obr. PREZ1: Zadání matematického problému č. 1 – Prezentace snímek 5

Cíl

Žák s pomocí čtverečkového papíru složí na základě předložené sítě (viz zadání) model krychle. V síti krychle rozezná protější stěny a dokáže prakticky aplikovat pravidlo rozmístění ok na hrací kostce. Žák nalezne alespoň 1 řešení zadané úlohy.

Procvičované téma z matematiky

Tělesa, krychle a její síť.

Zařazení úlohy

Logická, převod 2D vnímání do 3D představivosti.

Pomůcky

Rubikova kostka či jiný model krychle s barevně označenými stěnami, běžné hrací kostky, čtverečkový papír, nůžky, barevné pastelky.

Postup (komentáře k prezentaci)

1. Po zadání slovní úlohy se vyučující žáků ptá, co všechno víme o hrací kostce, přičemž žáci mohou mít před sebou hrací kostky, které si měli přinést za domácí úkol *(snímek 6)*.

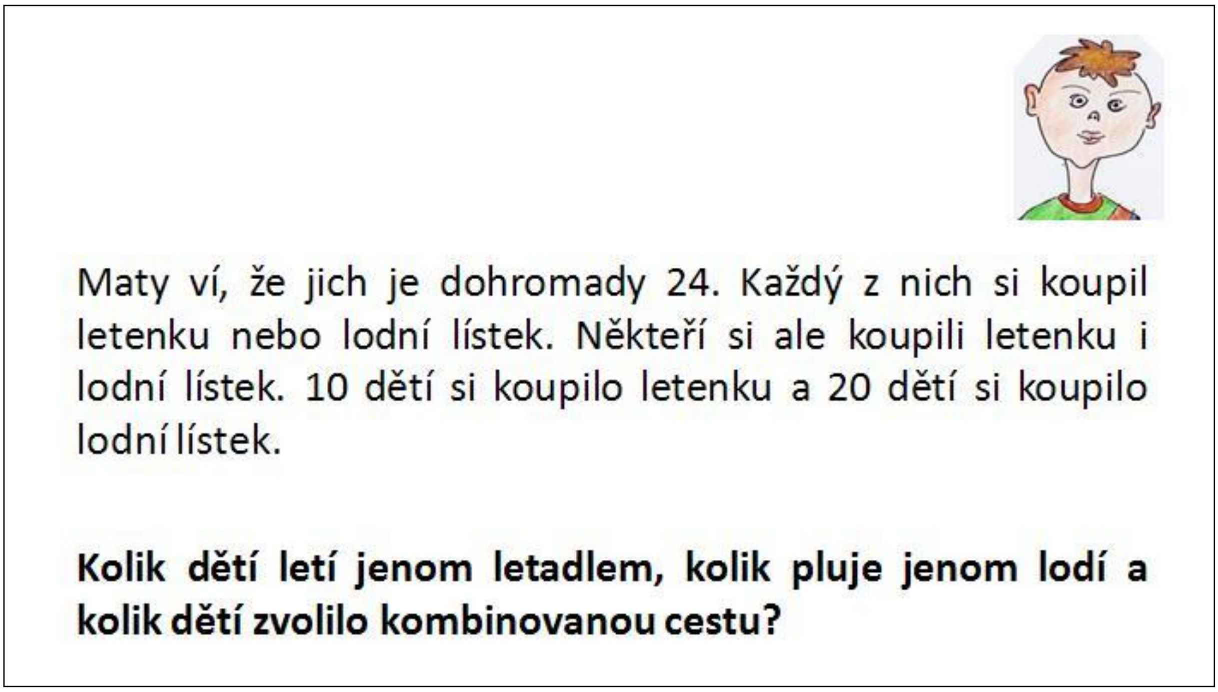
Úkolem žáků je najít co nejvíce charakteristik hrací kostky, které jim pomohou s řešením úlohy. Měli by přijít na to, že se jedná o krychli, má 6 stěn, na stěnách je různý počet ok od jedné do šesti, součet ok na protějších stěnách je roven sedmi.

2. Žáci dokazují, že se opravdu jedná o síť krychle *(snímky 6, 7)*.
   Žáci samostatně navrhují, jak by se toto dalo ověřit. Učitel může jako pomůcku využít např. Rubikovu kostku a jejích různobarevných stěn. V síti krychle vybarvuje sousední/protější stěny tak, jak je vidět na kostce. Dále můžeme žákům nabídnout čtverečkový papír, ze kterého vystřihnou danou síť a zkouší z ní složit krychli.

3. Po ověření, že se jedná opravdu o síť krychle, následuje vlastní doplnění ok do sítě *(snímky 8, 9)*.
   Vyučující se ptá, jak budeme postupovat, co už o hrací kostce víme, jak nám může pomoci síť, kterou jsme si vystřihli. Klíčovým bodem v tomto kroku je využití pravidla „součtu ok na protějších stěnách".

4. Porovnáme možnosti, jak žáci síť doplnili. V případě různých řešení (jsou celkem 2 správná, viz *snímek 9*) se vyučující ptá, jak je možné, že je řešení více, zda mohou být obě správná. V tomto kroku můžeme žákům umožnit práci ve skupinách, kde porovnávají hrací kostky, které si do školy přinesli. Měli by se vyskytnout dvě různé kostky, které mají čísla rozmístěna jinak. Vyučující postupuje obdobně v případě, že se žákům podařilo najít pouze jediné řešení.

5. Žáci se mohou rovněž pokusit o doplnění ok do sítě pouze na základě představivosti bez nutného modelu krychle *(snímky 12, 13)*. Je na vyučujícím, zda tuto možnost žákům nabídne jako první způsob řešení, nebo ji nechá až jako např. poslední, kdy si žáci již „osahali" síť krychle v předchozích řešeních.



Obr. PREZ2: Zadání matematického problému č. 2 – Prezentace snímek 19

Cíl

Žák logicky uvažuje a přijde alespoň na jedno řešení, jak rozdělit/přiřadit určitý počet prvků k příslušné skupině tak, aby zachoval všechny zadané podmínky.

Procvičované téma z matematiky

Sčítání a odčítání do sta, logická úvaha.

Zařazení úlohy

Slovní matematická úloha s aritmetickým obsahem, logická.

Pomůcky

Lístečky s obrázky dětí (24), papírová písmena L a LO (10 a 20).

Postup (komentáře k prezentaci)

1. Kolik je celkem dětí?
Jaké dopravní prostředky využijí?
Budou cestovat všechny děti?
Kolik bylo koupeno letenek?
Kolik bylo koupeno lodních lístků?

Na základě těchto otázek vyvodíme zápis k úloze, abychom měli všechny potřebné informace *(snímek 20)*. Můžeme se ještě zeptat, zda nám tyto údaje stačí.

Také zdůrazníme, co je to kombinovaný způsob dopravy, aby bylo všem jasné, že tyto děti plují půlku cesty lodí a půlku letí letadlem.
Zeptáme se, jak zní otázka a co máme počítat, jak budeme postupovat.

2. U početního řešení *(snímek 21)* je důležité, aby si žáci uvědomili, že po sečtení letenek a palubních lístků dostanou větší číslo, než je skutečný počet dětí. Jako první musíme tedy zjistit, kolik dětí volilo kombinovanou cestu, abychom mohli dále počítat, kolik dětí plulo jen lodí a kolik letělo jen letadlem.
Logicky tedy, když od součtu letenek a palubních lístků odečteme počet dětí, vyjde nám číslo, které představuje zbylé letenky a lodní lístky. Ty se musí rozdělit mezi stejný počet dětí a z toho vyplývá, že tyto děti mají jak lodní lístek, tak i letenku, tedy volí kombinovanou cestu.
Poté, co jsme zjistili počet dětí, které volí kombinovanou cestu, toto číslo odečteme od počtu letenek a vyjde nám, kolik dětí letí jen letadlem. Poté to samé číslo odečteme od počtu lodních lístků a vyjde nám počet dětí, které plují jen lodí.
Uděláme zpětnou kontrolu a ověříme si, zda všechny údaje sedí.
Znovu se zeptáme, jak zněla otázka v zadání úlohy, a napíšeme odpověď.

3. U názorného řešení *(snímek 22)* si děti na lavici seřadí vedle sebe obrázky dětí (24). Poté k nim z pravé strany postupně přiřazují LO – lodní lístky a z levé strany L – letenky. Ty děti, na které vyjde LO i L, volí kombinovanou cestu.
Znovu se zeptáme, jak zněla otázka v zadání úlohy, a napíšeme odpověď.

4. U řešení pomocí množin *(snímek 23)* vysvětlíme, že žlutá množina znázorňuje počet dětí, růžová počet letenek, modrá počet lodních lístků. Čísla udávající počet prvků v té které množině napíšeme nad příslušné množiny. Dále si všimneme, že růžová a modrá množina se protínají, čímž vzniká zelená množina. Necháme žáky, aby sami přišli na to, co tato množina znázorňuje (na tomto místě máme letenky i lodní lístky). Zelená množina tedy udává počet dětí, které mají zakoupené jak letenky, tak i lodní lístky. Zbytek růžové množiny udává jen děti s letenkami a zbytek modré pouze děti s lodními lístky.
Provedeme kontrolu, znovu se zeptáme, jak zněla otázka v zadání úlohy, a napíšeme odpověď.

Obr. PREZ3: Zadání matematického problému č. 3 – Prezentace snímek 26

Cíl

Žák pomocí záměny písmen za číslice vyřeší daný algebrogram. Pokusí se vymezit pravidla, kdy je možné toto řešit. Logickým myšlením a náhodným zkoušením žák zkusí přijít alespoň na jeden způsob řešení.

Procvičované téma z matematiky

Rozvoj logického myšlení, experimentování, písemné sčítání.

Zařazení úlohy

Logická úloha, experimentální.

Postup: (komentáře k prezentaci)

1. Na obrázku na bráně do země je kód napsán takto KURT + URT + RT + T = KKKK
   Zeptáme se žáků, jak jinak by se dal kód zapsat → pod sebe jako písemné sčítání. Poté teprve promítneme první část úlohy *(snímek 26)*. Zopakujeme si s žáky pravidla písemného sčítání.
   Ptáme se, za jakých podmínek je možné kód vyřešit:
   Písmeno K nesmí být rovno nule.

Smíme použít číslice 0-9.

Potřebujeme 4 různé číslice.

Číslo v řádu jednotek, desítek, stovek, tisíců nesmí začínat číslicí 0.

2. Vypíšeme si všechny možné kombinace výsledků *(snímek 27)* a postupně dopočítáváme zbývající číslice. Již víme, že nemůžeme použít 0, tudíž výsledek 0000 vyloučíme hned.

   1111 2222 3333 4444 5555 6666 7777 8888 9999

   Podíváme se na příklad a předpokládáme výsledek 1111. Hledáme tedy součet čtyř stejných čísel, která dají součet 1 nebo který na 1 končí (11, 21…) Je to možné? Není. Tento výsledek vyloučíme. Pokračujeme tedy s výsledkem 2222. Opět hledáme součet čtyř stejných čísel, která dají výsledek končící číslicí 2 (12, 22…). Nalezneme číslo 3, doplníme do příkladu za písmeno T. Tady je důležité žáky upozornit, že teď budeme hledat součet třech čísel, která ale končí jedničkou. Proč? Protože předtím byl součet 12 a přecházelo se přes desítku, tudíž si ji musíme pamatovat. Nalezneme číslo 21 a doplníme do příkladu za písmeno R číslici 7. Stejným principem nyní hledáme dvě čísla, jejichž součet je nula a přičítáme dvojku z předešlého kroku. Příklad sice vyšel, ale již víme, že číslo nesmí začínat nulou (073). Tento výsledek tedy není správný. Takto pokračujeme, dokud nenalezneme správnou kombinaci čísel. Níže je uvedeno vzorové správné řešení.

$$
\begin{array}{r}
KURT \\
URT \\
RT \\
\underline{T} \\
KKKK
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{r}
8427 \\
427 \\
27 \\
\underline{7} \\
8888
\end{array}
\qquad K = 8, T = 7, R = 2, U = 4
$$

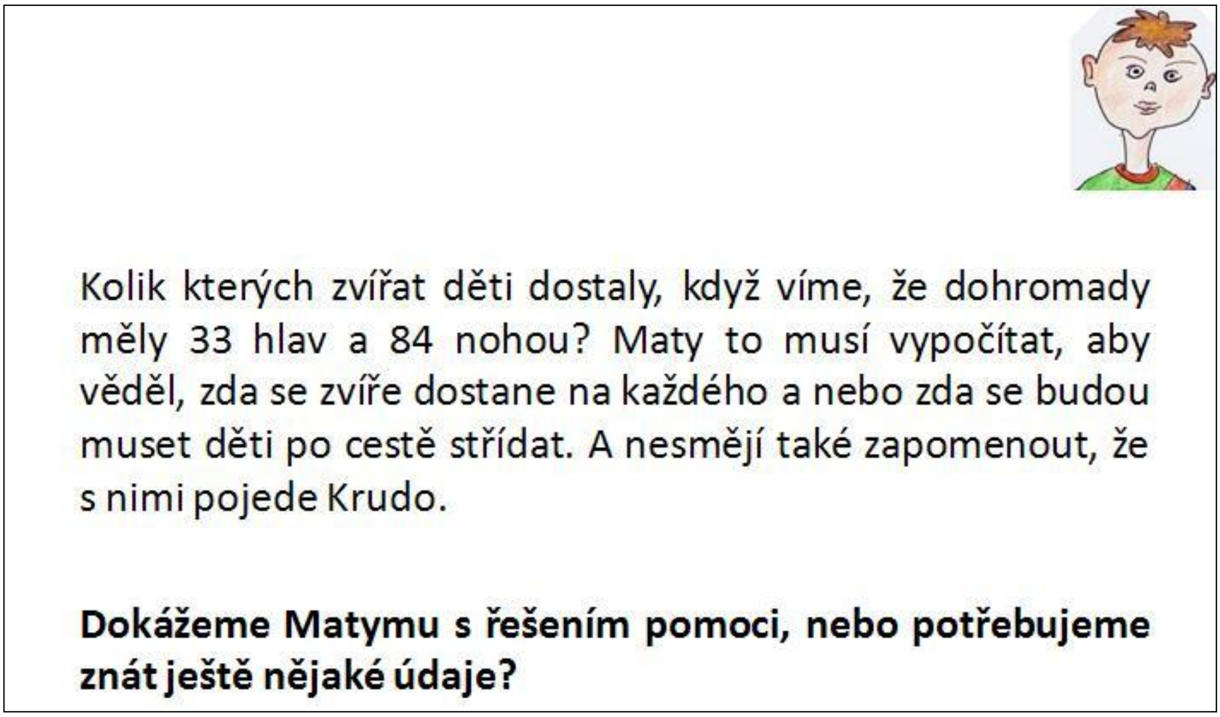
3. Postupně dosazujeme za T číslice 0-9 a hledáme vhodnou kombinaci *(snímek 28)*.

   Ptáme se žáků. Může se T = 0? Nemůže, protože 0+0+0+0 = 0 a již od začátku víme, že 0 ve výsledku být nemůže. Může se T = 1? S žáky vyzkoušíme. Buď máme na tabuli napsané příklady z předchozího řešení a žáci hned vidí, nebo si to spočítáme. Opět musíme žáky upozornit, že pokud při sčítání přecházíme desítku, v dalším kroku hledáme číslo o x menší (podle počtu desítek).

4. Vylučovací metodou (snímek 29) zjišťujeme, jaká číslice se nemůže rovnat písmenu K. Dosadíme si do příkladu za všechna K příslušné hodnoty.

   Již víme, že nemůžeme dosadit 0. Pokračujeme a dosazujeme 1. Dopočítáváme jako v prvním řešení.

5. Ukázkové řešení je vidět na snímku 30. Úloha nabízí řešení více, cílem však není vylučovací metodou najít všechna.



Obr. PREZ4: Zadání matematického problému č. 4 – Prezentace snímek 33

Cíl

Žák logickou úvahou nalezne řešení úlohy, uvědomí si a v praxi aplikuje souvislost mezi počtem „hlav“ a počtem „nohou“ zvířat, k řešení využívá názorných pomůcek.

Procvičované téma z matematiky

Opakování násobilky a početních operací sčítání, odčítání, násobení.

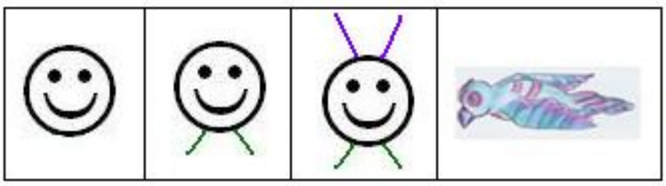
Zařazení úlohy

Slovní úloha s matematickým obsahem, aritmetická 1. druhu/ algebraická 1. druhu. (Diafantovská)

Pomůcky

Papíry, barevné tužky, nůžky, karty s obrázky do dvojic (u každé karty je vždy uvedený počet obrázků).

30 20 20 20



Postup (komentáře k prezentaci)

1. Vyučující se ptá žáků, co je vše potřeba si uvědomit, co nám udává počet hlav, kolik nohou mají zvířata, zda se v úloze vyskytují i zvířata bez nohou (počet hlav = počet zvířat).

2. Žáci společně s vyučujícím provedou zápis *(snímek 34)* a dostanou volný prostor, aby rozhodli, zda nám poskytnuté údaje stačí k vyřešení úlohy či nikoli. Mohou využít obrázky a zkoušet kombinovat náhodný počet zvířat, nebo mohou zkusit sestavit příklad, grafický zápis apod.

3. Poté, co společně přijdou na to, že potřebují ještě doplňující údaj, jim vyučující sdělí, že mezi zvířaty bylo celkem 6 alvíků (beznohých zvířat).

4. V tomto momentě žáci navrhují postupy řešení, jak by se dalo na správný výsledek nejlépe přijít.

5. Jednotlivá řešení jsou rozepsána v prezentaci. Nejjednodušší řešení je uvedeno jako první. Vyučující vždy vede žáky pomocí otázek ke správnému postupu a řešení. Např. otázky typu: „Kolik bylo dvounohých nebo čtyřnohých zvířat dohromady? Jaký minimální počet nohou má každé z těchto zvířat?“

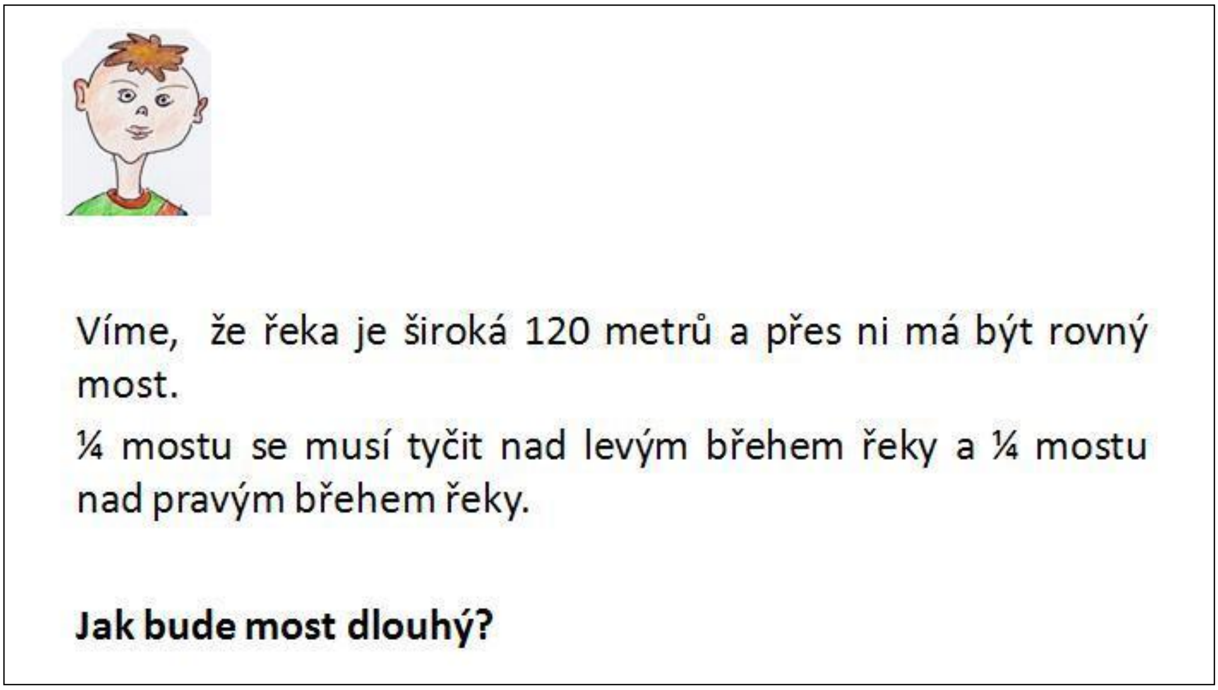
   Jelikož alvíci nohy nemají, přiřadíme nejprve všem zbylým 27 zvířatům dvě nohy a výpočtem $84 - 27 \cdot 2 = 30$ zjistíme, že 30 nohou ještě zbývá zvířatům přiřadit *(snímek 35)*. Po jejich přidělení zvířatům zjistíme, že mezi zvířaty bylo 15 bloudů a 12 šrosů *(snímek 36)*.

   Po nalezení správného řešení se vyučující zeptá, kolik bylo dětí, kdo s nimi ještě jel, zda jim budou zvířata stačit a proč.

6. V dalším řešení úvahou *(snímek 38)* mohou žáci opět využít podporu obrázků. Výpočtem přijdou na to, že kdyby byla všechna zvířata dvounohá, bylo by jich 42. Oni ale musí 15 z nich odebrat, protože dohromady má být 27 zvířat. Toto si mohou nakreslit na papír nebo využít obrázků, aby pochopili, že když 15 zvířat zpětně odeberou, „získají“ vždy 15 krát 2 nohy, které tedy přiřadí 15 hlavám. Ve výsledku tedy bude 15 čtyřnohých zvířat (bloudů) a 12 dvounohých zvířat (šrosů). Učitel může rovněž kreslit obrázky na tabuli.

7. Řešení tabulkou ukazuje *snímek 39*. Učitel se ptá, jak by se dalo doplnit záhlaví tabulky, aby byla přehledná a dobře se s ní pracovalo. Žáci si poznamenávají mezivýpočty na zvláštní papír či do sešitu. Žáci by si měli všimnout pravidla navyšování celkového počtu nohou o 2 v posledním řádku tabulky, aby nemuseli počítat všechny výsledky.

8. Poslední řešení *(snímek 40)* je uvedeno jen jako další varianta, kterou bychom využili s dětmi na 2. stupni ZŠ.



Obr. PREZ5: Zadání matematického problému č. 5 – Prezentace snímek 43

Cíl

Žák nalezne vztah mezi celkem a jeho částmi, pravidla zlomků aplikuje mimo pouhé číselné vnímání.

Procvičované téma z matematiky

Počítání se zlomky, jednotky délky.

Zařazení úlohy

Slovní úloha s matematickým obsahem, aritmetická, logická.

Pomůcky

Pravítka.

Postup: (komentáře k prezentaci)

1. V případě nejasnosti zadání žákům situaci znázorníme na tabuli.

2. Úlohu řešíme nejprve odhadem *(snímek 44)*, kde je důležité znovu se zeptat žáků na podstatné informace plynoucí ze zadání.
Jak je široká řeka?, Jaká část mostu musí být nad břehy?
Tady je na místě upozornit žáky na to, že šířka řeky neudává celkovou délku mostu. Bavíme-li se tedy o částech mostu nad břehy, jedná se o část z celkové délky. Zde

nechceme, aby žáci počítali, ale aby odhadem řekli, zda nad každým břehem bude zhruba polovina mostu, nebo třetina atd.

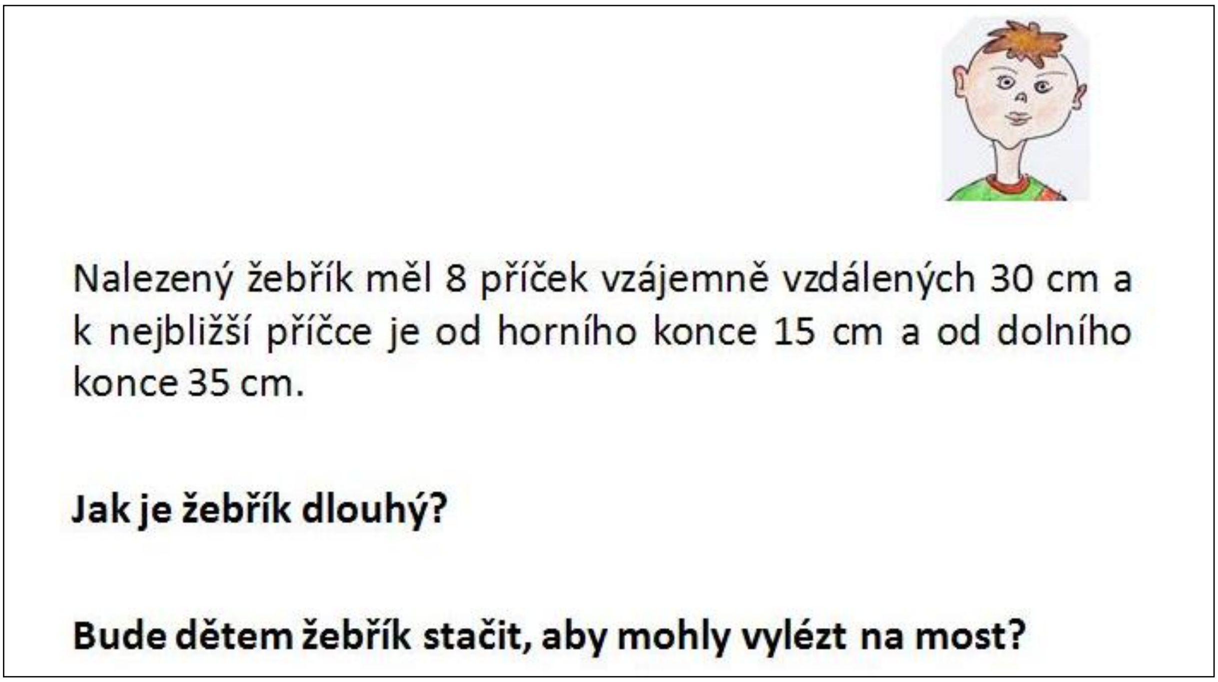
3. Druhé řešení je názorné *(snímek 45)*. V prezentaci máme úsečku rozdělnou na čtyři díly, kde každý díl označuje čtvrtinu mostu. Zde je opět nutné poukázat na zadání, zeptat se žáků, proč pracujeme právě se čtvrtinami, případně připomenout, že celková délka mostu tvoří jeden celek. Právě tento celek musíme rozdělit na čtvrtiny, tedy na čtyři stejně dlouhé díly.

   Pro lepší názornost je vhodné úsečku při dodržení měřítka narýsovat zároveň na tabuli, aby při případném měření žákům vycházela správná čísla.

   Žáci si toto mohou demonstrovat i na svých pravítkách, kde by bylo nejvhodnější pohybovat se v centimetrech. Tedy místo 60 m by si žáci ukázali 6 cm.

4. Poslední početní řešení *(snímek 46)* přímo navazuje na předchozí dvě. Zde je velmi důležité, zda žáci pochopili, proč pracujeme se čtvrtinami, že všechny čtvrtiny musí být shodné a především, jak jsme došli k jedné čtvrtině, kolik je to metrů, následně ke dvěma čtvrtinám.

   Nesmí zde chybět zápis, který opět vyplývá ze zadání a z předešlých řešení. Samotné výpočty by neměly činit problém. Nezapomeneme napsat odpověď.



Obr. PREZ6: Zadání matematického problému č. 6 – Prezentace snímek 50

Cíl

Žák si na základě reálné představy uvědomí, jak vypadá žebřík, osvojí si vzájemný vztah mezi mezerami a jednotlivými příčkami žebříku. Tento fakt poté aplikuje do úlohy.

Procvičované téma z matematiky

Sčítání, násobení, logické usuzování, jednotky délky.

Zařazení úlohy

Složená slovní úloha s aritmetickým obsahem.

Pomůcky

Papíry, psací pomůcky, špejle (párátka).

Postup: (komentáře k prezentaci)

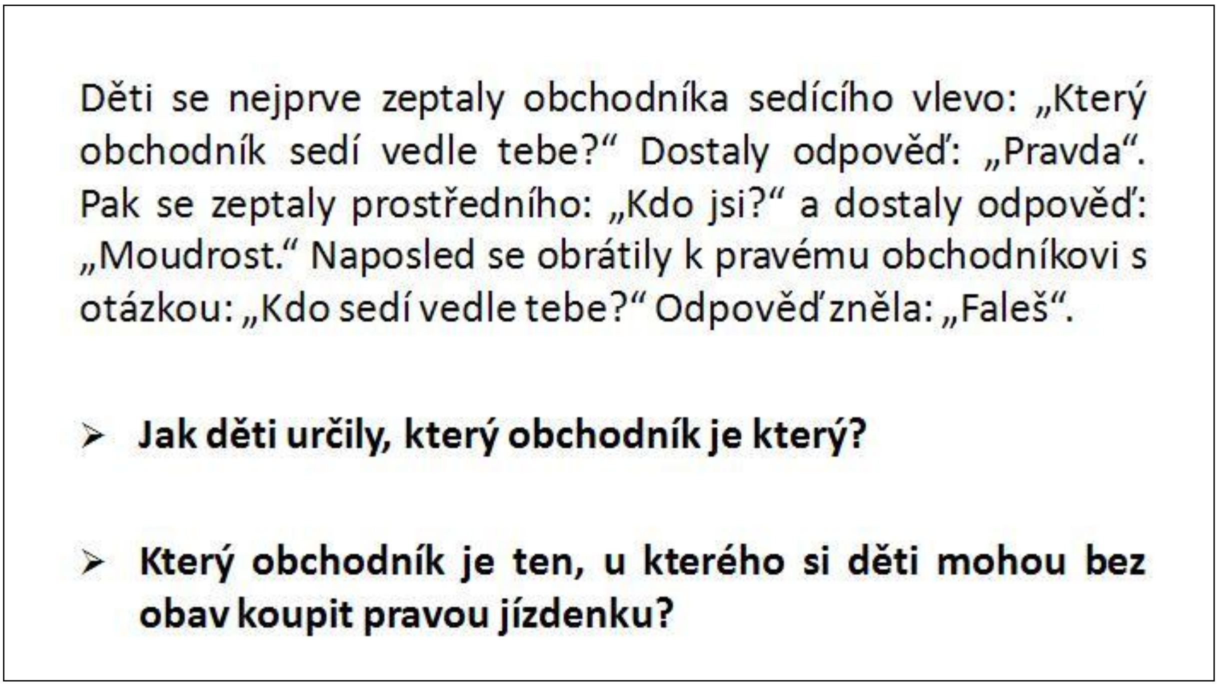
1. Žákům pokládáme otázky:
Kolik má žebřík příček?
Jaká vzdálenost je mezi jednotlivými příčkami?
Kolik cm je od poslední příčky k hornímu/dolnímu konci žebříku?

2. V prvním řešení *(snímek 51)* si s žáky žebřík nakreslíme, nebo ho můžeme na papír poskládat z kousků špejlí, párátek, papíru. Důležité je, aby žáci viděli, jak tento žebřík vypadá. Jednotlivé číselné údaje do obrázku doplníme a poté sečteme.

3. S žáky vytvoříme zápis *(snímky 52, 53)*. Ptáme se, co je důležité do zápisu napsat. Co máme spočítat? Předpokládáme, že většina žáků bude počítat tak, že 8 příček žebříku vynásobí 30 cm. Žáci si musí uvědomit, že 2 příčky vytvoří 1 mezeru → $(2 - 1) \cdot 30$; 3 příčky vytvoří 2 mezery → $(3 - 1) \cdot 30$, atd. Takto postupně dojdeme až k tomu, že v příkladu musíme počítat se 7 mezerami.

4. Na *snímku 54* je uvedeno čistě početní řešení bez názorné pomoci. Žáci si musí opět uvědomit, že ačkoliv má žebřík 8 příček, vytvoří pouze 7 třiceticentimetrových mezer. V příkladu se tedy musí objevit $30 \cdot \mathbf{7}$.

5. V doplňující otázce *(snímek 55)* porovnáme délku žebříku s výškou mostu, abychom mohli rozhodnout, zda je žebřík dostatečně dlouhý.



Obr. PREZ 7: Zadání matematického problému č. 7 – Prezentace snímek 59

Cíl

Žák rozvíjí logické myšlení, vylučovací metodou nalezne správné řešení odpovídající zadání. Zvolí pro sebe nejvhodnější postup řešení.

Procvičované téma z matematiky

Obecné úlohy rozvíjející logické myšlení.

Zařazení úlohy

Slovní logická úloha zaměřená na vyloučení nepřípustných variant na základě zadání úlohy.

Postup (komentáře k prezentaci)

1. Žáky necháme diskutovat nad tím, jak by se dala úloha vyřešit. Nabídneme jim, že si mohou scénku přehrát, žáci sami zkusí najít způsob, jak se do rolí rozdělí, kdo co bude říkat apod. Vyučující v tuto chvíli usměrňuje práci žáků a předkládá příp. způsob rozdělení do rolí.
2. Po dramatizaci slovní úlohy a nalezeném řešení (ať už správném či chybném) následuje 2. řešení *(snímky 62 – 64)*. Žáci nejdřív samostatně hledají možné způsoby, jak mohou obchodníci sedět vedle sebe. Poté se vyučující ptá, zda dané náhodné seřazení obchodníků odpovídá zadání. Žáci společně s vyučujícím hledají správné řešení vylučovací metodou.

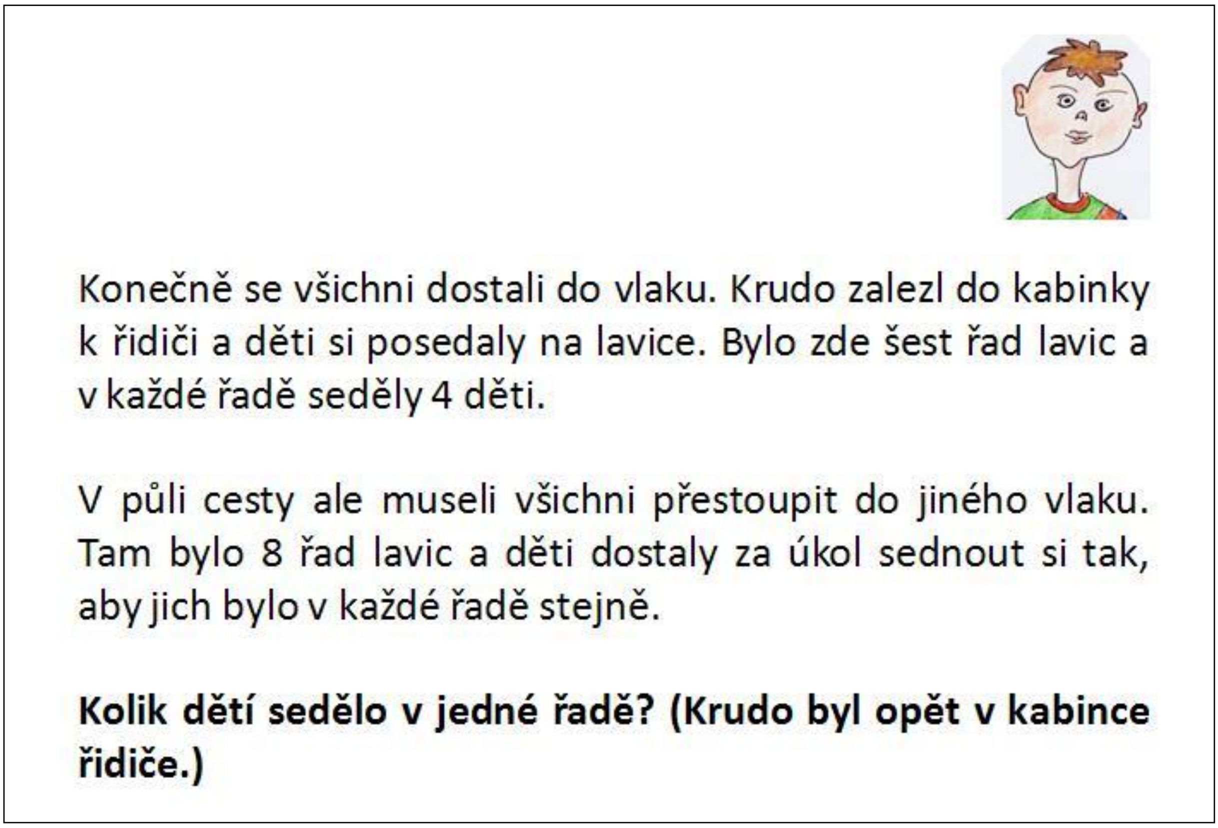
A	B	C
Vedle mě sedí Pravda	Já jsem Moudrost	Vedle mě sedí Faleš

1. Lež	Pravda	Moudrost
2. Moudrost	Pravda	Lež
3. Lež	Moudrost	Pravda
4. Moudrost	Lež	Pravda
5. Pravda	Lež	Moudrost
6. Pravda	Moudrost	Lež

Postupně od obchodníka A vylučujeme možnosti, které neodpovídají zadání. V případě 1. říká Lež, že vedle ní sedí Pravda, která tam opravdu sedí. Vzhledem k tomu, že Lež vždy lže, tento případ neodpovídá zadání. Ve 2. případě Moudrost říká pravdu, protože Pravda vedle ní sedí, tato situace může nastat, ale Pravda o sobě nemůže říci, že je Moudrost. Tuto možnost rovněž vyloučíme. Ve 3. případě Lež sice může tvrdit, že vedle ní sedí Pravda, Moudrost může tvrdit, že je Moudrost, ale Pravda říká vždy pravdu a tedy uprostřed by pak musela sedět Faleš. Toto řešení také vyloučíme. Takto postupujeme u všech náhodných kombinací. Jediné správné řešení je 4. (Moudrost, Lež, Pravda).

3. Nyní vyučující položí otázku, jak by se dalo na řešení přijít rychleji, když víme, že obchodník Pravda vždy mluví pravdu a prodává jen jízdenky pravé → žáci se zaměří výhradně na pozici obchodníka Pravdy a dále postupují obdobným vylučovacím způsobem *(snímky 66, 67)*.

4. Poslední řešení je pro žáky nejtěžší, v praxi budeme pro děti v 5. třídě pravděpodobně volit řešení předchozí. Toto řešení navádí taktéž k zaměření se na pozici obchodníka Pravda, který logicky nemůže sedět ani vlevo, ani uprostřed, ale musí sedět vpravo. Poté už určíme pořadí obchodníků snadno, viz *snímky 68, 69*. Pokud by chtěl vyučující volit toto řešení, pak by nechal žáky řešení hledat samostatně s tím, že by je k němu naváděl pomocí otázek, příp. názorného řešení.



Obr. PREZ8: Zadání matematického problému č. 8 – Prezentace snímek 71

Cíl

Žák si reálně představuje řešený problém, uvědomuje si, že stále počítá s jedním celkem, který jen různě rozděluje do částí dle zadaných kritérií.

Procvičované téma z matematiky

Násobení, dělení, sčítání, porovnávání čísel.

Zařazení úlohy

Logická, experimentální, aritmetická slovní úloha.

Pomůcky

Špejle, papírová kolečka či víčka od PET lahví, barevné papírové čtverečky.

Postup: (komentáře k prezentaci)

1. V prezentaci je tato úloha rozdělena do dvou na sebe navazujících částí.
2. Zde je důležité žáky upozornit na to, že průvodce Krudo je v kabince řidiče, tedy že na lavicích nesedí. Žáků se po přečtení zadání *(snímek 71)* ptáme:
   Kolik je celkem dětí?
   Mění se počet dětí, když přesedají?
   Vznikne více nebo méně řad?

Bude v řadě více nebo méně dětí?

Nečekáme přesnou odpověď. Chceme jen vědět, zda bude v jedné řadě dětí více či méně než na začátku.

3. U názorného řešení *(snímky 73, 74)* si žáci pomocí špejlí a papírových koleček či víček od PET lahví znázorňují děti a lavice ve vlaku.

Vedeme žáky k systematickému rozmisťování víček/koleček tak, aby vždy přiřazovali postupně *po jednom od první do poslední řady* a zase od začátku, dokud takto nerozdělí všechna kolečka.

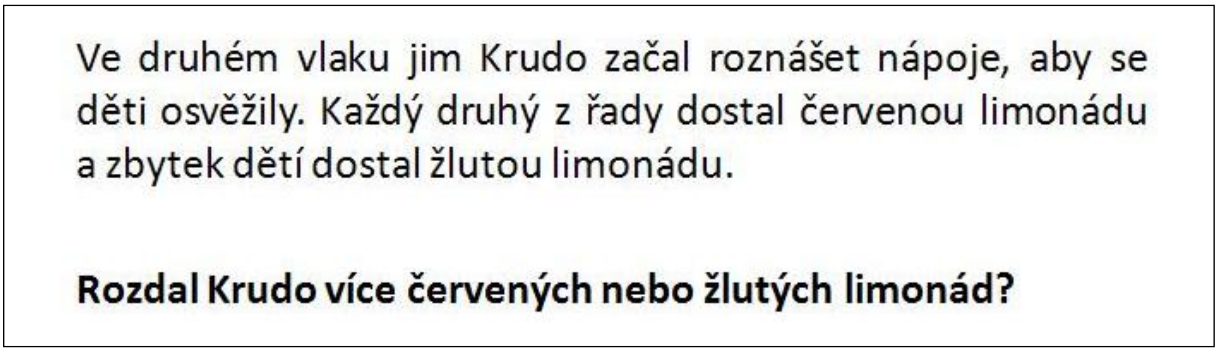
Pokud je dostatek žáků ve třídě, můžeme je vyzvat k dramatizaci situace.

4. U početního řešení *(snímky 75, 76)* nejprve uděláme zápis, který nám plyne ze zadání úlohy. Zde si i můžeme ověřit celkový počet dětí v jiné předešlé úloze, zda nám výpočet sedí, po celý příběh se počet dětí nemění.

Zápis je pro přehlednost rozdělen na první a druhý vlak.

Po výpočtu je na místě provést s žáky zkoušku, zda nám i v druhém vlaku sedí celkový počet dětí se zadáním.

Napíšeme odpověď.



Obr. PREZ9: Prezentace snímek 77

5. Zde žáky opět doprovázíme kontrolními otázkami:

Kdo z každé řady dostal červenou limonádu?

Kdo dostal žlutou limonádu?

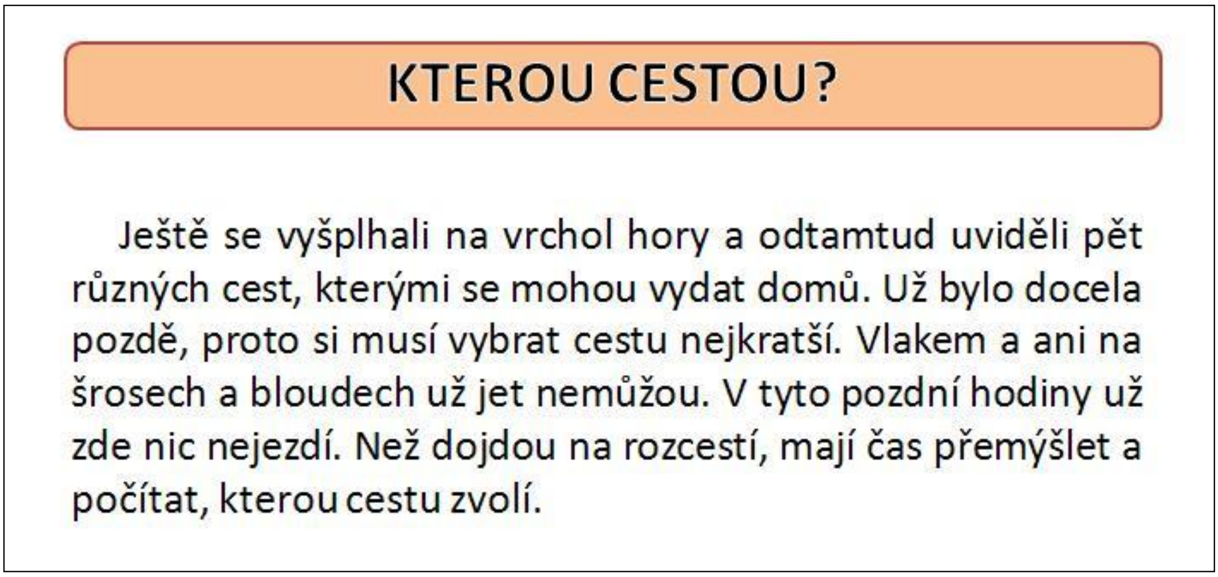
Je v řadě více červených nebo žlutých limonád?

Bude celkem více červených nebo žlutých limonád?

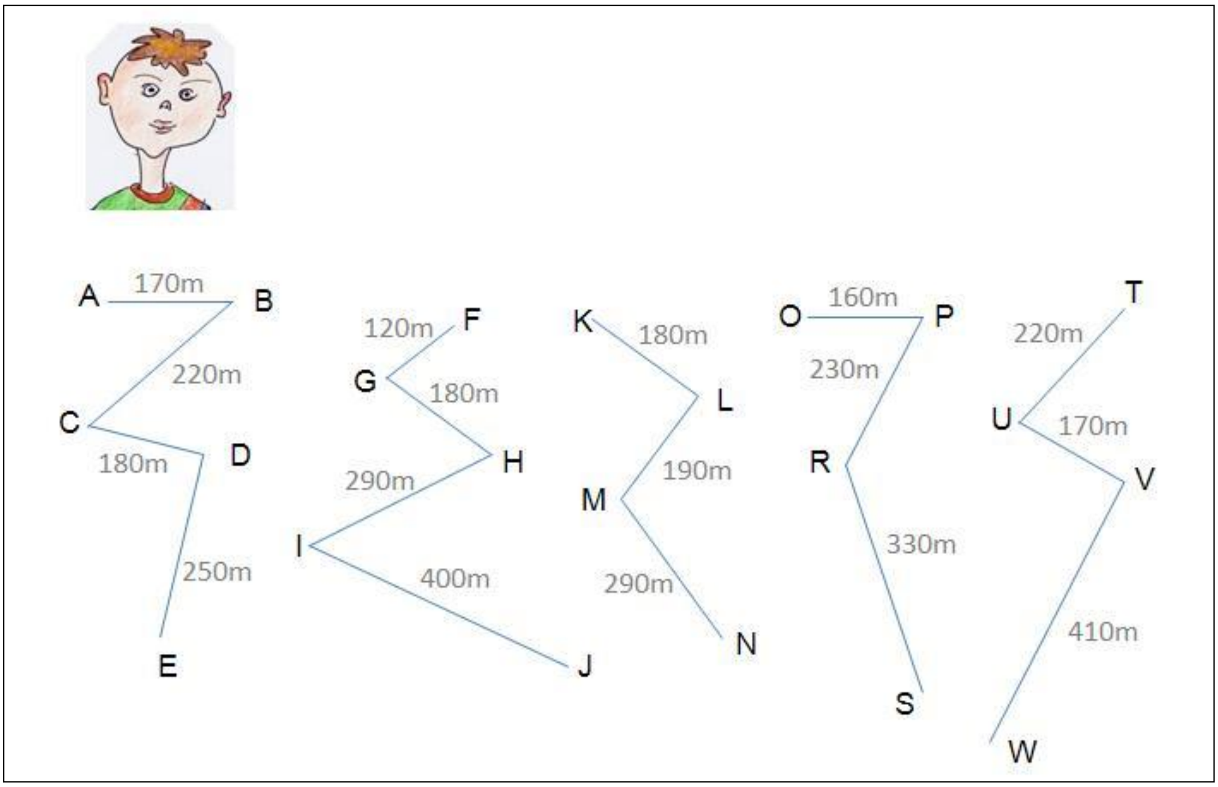
Žáci zatím nemají za úkol přesně počítat, ale jen zkusit odhadnout, jakých limonád se rozdá více.

6. Pomocí názorného řešení *(snímek 79)* žáci zjistí, že každý „druhý" se nachází uprostřed řady. Zde je vhodné poukázat na to, že každá řada je jedna samostatná část, tedy že nenavazuje na řadu předchozí, a proto každý, kdo sedí na levém kraji řady, je vždy první. Žáci si to opět mohou již dříve použitými pomůckami znázornit. Při dostatečném počtu žáků lze využít opět i dramatizaci.

7. Zápis a výpočet je přehledně zpracován na *snímku 80*.



Obr. PREZ11: Prezentace 83



Obr. PREZ10: Zadání matematického problému č. 9 – Prezentace snímek 85

Cíl

Žák odhadne nejkratší cestu na základě vizuálního vnímání, svůj typ zdůvodní. Žák rozvíjí logické myšlení a kromě početního způsobu řešení vymyslí alespoň jeden další způsob řešení úlohy.

Procvičované téma z matematiky

Sčítání, grafické sčítání úseček, přenášení délek pomocí proužku papíru.

Zařazení úlohy

Aritmetická slovní úloha.

Pomůcky

Nakopírované lístečky s cestami pro žáky, pravítka, kružítka, provázky.

Postup: (komentáře k prezentaci)

1. Zadání by měli žáci bez problému pochopit.
2. První způsob řešení je odhadem *(snímek 86)*. Žákům se v tento okamžik ukážou cesty bez uvedených jednotek délky a to proto, aby někteří rychlejší žáci hned přesně nespočítali, kolik metrů ta která cesta měří. V tuto chvíli nám jde pouze o odhad na základě vizuálního vnímání. Svůj odhad si žáci později potvrdí výpočtem.
3. Jako druhé řešení můžeme zvolit řešení grafické *(snímek 87)*. Žákům je možné nabídnout několik způsobů, jak zjistit délky cest. Žáky je třeba upozornit, že nechceme znát přesnou délku cest, ale pouze vidět v obrázku tu nejkratší.

   Je možné pracovat s kružítkem, kdy na úsečku žáci přenáší jednotlivé části cest (jde vlastně o grafické sčítání úseček), je možné délky cest přenášet pomocí proužku papíru nebo provázku. Jednotlivé papírky nebo provázky si žáci položí pod sebe a porovnají, který z nich je nejkratší.
4. V početním řešení *(snímek 88)* si žáci hodnoty délek jednotlivých úseků cest zapíší buď vedle sebe, nebo pod sebe a hodnoty sečtou. Poté porovnají výsledky, ověří své odhady.

Na brožurce se spolupodílely:

DRBOHLAVOVÁ Jana

HRDINOVÁ Šárka