Univerzita Karlova v Praze
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Diplomová práce na téma:

Paralely ve vývoji logického myšlení žáka a v dějinách logiky

Vedoucí práce: prof. RNDr. Ladislav Kvasz, Dr.

Vypracoval:

Jméno: Bc. Karel Zavřel
Rok: 2012
Adresa: Šternberská 164, Divišov 257 26
Email: kzavrel@seznam.cz

Bc. Karel Zavřel

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci

Paralely ve vývoji logického myšlení žáka a v dějinách logiky

napsal sám a pouze s použitím uvedené literatury a zdrojů.

V Divišově 16. dubna 2012,

Bc. Karel Zavřel

Poděkování

Děkuji vedoucímu mé diplomové práce prof. L. Kvaszovi za inspiraci a mnoho cenných rad, nejen při přípravě a vyhodnocení výzkumu. Děkuji doc. Nadě Vondrové za ochotnou pomoc při konzultaci textace dotazníku a seznamu odborné literatury. Děkuji všem učitelům a žákům ZŠ Divišov a FZŠ Táborská, kteří mi věnovali svůj čas. Děkuji rodičům za vytrvalou podporu při studiu a své manželce za pomoc při zpracování vyplněných dotazníků, především však za trpělivost.

Abstrakt

Diplomová práce *Paralely ve vývoji logického myšlení žáka a v dějinách logiky* se zabývá aplikací metody genetické paralely v oblasti logiky. Na vybraných logických zákonitostech ukazuje a srovnává jejich fylogenetický (historický) a ontogenetický vývoj.

V historické části práce je pojednávána zejména implikace, jejíž rozvoj probíhal převážně v období megarsko-stoické logiky. Následuje kapitola o tzv. alternativní fylogenezi, tj. o etnografickém zkoumání.

V přehledové části je předložena sumarizace několika výzkumů, článků a monografií, které se problematikou zkoumání logického vývoje dětí zabývaly v minulých desetiletích. Je zmíněn přínos J. Piageta.

Následuje krátká kapitola o vymezení učiva z oblasti logiky na základní i střední škole (RVP) a o dostupných učebních podporách (zejména učebnicích). Poslední kapitola pak pojednává o vlastním výzkumu autora.

Abstract

Diploma thesis *Parallel between the development of the logical thinking of pupils and the history of logic* deals with aplications of method of genetic parallel in logic. On the selected logical problems are shown their fylogenetic (historical) and ontogenetic development.

In the historical part of the thesis is discussed especialy the problem of implication, which develops mainly in megaric-stoic logic. Following chapter deal with so-called alternative fhylogeny, ethnographic research.

Overview summaries several research articles and monographs exploring the issue of the logical development of children in past decades. Theory of Jean Piaget is mentioned.

Next short chapter deals with definition of subject matter of logic at the primary and secondary school (RVP). Also some textbooks are mentioned. The last chapter discusses author’s own research.

Obsah

Úvod

Volba tématu *genetické paralely v logice* byla poměrně jednoduchým vyústěním dvou interferujících motivů, jednak snahy se nadále zabývat historií logiky (které se autor začal věnovat v bakalářské práci), jednak požadavku přítomnosti výzkumu a didaktického zaměření diplomové práce. Z toho, co bychom snad mohli v zárodku nazvat „sňatkem z rozumu," se však vyvinulo téma velmi zajímavé až dobrodružné, rovněž však mnohotvárné a široké.

Metoda genetické paralely je obecně přijímaným paradigmatem nejen v didaktice matematiky. Nasnadě je tedy řada otázek, kterými se, pokud víme, zatím nikdo nezabýval: Existuje genetická paralela v logice? Má smysl se jí vůbec zabývat?

Náš postup práce začínal volbou konrétních zákonitostí z oblasti logiky (klasifikace, negace, sylogismus, implikace) a zpracováním jejich vývoje z pohledu fylogeneze (historie). Následovalo zmapování přístupu žáků k těmto zákonitostem, jednak s pomocí článků a výzkumů předcházejících, jednak provedením a vyhodnocením výzkumu vlastního. Poslední fází byla snaha o nalezení paralel; spojujících linií fylogeze a ontogeneze.

U většiny úloh dotazníku nás v tomto ohledu zajímaly především odpovědi chybné. Správná odpověď je typicky jen jedna, stejně jako cesta k ní. Naproti tomu chybných odpovědí bývá celá řada. Zde se právě otevírá prostor pro snahu o interpretaci pohnutek, jež vedly právě k této odpovědi.

Součástí práce je krátké „intermezzo" o současném stavu vyučování logiky, z pohledu RVP i z pohledu používaných učebnic.

1 Genetická paralela

Genetickou paralelou rozumíme tezi, že úspěšné učení do jisté míry opakuje vývoj dané vědy v průběhu dějin. Používaná terminologie je odvozena z biologie: fylogenezí je zde nazýván vývoj druhu, ontogenezí pak vývoj jedince. V přeneseném smyslu je fylogenezí myšlen historický vývoj dané vědy, ontogeneze pak označuje růst jedince v rámci této vědy.

Epistemologické podepření této hypotézy v obecném měřítku pochopitelně neexistuje. Je úkolem každé vědy, aby zkoumala svou historii a snažila se ji interpretovat, pochopit a případně se z ní poučit. V oblasti (české) didaktiky matematiky je metoda genetické paralely známá díky práci Milana Hejného. V učebnici pro budoucí učitele matematiky je jí věnována celá kapitola (Hejný a kol. 1990, s. 25n), zmínku najdeme i v jeho novější publikaci (Hejný & Kuřina 2001, s. 88). Rovněž je k dispozici článek publikovaný ve slovenském časopise *Matematické obzory*, ze kterého budeme v dalším textu nejvíce čerpat (Hejný 1984).

Shodně ve všech výše citovaných zdrojích je uváděn poetický citát z díla P. Erdnijeva: „Růst stromu matematických znalostí v hlavě jednoho člověka bude úspěšný jen tehdy, když v určité míře zopakuje historii rozvoje této vědy." I určitá intuitivnost genetické paralely, podobně jako (intuitivnost) Komenského zásady *od jednoduššího ke složitějšímu*, vypovídají ve prospěch této myšlenky. Existují ovšem i argumenty opačné. Namítá se, že historie není prosta chyb a slepých uliček, (školní) učení by se však mělo ubírat přímou cestou. Tato argumentace zjevně vnímá chybu jako neúspěch, dnes se však spíše přikláníme k pojetí chyby jako legitimní a nenahraditelné součásti poznávacího procesu. (viz např. Hejný & Kuřina 2001, s. 182) S trochou nadsázky se říká, že odborníkem je ten, kdo ve svém oboru udělal již všechny možné chyby – protože už je nebude opakovat.

Existují ale i námitky poněkud konkrétnější. Hejný (1984) popisuje dvě a pomocí odpovědí na tyto námitky rozvíjí myšlenku genetické paralely jako takové. První námitka se týká tzv. magických čtverců[1]. Ty byly kdysi bohatě rozvíjenou součástí matematiky. Kdybychom chtěli důsledně opakovat historický vývoj, bylo by třeba je

[1] Šlo o čtvercové tabulky čísel, jejichž součty v řádcích či sloupcích se musely rovnat, popř. zde platila jiná součtová pravidla. Jako jejich určitou obdobu můžeme vnímat dnes oblíbené sudoku.

zařadit do osnov (RVP). Druhá námitka se týká záporných čísel. Jejich teorie byla formalizována až v 17. století. Záporná čísla by se tedy (podobně jako např. analytická geometrie či infinitezimální počet – rovněž pocházející ze 17. století) na základní škole vůbec neměla objevit.

Na obě námitky Hejný odpovídá určitým vyjasněním pojmu genetické paralely, popř. pojmů souvisejících. Odpověď na výzvu k zařazení magických čtverců do vyučování jako aktu důsledné věrnosti fylogenezi je poměrně jasná: Historie není jen posloupnost událostí, je třeba sledovat vazby příčiny a důsledku, *kauzalitu*. Ačkoli byla problematika magických čtverců ve své době nepřehlédnutelnou součástí matematiky, kontext a motivy tohoto zájmu byly poplatné své době a pramenily především z astrologie či numerologie. Do rozvoje matematického myšlení přinesly magické čtverce jen velmi málo, není tedy důvod, aby byly povinnou součástí školské matematiky. (Hejný 1984, s. 3)

Námitku týkající se neopodstatněnosti používání záporných čísel již na základní škole Hejný rozkrývá takto[2]:

> „V tomto případě je třeba nejprve vyjasnit, že záporná čísla se v historii objevují ve dvou úrovních abstrakce: *předmětné* – v rámci kupeckých počtů, kde zastupují představu dluhu a v *teoretické* – jako součást struktury reálných (resp. celých, resp. racionálních) čísel. Předmětnou představu záporného čísla měli již předřecké národy a uměly s ní dobře zacházet. Teoretické chápání záporného čísla se naplno objevuje až u Descarta a je spojené s pochopením zákona *součin dvou záporných čísel je kladný*…“ (Hejný 1984, s. 4)

Struktura postupného osvojování pojmu záporného čísla na základní škole tyto dvě hladiny reflektuje a i když se žáci již zde s některými poznatky Descartovy doby seznamují (např. výše zmíněný zákon), často bývají jejich znalosti poměrně formální. „Historie nás učí, proč tomu tak je. Při jejím podrobnějším zkoumání nám však rovněž nabízí inspiraci, jak tento problém lépe překonat.“ (Hejný 1984, s. 4)

V dalším textu Hejný popisuje zrod kauzálního myšlení a potažmo deduktivní výstavby matematiky v antickém Řecku mj. na základě rozboru Homérovy Illiady, my však na tomto místě jeho článek opustíme. Ne však ještě matematiku a genetickou paralelu.

[2] Doslovné citace z cizojazyčných zdrojů uvádíme v celé práci ve vlastním překladu do češtiny.

Předkládáme naopak jeden příklad z této oblasti, který bývá spojován právě s porušením růstu onoho matematického stromu. Jedná se o již zmíněný infinitezimální počet. Sama skutečnost, že dnes již tato matematická disciplína většinou nabývá takto nazývána, naznačuje její historický osud. Ve Vopěnkově *Calculu infinitesimalis* čteme:

> „Odmítnutí Newtonova a Leibnizova pojetí infinitesimálního kalkulu matematiky devatenáctého a dvacátého století – vyvolané ať již jejich neochotou či neschopností domyslet a dotvořit základní pojmy, o něž se původní pojetí tohoto kalkulu opíralo – bylo jedním z největších omylů nejen matematiky, ale evropské vědy vůbec." (Vopěnka 2010, obálka)

Motivů odmítnutí infinitesimálního počtu bylo více a každé zjednodušení by bylo zavádějící, čtenáře odkazujeme na citovanou monografii. Jisté je, že Newtonův a Leibnizův kalkul, který počítal s nekonečně malými veličinami (které ovšem explicite nedefinoval), byl nahrazen tzv. ε, δ-kalkulem. Ten sice jeho výsledky formalizoval a svým uživatelům poskytoval často teoreticky větší volnost, chyběla mu však intuitivnost a průhlednost původního infinitezimálního počtu. Vopěnka uvádí, že ještě dlouho se mnozí matematikové uchylovali k nekonečně malým veličinám a teprve konečné výsledky své práce do jazyka ε, δ-kalkulu překládali. (Vopěnka 2010, s. 9)

Vopěnkova obhajoba původního infinitezimálního počtu není motivována didaktickým aspektem, alespoň ne v první řadě. Spíše se snaží o ideovou rehabilitaci Newtonovy a Leibnizovy práce jako takové. K transformaci v didaktický problém ovšem autorovi této stati velmi napomáhá mj. jeho vlastní zkušenost z prvních setkání s diferenciálním a integrálním počtem. Stejně jako mnoho dalších, musel se tvrzení i důkazy často učit zpaměti, neboť jejich „logická struktura" či „odvoditelnost" mu byla nedostupná.

Nabízí se tak vysvětlení, že tato neschopnost nebyla pouze jeho osobní daností, ale lze ji částečně vysvětlit i porušením genetické paralely. Buď v užším měřítku omezeném na oblast matematické analýzy, která stále ve většině případů „zapírá" své zakladatele a jejich dílo, popřípadě pak v měřítku obecně matematickém. V tomto ohledu zmíníme opět Descarta, jehož analytická geometrie je v určitém smyslu vrcholem středoškolské matematiky[3], kdežto matematika vysokoškolská typicky začíná právě diferenciálním

[3] Nejde zde o vrchol z hlediska časové posloupnosti učiva, nutně se nemusí stát ani vrcholem ve smyslu náročnosti. Ale jde zde o vrchol, řekněme, *ideový*. Zatímco syntetická geometrie,

a integrálním počtem, přesněji právě ε, δ-analýzou. Tyto oblasti, které jsou tak v ontogenezi kladeny přímo za sebe, však ve fylogenezi oddělovalo několik generací matematiků.

V nedávné době se genetickou paralelou do určité míry zabýval také tým odborníků z Univerzity Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem v rámci projektu *Překážky ve fylogenetickém a ontogenetickém vývoji pojmu nekonečno*.[4] K dané problematice přistupovali v epistemologickém rámci teorie didaktických situací, základním pojmem se jim stala *překážka*. V tomto paradigmatu *překážka* označuje znalost, která je v určitém kontextu pravdivá a užitečná, avšak přenesením do kontextu jiného tato znalost svou pravdivost pozbývá. Je-li v kognitivní struktuře žáka tato znalost příliš zakořeněna a odolává „reedukaci“ či zpřesnění, stává se překážkou pro jeho další vývoj. Tyto překážky se však vyskytovaly i v historii na úrovni matematického světonázoru (ne pouze omezeny na jednotlivce). Zkoumání a porovnávání těchto překážek (jejich příčin a následků) v ontogenezi i fylogenezi je vlastně hledáním genetické paralely. Celá problematika je zevrubně popsána např. v (Cihlář, Eisenmann, Krátká 2010), popř. v angličtině v (Eisenmann, Cihlář, Krátká 2011).

Genetickou paralelou v oblasti logiky se (pokud víme) dosud nikdo nezabýval. Chceme tedy touto prací otevřít alespoň malé okno do tohoto velkého a bohatého světa.

---

algebra či obecné komputativní dovednosti zaznamenávají na střední škole rozvoj především kvantitativní, vstupem analytické geometrie se studentům radikálně otevírají nové světy, jde tedy především o změnu kvality, *ideu*. (V podobném světle je třeba chápat druhou část věty, totiž že matematika na VŠ začíná moderní analýzou.)

[4] Projekt Grantové agentury ČR vedený pod kódem GA406/07/1026 řešený 2007–2009. Na projektu se podíleli především Jiří Cihlář, Petr Eisenmann a Magdalena Krátká, některých jeho fázích se rovněž účastnil již výše citovaný P. Vopěnka.

2 Fylogeneze logiky

2.1 Historie logiky

Historie logiky je pozoruhodná už svou mnohotvárností. Ta je do velké míry dána její historickou cestou křižující mnoho vývojových linií dalších vědních oborů. V antických časech nazval Aristoteles svou dialektiku *Organonem*, nástrojem správného myšlení a usuzování, a její další vývoj byl spjat s filosofií. Ve středověku se pak logika obdobným způsobem stala nástrojem teologů. Rozpuk logiky 17. a 18. století daleko za hranice tzv. humanitních věd v období osvícenství a racionalismu reprezentuje snad nejlépe Leibnizův utopistický koncept *characteristica universalis*. A to už zbývá je malý krok k velikánům, jakými byli George Boole či Gottlob Frege, a ke zrodu logiky *matematické*. A cesta tohoto *organonu* snad všech akademických disciplín pokračuje i dnes směrem k technickému okraji bohatého spektra vědy. Fuzzy logika a další systémy moderní logiky jsou dnes jádrem zkoumání umělé inteligence či robotiky. Ve všech oborech, jejichž cestu zkřížila, však logika zakořenila a zůstává jejich legitimní součástí.

Některá období dějin logiky byly již popsána v bakalářské práci autora. Podrobněji to byla především aristotelská nauka o soudech, sylogistika a pak (po velkém historickém skoku) logika Booleova a Fregova. (Zavřel 2010) V tomto oddíle se chceme – s ohledem na zákonitosti, kterým se budeme věnovat ve zkoumání ontogeneze – zabývat zejména dějinným vývojem implikace.

2.1.1 Diskuse o podstatě implikace

Možná trochu nezvyklý titulek je neumělým překladem názvu traktátu *The Debate on the Nature of Conditionals*[5], který byl vždy spojen především s historickým obdobím megarsko-stoické logické školy. Ukazuje, že implikace, jak ji známe dnes, rovněž prošla svým dějinným vývojem, který měnil její pojetí i externí podmínky její platnosti či neplatnosti.

[5] Pod tímto názvem najdeme zmíněnou problematiku např. v monografii *The Development of logic* (Kneale & Kneale 1962, s. 128).

Nejprve krátce ke kontextu megarsko-stoické logiky jako takové. Původ i název Megariků odvíjíme od Eukleida z Megary (asi 450–370 př. n. l.). Poněkud méně známý jmenovec slavného geometra žil v době Sokratově a pravděpodobně byl i jeho blízkým přítelem. Základy, na nichž vystavěl Eukleides svou školu, byly jednak právě filosofie Sokratova, jednak filosofie a logika Parmenidova[6] a elejské školy vůbec. Megarikové se soustředili především na paradoxální vyjadřování a klamné závěry, někdy bývají nazýváni též *eristiky* (z řeckého *eristikos*, lačný sváru).

Logika stoiků se od megarské školy v mnohém inspirovala. Rovněž se zabývala paradoxy stejně jako i sylogistikou a mnoha dalšími tématy, zdaleka nejvíce se však v této škole rozvinula logika výroků. Pokud bychom chtěli jmenovat jen jednoho zástupce této školy, byl by to bezpochyby Chrysippos ze Soloi (asi 280–207 př. n. l.). Jeho monumentální dílo pravděpodobně čítalo stovky knih, z nichž se však zachovaly pouze zlomky v citacích pozdějších autorů. Jeho logika byla prý velmi pronikavá, bývá označován druhým největším logikem (po Aristotelovi) a v souvislosti s jeho jménem bývá citován výrok, jež se připisuje Diogenu Laertiovi[7]: „Pokud bohové používají logiku, je to logika Chrysippova." (Bobzien 2008; Kneale & Kneale 1962, s. 128)

Jak již bylo naznačeno výše, je-li Aristotelova logika prototypem a výchozím bodem zkoumání sylogistiky a logiky pojmů, pak nauka stoiků a megariků je východiskem studia logiky výroků. Některé podrobnosti včetně nauky o apodeiktických úsudcích či úsudkových schématech je opět možné najít v bakalářské práci autora, popřípadě v o poznání preciznější, přesto však jednoduché a snadno čitelné formě v citovaném článku Karla Berky (1981).

Diskuse o podstatě implikace je však již poněkud odbornějším tématem, které je v české literatuře dostupné jen útržkovitě. Přidržíme se tedy ponejvíce proslulého manuálu

---

[6] Parmenidés z Eleje (asi 510–450 př. n. l.), zakladatel elejské filosofické školy, jejímž nejznámějším představitelem se později stal Zenón (známé Zenónovy aporie). Jediným Parmenidovým částečně dochovaným dílem je báseň *O Přírodě*, ale i z té máme dnes k dispozici asi pouhých 5 % předpokládaného původního textu. Právě u Parmenida nacházíme pramen pochybování o možnostech smyslového poznání, klamavosti vnímání apod. (Kirk a kol. 2004, s. 312n; Palmer 2012)

[7] Diogenes Laertios (3. st. n. l.) byl řeckým vzdělancem a historikem, sepsal dějiny řecké antické filosofie. Jeho dílo vyšlo v českém překladu A. Koláře: *Životy, názory a výroky proslulých filosofů*, Pelhřimov 1995.

historie logiky *A History of Formal Logic* polského autora J. M. Bocheńského[8], jehož přístup k tomuto tématu budeme doplňovat dalšími zdroji.

Že problematika podmínkových výroků byla v magarsko-stoické logické škole hojně diskutována, dokládá nejen tato monografie citátem Alexandrijského knihovníka Callimacha: „Už i vrány na střeše krákají o podstatě implikace.“ (Bocheński 1961, s. 116; Kneale & Kneale 1962, s. 128)

2.1.2 Filónova implikace

Jako výchozí případ je uváděna tzv. implikace Filónova[9]: „Spojená propozice[10] je pravdivá, pokud se nejedná o případ, že by začínala pravdou a končila nepravdou.“ Pokud bychom chtěli znázornit Filónovu implikaci pravdivostní tabulkou[11], je výsledek poměrně zřejmý:

Antecedent	Konsekvent	Spojená propozice
pravda	pravda	pravda
nepravda	nepravda	pravda
nepravda	pravda	pravda
pravda	nepravda	nepravda

[8] Józef Maria Bocheński (1902–1995), polský filosof, logik a teolog, člen dominikánského řádu. Svého času rektor univerzity ve Freiburgu. Díky svým znalostem a zkušenostem z opačné strany železné opony byl konzultantem mnoha západních vlád pro věci východní Evropy. Originál citované monografie je v němčině a nese název *Formale Logik*.

[9] Filón z Megary (3.–2. století př. n. l.), přízvisko *z Megary* značí spíše jeho příslušnost k megarské logické škole než jeho skutečný původ. Kromě vymezení kondicinálu je významný i jeho příspěvek k modální logice.

[10] V anglickém překladu *conected proposition*, v transkripci řeckého textu *synémmenon*. Stejný termín (bez překladu) používá mj. i Berka ve svém článku (1980b). Bocheński v dalším textu vysvětluje nepoužití slova *conditional* tím, že myšlenka *podmiňování* byla megarsko-stoické škole cizí. Hlubší analýza tohoto formulačního problému by přesahovala rámec naší práce, čtenář ji může nalézt např. v (Gabbay & Woods 2004, s. 423).

[11] Podoba uvedené pravdivostní tabulky je převzata z Bocheńského monografie (1961, s. 117), v téměř totožné podobě, pouze se změnou pořadí, ji uvádí Kneale & Kneale (1962, s. 130). Zároveň dodávají, že se pravdivostní tabulky staly nástroji logiky až v poměrně nedávné době. Filón však natolik akcentuje extenzi (pravdivostní hodnotu) výroků, že vystižení jeho postoje tímto způsobem je velmi vhodné.

Ze slovního popisu i z pravdivostní tabulky snadno nahlédneme, že se zde jedná o obdobu výrokové spojky, kterou dnes nazýváme materiální implikací. Tu jsme však zvyklí užívat zejména v matematice pro časově neomezená tvrzení:

Je-li číslo dělitelné šesti, pak je dělitelné i třemi.

Implikace Filónova typicky mění svou pravdivostní hodnotu v závislosti na čase:

Pokud je den, pak je noc.

Tato spojená propozice je pravdivá, je-li vyslovena v noci. Ve dne je však její pravdivostní hodnotou *nepravda*. (Bocheński 1961, s. 117; Bobzien 2011)

2.1.3 Diodorova implikace

Další variací na téma kondicionálu je implikace v pojetí Diodora Krona[12]. Ačkoli byl Diodoros starší než Filón, zdá se, že jeho historické řazení až za jeho žáka reflektuje průběh celé problematiky. Diodoros se pravděpodobně snažil svou ne právě jednoduchou formulací odbourat závislost (Filónovy) implikace na čase. Pokusíme se o překlad klíčové definiční věty: „Spojená propozice je pravdivá, pokud začíná pravdou a zároveň nenastává a nemůže nastat případ, že by končila nepravdou.“ Je zde patrný přesah do oblasti modální logiky, kterou se megarsko-stoická škola rovněž intenzivně zabývala.[13] Diodorovu implikaci se Bocheński snaží osvětlit uvedením příkladu: Spojená propozice „Pokud je den, tak hovořím.“ je podle Filóna pravdivá za předpokladu, že je opravdu den a já opravdu hovořím. Ale podle Diorora je toto spojení nepravdivé zkrátka proto, že já mohu přestat hovořit – tedy může nastat případ, že by končila nepravdou. Jsou uváděny i další příklady, my se však již omezíme na formálnější a snad jasnější zápis Diodorovy implikace: „Pokud *p*, pak *q* tehdy a jen tehdy, když pro žádný čas *t* nenastává případ, že *p* je pravdivé v čase *t* a zároveň *q* je nepravdivé v čase *t*.“ (Bocheński 1961, s. 117n) Ještě jednodušší definici Diodorovy implikace přináší Susanne Bobzien: Implikace je pravdivá podle Diodora, je-li pravdivá podle Filóna v každém čase (tj. nezávisle na čase). (Bobzien 2011)

---

[12] Diodoros Kronos, též Diodorus Kronus (asi 350 až 300 př. n. l.), megarik, učitel Filónův. Proslul zejména díky tzv. rozhodujícímu argumentu (*master argument*), který souvisí s Aristotelem nastíněným problémem determinismu budoucnosti.

[13] Susanne Bobzien ale podotýká, že zde Diodoros pro vyjádření (ne)možnosti použil jiné sloveso, než které striktně používá v definicích týkajících se modální logiky. (Bobzien 2011)

2.1.4 Spojitá implikace

Další krok ve vývoji implikace je tradicí připisován Chrysippovi, jeho autorství však není jisté. Bocheński mluví o *connexive implication*, což bychom snad mohli přeložit jako s*pojující* či *spojitá implikace*. Nejde zde přímo o novou definici, ale spíše podmínku pro předchozí případy. I propracovaným sítem Diodorovy implikace totiž např. následující výrok propadne jako pravdivý: „Pokud se hmota neskládá z atomů, pak se skládá z atomů.“ (Že je pravdivý i v pojetí implikace podle Filóna, netřeba zdůrazňovat.) Podmínka *spojité implikace* však tyto případy izoluje podmínkou: O spojené propozici můžeme mluvit jen v případě, že negace konsekventu je neslučitelná s jejím antecedentem. Jako dobrý příklad spojité implikace je tedy možno uvést např. výrok „Je-li den, je světlo.“ Podobně jako Filónova implikace je dějinným předobrazem dnešní implikace tzv. materiální, je tato (snad Chrysippova) implikace vzorem dnešní implikace striktní. (Bocheński 1961, s. 118n; Kneale & Kneale 1962, s. 129)

2.1.5 Inkluzivní implikace

Následuje poslední zastavení na cestě vývoje implikace, alespoň co se týče megarsko-stoické logické školy. Nazveme ji *inkluzivní implikací* a její vymezení je následující: „Spojená propozice je pravdivá, pokud je konsekvent potenciálně obsažen v jejím antecedentu.“ Z několika zdrojů, které jsme měli k dispozici, tuto alternativu implikace zmiňuje pouze Bocheński. Sám navíc podotýká, že se jedná o ojedinělý případ, který se i ve své době pravděpodobně vázal jen na malou skupinu logiků. Navíc v dalším dějinném vývoj se k němu již nikdo nevrací. Jeho formulace a potažmo i pochopení totiž není zcela jednoznačné, vyžadovalo by používáni striktně definovaných pojmů složených z daných tříd elementů, abychom se na ně mohli snadno a bezpečně odvolávat. „V tomto pojetí je propozice ‚Pokud je den, pak je den.‘ a každá opakující se spojená propozice pravděpodobně nepravdivá, protože nic nemůže být obsaženo samo v sobě.“ (Bocheński 1961, s. 119)

2.1.6 Striktní implikace

Budeme-li dál sledovat dějinný vývoj implikace, musíme pokročit téměř o dvě tisíciletí. Po všechen ten čas se samozřejmě implikace používala; rozvíjely se především její aplikace – úsudková schémata, důkazové metody atp., samotná podstata kondicionálu ovšem zůstávala stejná. A po celou tu dobu měli jistě studenti – stejně jako dnes – problémy s tzv. paradoxy implikace, kontraintuitivními důsledky způsobenými její materiální podstatou. Např. že z nepravdivého antecedentu je možno vyvodit cokoli bez újmy na pravdivosti celého výroku nebo že předpoklad a závěr výroku spolu kontextově vůbec nemusí souviset.

První jasně definovaný systém, který se vědomě snažil tento nedostatek odstranit, pochází až z počátku 20. století a jeho autorem je C. I. Lewis[14]. „Vychází z kritiky dosavadních koncepcí moderní logiky, jež pojímají svou výrokovou část přísně extenzionálně," tj. sledují pouze jejich pravdivostní hodnoty. (Mleziva 1970, s. 95)

> „Vymezení významu výrokových spojek tabulkou pravdivostních hodnot … je samozřejmě vymezením zjednodušujícím. Logika se nesnaží ‚vymyslet' nějaké ‚nové myšlení'. Snaží se zpřesnit a učinit exaktními ty způsoby myšlení, jež si lidstvo vytvořilo a jichž užívá po dlouhá tisíciletí. Samo zpřesnění ovšem implicitně znamená změnu (zpřesňuji-li nepřesné, samo sebou způsobuji změny, úpravy). Tyto změny … se projevují v určitých rozdílech mezi některými případy použití výrokových spojek v běžném jazyku a ohodnocování těchto případů podle zásad klasické logiky." (Mleziva 1970, s. 96n)

Původ této charakteristiky moderního výrokového kalkulu odvozuje Lewis od Boolea, resp. jeho algebry tříd. Lewisovo vysvětlení je zajímavé a přesvědčivé:

> „Skutečnost, že skoro všechny formule symbolické logiky byly založeny na (této) relaci extenzionální nebo materiální implikace – relaci pravdivostních hodnot – a nikoli na relaci obsahů nebo logických významů, je způsobena tím, že byly postupně budovány na základě, jejž položil Boole, tj. na kalkulu, který byl původně určen, aby jednal o vztazích mezi třídami. Za těmito zvláštními vlastnostmi materiální implikace není nic tajemnějšího, než tato poněkud nešťastná historická událost." (Lewis & Langford 1932, s. 89; citováno podle Mleziva 1970, s. 99)

[14] Clarence Irwing Lewis (1883–1964), americký filosof a logik, později proslul i na poli epistemologie a etiky. Jeho zásadními díly z oblasti logiky jsou *A Survey of Symbolic Logic* (1918) a *Symbolic Logic* (1932). (Při dohledávání druhé z jmenovaných monografií nás může zmást stejnojmenná kniha téměř stejnojmenného autora, totiž Lewise Carrolla. Ta však vyšla o několik desetiletí dříve a pojednává především o svébytném grafickém řešení sylogismů, pro podrobnosti viz bakalářskou práci autora.)

To vše tedy vedlo Lewisek tomu, aby pro výstavbu svého logického systému definoval kondicionál jinak. Mluvíme zde o tzv. *striktní implikaci*, která je vymezena následující definicí: „Výrok *p* striktně implikuje výrok *q*, jestliže není možné, aby první člen *p* platil a druhý člen *q* neplatil.“ Jak vidno, opět se zde objevují termíny, jež nevyhnutelně vyžadují modální logiku. „Systém tak překračuje meze extenzionálního systému a stává se *systémem intenzionálním*, jak právě Lewis požadoval.“ (Mleziva 1970, s. 100)

Zastavme se ještě u modální částice *nebýt možné*, resp. *být nemožné* (označme ji „~“), která se objevuje v definici striktní implikace. S jejím zavedením (v kombinaci s negací) přibývají vedle základních dvou možností *p* (*p* platí) a *non-p* (*p* neplatí) možnosti další: ~ *p* (*p* není možné), *non* ~ *p* (není pravda, že *p* je nemožné, resp. *p* je možné) a konečně ~ *non-p* (není možné, aby *p* bylo nepravdivé, resp. *p* je nutně pravdivé). (Bocheński 1961, s. 403)

Lewis se domníval, že použití striktní implikace více odpovídá používání kondicionálu v přirozeném jazyce[15] a (tak trochu mimochodem) vytvořil na jejím základě celkem pět různých intenzionálních logických systémů (S1–S5). Jeho přínos k vývoji logiky je nesporný a jeho systémy striktní implikace se staly východiskem pro každého, kdo se zabývá moderní modální logikou.

[15] Avšak Bocheński rovněž vypočítává některé paradoxy, které přináší používání striktní implikace. (Bocheński 1961, s. 404n)

2.2 Etnografie přírodních národů jako alternativní pramen fylogeneze

Ačkoli základním pramenem pro zkoumání fylogeneze logiky je její historie tak, jak ji sama logika reflektuje, nemůžeme se zbavit dojmu, že je to pramen nedostatečný, alespoň pro lokaci paralel, jejichž hledání jsme si vytyčili jako jeden z cílů této práce. Historii každé vědy totiž vždy psali ti nejlepší, navíc historická selekce díky pracným ručním opisům a překladům velmi pravděpodobně zajistila, že do současnosti se nám zachovala díla jen ta nejlepší z nejlepších. Pro nás jsou však zajímavější právě chyby a nedostatky, které se objevily (v globálním měřítku) v historii a opakují se i dnes v podobě fenoménů typických pro určitý věk dítěte. Kromě toho, každé období historie, každý vypracovaný logický systém, je z určitého hlediska dokonalý a (přinejmenším ve své době) aplikovatelný a dobře fungující. Dnešní hledání „chyb“ či nedostatků těchto historických systémů se pak přirozeně do jisté míry jeví jako poněkud alibistické, násilné a odtržené od tzv. *Sitz im Leben*, kontextu a potřeb doby.

Je to pochopitelně fenomén společný mnoha vědám – historii jejich vzniku či spíše postupného utváření můžeme mapovat až od jejich prvních písemných kodifikací, a to ještě pouze v míře, v jaké se tyto do dnešní doby zachovaly. Opravdová historie utváření jejich základů je pro nás dnes nedosažitelná.

V logice je tento rozpor zvláště patrný. První její zárodky musely vznikat zároveň s rozvojem intelektu a její vývoj byl pak implicite stimulován vznikem a vývojem řečových projevů.[16] V této fázi vývoje bychom mohli to, co nazýváme logikou, vnímat jako společné jádro těchto procesů, jako záruku smysluplnosti a komunikovatelnosti. Logické zákonitosti a fenomény, které zkoumáme my, jsou ovšem od těchto začátků již příliš vzdálené na to, abychom si pomohli paralelou s živočišnou říší (viz pozn. 17), základní idea však zůstává: Jako alternativní pramen fylogeneze jsme se rozhodli použít některé výzkumy myšlení „přírodních národů“. Tento jedinečný zdroj inspirace

[16] Že myšlení a řeč mají fylogeneticky různé prameny, můžeme doložit např. četnými citacemi Vygotského polemiky s Piagetovou teorií dětské egocentrické řeči z knihy *Myšlení a řeč*. Ani jemu pochopitelně nebyly dosažitelné fylogenetické počátky obou těchto mohutností člověka, argumentuje však výsledky experimentů, které zkoumaly stav intelektu a řečových projevů lidoopů. Pro naši práci sice nejsou jeho konkrétní výsledky v tomto oboru příliš směrodatné, ovšem pouhé sledování linií jeho argumentace je brilantním důkazem aplikace metody genetické paralely. (Vygotskij 2004, s. 54n)

a zkušeností otevírá netušené možnosti pro srovnání a ačkoli si uvědomujeme, že se nejedná o alternativu fylogeneze logiky (resp. jejího určitého stádia) v pravém slova smyslu, domníváme se, že bohatost těchto podnětů a užitečnost jejich studia nás k tomuto kroku opravňuje.

Nyní tedy již poněkud konkrétněji. Hlavním zdrojem informací v této oblasti alternativní fylogeneze se nám stal výzkum A. R. Luriji[17] popisovaný v monografii *O historickém vývoji poznávacích procesů*. Lurija zkoumal zákonitosti myšlení v zapadlých částech dnešního Kyrgyzstánu a Uzbekistánu 30. let 20. století. Tamní lidé žili převětšinou v tzv. kišlacích – malých vesnicích téměř bez kontaktu s okolním světem. Živili se pastevectvím či zemědělstvím a žili bez institucionalizovaného vzdělávání, naprostá většina z nich byla negramotná. To byl také jeden z hlavních podnětů Lurijovy práce – ukázat, že lidé s alespoň minimální školní docházkou prokazují nesrovnatelně lepší výsledky v různých oblastech vyžadujících mj. určitou míru abstrakce či logického myšlení.

Oblastí Lurijova zájmu je několik a ne všechny nás budou v této práci zajímat stejnou měrou. Zkoumal např. vnímání a schopnost pojmenování barev či tvarů, předkládal zkoumaným osobám optické klamy. My se však více zaměříme na kapitoly další, které se věnují klasifikaci pojmů a sylogistice.

2.2.1 Klasifikace

Jak jsme již zmínili, stěžejní pro naše zkoumání budou kapitoly zabývající se klasifikací a sylogistikou. Přidržme se tedy struktury knihy a začněme kapitolou nazvanou *Abstrakce a zobecnění*, jejíž stěžejním tématem je právě klasifikace. Důležitost této mentální aktivity zakládá autor na následující tezi:

> „Proces klasifikace předmětů je zvláštní forma činnosti, jejichž podstata spočívá ve vyčlenění podstatných příznaků předmětů a ve spojování těchto předmětů v příslušné skupiny. Přednost, která se dává určitému příznaku, vyčlenění toho či

[17] Alexander Romanovič Lurija (1902–1977) Ruský psycholog, Vygotského spolupracovník, proslul především svými pracemi v oblasti neuropsychologie. Kromě citované monografie se českého či slovenského překladu dočkala i další Lurijova díla: *Malá knížka o velké paměti* (SPN Praha 1973), *Ľudský mozog a psychické procesy* (SPN Bratislava 1975), *Neuropsychologie a vyšší psychické funkce* (SPN Praha 1980) a *Základy neuropsychológie* (SPN Bratislava 1982). Pro další informace o životě a díle A. R. Luriji viz článek (Cole 1998).

> onoho klasifikačního principu těsně závisejí na formě činnosti, která u daného subjektu převládá.“ (Lurija 1976, s. 65)

Právě tzv. klasifikační principy byly determinujícím faktorem v popisovaných výzkumech. Podoba těchto úkolů nebyla vždy zcela jednotná, ale základní princip zůstával stejný: Mějme několik předmětů (obrázků, slov, pojmů) a úkolem zkoumané osoby bylo některý z nich vyřadit, nebo naopak k nim nějaký další přidat. Sady těchto předmětů byly tvořeny vždy tak, aby kritérium, na jehož základě lze některý z předmětů vyřadit (resp. přiřadit), bylo vždy alespoň dvojí. Jedno z nich můžeme charakterizovat jako tzv. *abstraktní* či *kategoriální*[18]. „Názorné formy vnímání … ustupují do pozadí a základního významu nabývají způsoby vydělování příznaků a podřazování předmětů pod obecnou kategorii, které jsou realizovány s pomocí abstrahující a zobecňující řeči.“ (Lurija 1976, s. 67) Druhým kritériem, na jehož základě byl z řady typicky vyřazen jiný předmět, nazveme *konkrétním* či *situačním*. „Zkoumané osoby … zapojovaly tyto předměty do těch či jiných konkrétních činnostních situací, které čerpaly ze své konkrétní zkušenosti a reprodukovaly ve své paměti.“ (Lurija 1976, s. 68)

Autor srovnává odpovědi a jejich zdůvodnění osob zcela negramotných s těmi, kteří prošli alespoň minimální školní docházkou (1–2 roky), a dochází k tomu, že markantní rozdíl v použití těchto klasifikačních principů je jedním z ukazatelů celkového rozvoje (logického) myšlení.

Jako prototyp výzkumného nástroje (předkládaných řad) můžeme použít např. sérii *kladivo – pila – poleno – sekera*. Abstraktním (kategoriálním) klasifikačním způsobem by mělo být z řady odstraněno poleno, protože všechny ostatní předměty patří do kategorie nástrojů. Pokud naopak převáží u zkoumané osoby konkrétní (situační) kritérium klasifikace, mělo by být vyřazeno kladivo, protože ostatní předměty se setkávají v situaci zpracování dřeva.

Z popisovaných i citovaných rozhovorů experimentátora a zkoumaných osob jasně vyplývá, že druhý způsob (zapojení předmětů do jedné situace) jasně převládá. Pokusy dovést zkoumané osoby ke kategoriálnímu členění (např. pomocí „pojmenování tří

[18] Záměrně zde ponecháváme obě pojmenování (*abstraktní – kategoriální*) a snažíme se o to i v dalším textu; jde jednak o věrnost originálu, především však vidíme určitou komplementaritu a užitečnost obou termínů. Totéž pro dvojici pojmů používaných k popisu druhého kritéria: *konkrétní – situační*.

z nich jedním slovem“) naprosto selhávají, situační kritérium klasifikace je vysoce rezistentní.

Zajímavý (a v analýze *a priori* pravděpodobně neočekávaný) byl však ještě jeden fenomén, který můžeme charakterizovat jako *vše je potřebné*. Šlo o jev, který na první pohled u mnoha zkoumaných osob značně zastiňoval obě popisovaná klasifikační kriteria. Tyto osoby zkrátka nebyly ochotny ze série vyřadit žádný předmět a argumentovaly tím, že všechny jsou potřebné. Při pohledu druhém však zjišťujeme, že i v pozadí tohoto fenoménu je možno nalézt ono konkrétní, situační kritérium. Právě argumenty typu *vše je potřebné* totiž tuto potřebnost vždy dokládaly zkušeností či alespoň potenciálně reálnou situací, v níž všechny předměty figurovaly.

Zastavíme se ještě krátce u série *sklenice – kastrol – brýle – láhev*, protože tu jsme téměř v totožné podobě použili v našem dotazníkovém šetření. Zde jsou opět snadno přístupné obě možnosti korespondující s popisovanými klasifikačními principy. Do řady nepatří buď *kastrol*, protože není ze skla (abstraktní, kategoriální kriterium), nebo do řady nepatří *brýle*, protože nemají přímou souvislost s přípravou či konzumací jídla a pití (konkrétní, situační kriterium). Záleží zde však na zdůvodnění; vyřazení *brýlí*, protože nepatří mezi nádoby, by bylo možné charakterizovat i jako abstraktní (kategoriální) členění.

Stejně jako u ostatních řad, i zde se velmi silně projevil fenomén *vše je potřebné*, ale pravděpodobně ne tak silně, jako u sérií ostatních. (Alespoň se tak zdá podle citovaných rozhovorů.) *Brýle* z řady ochotněji vyřazovali mladší respondenti, pro které tento předmět nebyl reálně (osobně) potřebný. Jejich vyřazení na základě kategorie („nepatří mezi nádobí“) se spontánně objevilo jen málokdy, ale po návodných otázkách experimentátora je byla většina zkoumaných osob ochotna uznat. Častěji byly *brýle* vyřazeny kritériem situačním – „nedá se jimi nabrat voda,“ popř. na základě souvislosti s jídlem a pitím. Odstranění *kastrolu* (protože ostatní jsou ze skla) se bez návodu experimentátora neobjevilo vůbec.[19]

[19] Marginální odpovědí se stala *láhev*, kterou ze série vyřadili asi dva respondenti. Určitou perličkou může být, že oba tento termín doplnili na *láhev vodky*; jeden ji vyřadil kvůli její škodlivosti, druhý naopak na základě její lákavosti a rovněž nákladnosti.

2.2.2 Sylogistika

Sylogistikou se Lurija zabývá v kapitole nazvané *Úsudek a závěr*. Opodstatnění použití sylogismu jako výzkumného nástroje autor opírá o tuto tezi:

> „Vznik verbálně logických kódů umožňujících abstrahovat podstatné příznaky předmětů … vede k formulování složitějších logických aparátů. Tyto logické aparáty dovolují vytvářet závěry z příslušných premis bez bezprostřední názorně úkonové skutečnosti. Umožňují získávat nové znalosti diskurzivním, verbálně logickým způsobem.“ (Lurija 1976, s. 116)

Sylogismus je právě jedním z těchto verbálně logických kódů či aparátů. Autor obhajuje stanovisko, že tyto netriviální formy uvažování nejsou implicitní součástí pouhého biologického vývoje intelektu jedince, nýbrž že jejich pramen tkví ve vývoji historicko--kulturním.

Lurija předkládal respondentům sylogismy, které se na jednu stranu upínaly ke známým skutečnostem, na druhou stranu však odkazovaly i na jevy osobní zkušenosti nedostupné. Např.: „Bavlna může růst pouze tam, kde je horko a sucho. V Anglii je chladno a sychravo. Může tam růst bavlna?“ Jiné předkládané sylogismy již zcela postrádaly vazbu na zkušenosti dostupný svět kyrgyzských a uzbeckých domorodců. Např.: „Na dalekém severu, kde je sníh, jsou všichni medvědi bílí. Nová Zem je na dalekém severu a je tam vždy sníh. Jakou barvu tam mají medvědi?“

2.2.3 Lurijovské fenomény

Použití Lurijovy monografie jako pomocného pramene pro zkoumání logiky není objevem této práce, jak by se snad až dosud mohlo zdát. Naopak – alespoň v oblasti sylogistiky – již můžeme navazovat na výsledky výzkumu, které prezentuje Mária Bálintová v písemné části své dizertační zkoušky *Logika vo vyučovaní matematiky*. Právě ona již charakterizovala tzv. Lurijovské fenomény. Jedná se o kategorizaci typických odpovědí, které Luria od respondentů svého výzkumu dostával.

V oblasti klasifikace jsme jeden takový fenomén již pojmenovali jako *vše je potřebné*. Lurijovské fenomény v oblasti sylogistiky jsou podle M. Bálintové tři. (Bálintová 2001, s. 15n)

1. Fenomén *odmítnutí* – odvolává se na nepřítomnost osobní zkušenosti.
   Př.: Předkládá se sylogismus o bavlně v Anglii (viz výše).
   „Nevím, byl jsem jen v Kašgarii, víc toho neznám.“ (Lurija 1976, s. 122)
2. Fenomén *všechno dobré* – snaha o vytvoření podmínek, aby odpověď mohla být kladná.
   Př.: Předkládá se sylogismus: Zámotky bource morušového bývají pouze tam, kde je horko. Bílí medvědi žijí pouze tam, kde je chladno a sníh. Jsou taková místa, kde jsou jak bílí medvědi, tak i zámotky bource morušového?
   „Taková místa musejí být. Na světě jsou velké kišlaky. V jednom kolchoze mohou být bílí medvědi a v druhém zámotky. (…) Může být velké město a kolem hory, jako zde v Šachimardaně. Tady je možno pěstovat zámotky a v horách mohou být medvědi.“ (Lurija 1976, s. 127)
3. Fenomén *praktické myšlení* – odvolává se na vlastní zážitky, porovnává s realitou, ve které žije.

Všechny tyto kategorie mají společný základ, totiž odvozování odpovědí ze zkušeností, nikoli z verbálně-logické struktury sylogismu. Tu většina zkoumaných osob nebyla schopna postřehnout, nevnímali úsudkové schéma sylogismu jako celek.

Zdaleka nejčastěji se vyskytoval fenomén *odmítnutí*. V sylogismech prvního typu (s částečnou vazbou na zkušenost respondentů) se občas ještě dařilo examinátorům návodnými otázkami přimět respondenty k provedení závěru. U sylogismů, jejichž žádná součást nenacházela oporu ve zkušenostech zkoumaných osob, byl však fenomén *odmítnutí* rezistentní.

Další dva fenomény se vyskytovaly spíše okrajově, obzvlášť fenomén *všechno dobré*. Fenomén *praktické myšlení* zpravidla doprovázel odpovědi typu *odmítnutí*, často se od nich jen těžko odlišoval.

Za zmínku stojí i další postup výzkumu M. Bálintové. Po klasifikaci fenoménů objevujících se v odpovědích respondentů Lurijova výzkumu přetvořila jím použité sylogismy pro použití v dnešní době. Zachovala jejich logickou strukturu, změnila však kontext tak, aby pro dnešní žáky základních škol byl jejich obsah zkušenostem či znalostem nedostupný, podobně jako tomu bylo u zkoumaných osob originálního výzkumu.

Tak např. citovaný sylogismus o bílých medvědech a hedvábných zámotcích byl nahrazen následujícím: „Ryba sakofaring může žít jen ve velké hloubce, kde je vysoký tlak. Fytoplankton potřebuje světlo, proto žije blízko hladiny. Může se ryba sakofaring živit fytoplanktonem?“ Další citovaný sylogismus o medvědech v Nové Zemi byl však změněn jen málo: „Na dalekém severu, kde je sníh, jsou všechny lišky bílé. Špicberky jsou na dalekém severu, kde je stále sníh. Jakou barvu tam mají lišky?“

Úmysl, se kterým M. Bálintová opakovala popisovaný výzkum, je celkem zřejmý. Zajímalo ji, zda se tzv. Lurijovské fenomény, které zde popisujeme z hlediska fylogeneze, objeví i v odpovědích žáků napříč druhým stupněm základní školy, tedy v ontogenezi.[20]

Výzkum, který autorka prezentuje, dává na tuto otázku poměrně jasně kladnou odpověď. Autorka jednotlivé jevy, které se v žákovských odpovědích vyskytovaly, přehledně roztřídila a alespoň přibližně přiřadila ke třem zmiňovaným Lurijovským fenoménům. Odpovědi respondentů prvního i druhého výzkumu jsou samozřejmě značně charakteristické a rozdíly jsou patrné, ale jejich determinantou je v obou případech značná vázanost na osobní zkušenost a malá schopnost abstrakce a verbálně-logického úsudku.

Dotazník M. Bálintové kromě pseudolurijovských sylogismů obsahoval mj. ještě velmi zajímavou úlohu, která (ač v sylogistickém hávu) odkrývá velmi rozsáhlou a složitou problematiku implikace, zde konkrétně ve variaci nutná v. postačující podmínka:

> „Orangutani žijí jen tam, kde jsou vysoké stromy. V brazilské džungli jsou vysoké stromy. Žijí v Brazílii orangutani?“ (Bálintová 2001, s. 27)

Tato tematika překračuje Lurijovské fenomény jak ve fylogenezi, tak v ontogenezi a autorka ji použila právě jako styčný bod k případnému pokračování své práce. Zde se o této úloze zmiňujeme především proto, že jsme ji v obměněné podobě použili i v na-

[20] Ideální výzkum ontogeneze by samozřejmě musel být longitudinální a sledovat vývoj v čase konkrétních jedinců. Zde se jednalo o tzv. *cross-sectional* výzkum, tedy pouze jedno měření u všech respondentů a porovnání jejich výsledků v závislosti na věku. Stejným způsobem jsme postupovali i my.

šem výzkumu. Na příslušném místě uvedeme srovnání našich výsledků s výsledky M. Bálintové.

3 Zkoumání ontogenetického vývoje logického myšlení

Vývoj logického myšlení jedince je proces velmi mnohotvárný a složitý, do značné míry také osobnostně jedinečný. Chtěli bychom tuto část práce pojmout především jako přehledový text mapující výzkumy odborníků, kteří se tomuto tématu věnovali v minulých desetiletích. Nemůžeme však nezačít alespoň krátkým úvodem, ve kterém nastíníme (logický) vývoj jedince v pojetí Jeana Piageta.

3.1 Piagetovy výzkumy

Tento velký švýcarský vědec žil v letech 1896–1980. Je až neuvěřitelné, že člověk, který je znám jako jeden z největších představitelů vývojové psychologie, exceloval nejprve doktorskou prací o genetice měkkýšů. Kromě těchto disciplín je uznáván jeho přínos na poli epistemologie, jeho jméno bývá rovněž skloňováno v souvislosti s pedagogickým konstruktivismem. Více např. v (Rybár, 1997).

Objektem našeho aktuálního zájmu jsou díla, ve kterých mapuje ontogenetický vývoj logického myšlení dětí. Jedná se konkrétně o knihy *The early growth of logic in the child: Clasification and seriation* a *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. Spoluautorkou obou titulů byla Bärbel Inhelder (1913–1997), švýcarská školní psycholožka, později vedoucí oddělení genetické a vývojové psychologie na univerzitě v Ženevě.

3.1.1 Stupně kognitivního vývoje

Piagetovo stupňové rozdělení kognitivního vývoje dítěte je součástí většiny učebnic psychologie. Stupně nejsou vyjádřením nutně simultánního vývoje stejně starých jedinců, ale naznačují, že alespoň v určité míře musí každý projít všemi etapami, není možné některou vynechat. Základní stádia jsou dvě: stádium *senzomotorické* a stádium *reprezentační*, přičemž druhé z jmenovaných bývá ještě rozděleno na další tři stupně: stádium *předoperační*, stádium *konkrétních operací* a stádium *formálních operací*. Ve všech těchto stádiích se Piaget zaměřuje především na zkoumání činnosti dítěte (tehdejší psychologický přístup akcentoval spíše percepci, vnímání), „protože myšlení vzniká ze senzomotorické činnosti, nikoli jen z vnímání, a tím méně z vjemů.“ Charakteristikou jeho výzkumů je tedy důraz na experiment. (Inhelder & Piaget 1970, s. 8)

Senzomotorické stádium je časově vázáno na období do dvou let věku dítěte. Jako základní dvě charakteristiky jsou uváděny: Nerozlišitelnost subjektu a objektu a radikální egocentrismus dítěte. Můžeme zjednodušeně říci, že jako příčinu všeho dění dítě vnímá svou vlastní činnost, kauzalita vnějšího světa je pro něj zatím nedostupná. V tomto období rovněž dochází k vytváření tzv. *trvalého předmětu* – dítě si uvědomuje existenci věcí či osob i bez jejich aktuální přítomnosti. Vznik trvalého předmětu je také předpokladem pro rozvoj řeči. (Rybár 1997, s. 75n, Inhelder & Piaget 1970, s. 22)

Předoperační stádium je vymezeno věkem dítěte od dvou do sedmi let. O rozdílu oproti předchozímu období čteme: „Senzomotorická interakce subjektu a objektu nebo organismu a prostředí je aktuální jen v daném čase a prostoru. Reprezentační stádium myšlení zvětšuje vzdálenost mezi *S* a *O* jak v čase, tak v prostoru (objevuje se minulost a budoucnost, přesahuje se aktuální prostor).“ V oblasti matematiky a logiky píše Rybár o začínajícím se utváření pojmu *funkce* či o absenci tranzitivity v usuzování. Pro toto období je rovněž charakteristické např. Piagetovo zkoumání schopností klasifikace, o němž se zmíníme níže. (Rybár 1997, s. 82n)

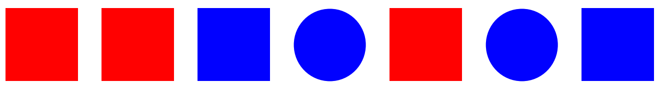
S předoperačním obdobím se také pojí poměrně známé Piagetovy experimenty týkající se pojmu *zachování*, *invariance*. Jde např. o formování pojmů objemu či délky. Dítěti jsou předloženy dvě stejné sklenice se stejným množstvím vody. Poté, co dítě konstatuje, že objem tekutiny je stejný, je voda z jedné sklenice beze zbytku přelita do vyšší sklenice s menším průměrem. Otázkou je, zda se nyní množství vody změnilo. Dítě ve věku čtyř až pěti let obvykle tvrdí, že ano. Buď že je jí více (protože sahá výš), nebo méně (protože sklenice je užší). V období mezi šestým a sedmým rokem by již mělo usoudit, že objem se přelitím nemění.

Další stádium kognitivního vývoje je nazýváno stádiem konkrétních operací a ve vývoji se umísťuje přibližně mezi sedmý a dvanáctý rok věku dítěte. Do tohoto období bývá klasicky zařazována geneze pojmu *číslo*; probíhá další rozvoj klasifikačních kritérií.

Poslední stádium tzv. formálních operací je zdola ohraničeno věkem 12 let, horní hranice se neudává. „Subjekt se stává schopným vyvozovat důsledky z možných pravd. (…) Stává se tedy schopným používat dosud pro něho neznámé výrokové operace, jako jsou implikace (pokud, pak), disjunkce (buď, nebo)… V důsledku toho umožňuje usuzovat o dané skutečnosti… nejen v jejích omezených aspektech, ale v souvislosti s libovolným počtem možných kombinací nebo se všemi kombinacemi.“ (Piaget 1971, s. 98n) Kromě postupného osvojování zmíněných nástrojů logiky (spojky apod.) je důležitou částí citované pasáže sousloví „možných pravd.“ Subjekt v tomto stádiu tedy začíná být chopen uvažovat i o výrocích, kterým nevěří (či které nezná) pouze na základě jejich formy. Tento abstrakční zdvih od konkrétního obsahu je začátkem hypoteticko-deduktivního neboli formálního myšlení. (Inhelder & Piaget 1970, s. 98)

3.1.2 Piagetovo zkoumání klasifikace

Jelikož jsme se této oblasti věnovali již z pohledu (alternativní) fylogeneze a určitou formu výzkumu klasifikace jsme použili i v našem dotazníkovém šetření, chceme zde zmínit také hledisko ontogenetické. Výzkumům schopnosti klasifikace věnoval Piaget velkou pozornost, své poznatky shrnuje v práci *The Early growth of logic in the Child: Clasification and Seriation* (1964). Výše jsme popsali tezi Lurijova zkoumání klasifikace: na základě klasifikačních kriterií, které subjekt preferuje, se usuzuje na jeho schopnost abstrakce a usuzování. Piagetova zkoumání jsou samozřejmě o poznání rozsáhlejší. Jako objekty klasifikace používá kolekce grafických symbolů, hraček, zvířat i osob. V pozadí téměř všech experimentů pak stojí třídní (množinové) uspořádání objektů, vrcholem je tedy opět schopnost abstrakce od konkrétního obsahu k reprezentačním formám. Jako příklad typické Piagetovy grafické kolekce je možno uvést např.:



E: „Jsou všechny kruhy modré?“
S: „Ne, jsou tady jenom dva.“
E: „Jsou všechny čtverce modré?“
S: „Ne.“
E: „A všechny kruhy jsou modré?“
S: „Ne, jsou modré a červené.“
E: „A které jsou ty červené?“
S: „Čtverce.“

(Inhelder & Piaget 1964, s. 61)

Opět se jsou stavěna do protikladu klasifikační kritéria (zde tvaru a barvy), subjekt však musí používat a koordinovat obě, aby byl schopen správně odpovědět na otázky examinátora.

Ještě patrnější je třídní či množinové pozadí u Piagetových experimentů s klasifikací zoologických či botanických druhů. Je zde lépe postižitelná hierarchická struktura tříd, a to na poměrně přirozeném příkladu[21].

> E: „Patří tenhle petrklíč (růžový) k těmhle (žlutým)?“
> S: „Ne, není žlutý.“
> E: „A tenhle (žlutý) je jedním z těchto (všechny petrklíče)?“
> S: „Ano, je to taky petrklíč.“ (…)
> E: „A je tady víc květin nebo petrklíčů?“
> S: „Obou je stejně.“
> E: „A je více petrklíčů než žlutých petrklíčů?“
> S: „Obou je stejně.“

(Inhelder & Piaget 1964, s. 102n)

Popularita piagetovských zkoumání klasifikace je patrná z jejich mnohonásobného opakování a variování; z námi citovaných zdrojů je popisují např. Mason (1980), Micklo (1995), Rybár (1997).

3.1.3 Piagetovo zkoumání kauzality

Z hlediska pokračování ontogeneze logické ability žáka navazuje na citovanou Piagetovu monografii o klasifikaci jeho kniha s názvem *The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence* (Inhelder & Piaget 1958). Jsou zde popisovány experimenty, v nichž děti samostatně objevují kauzalitu – vazbu příčiny a důsledku – zejména v prostředí fyzikálních zákonitostí. Je zkoumána rovnovážná poloha vah, spojené nádoby, projekce stínu či odstředivý pohyb. Autoři citují mnoho výzkumných rozhovorů, na jejichž základě pak vymezují charakteristiky jednotlivých stádií kognitivního vývoje právě z hlediska uchopení kauzality. Kniha je velmi zajímavá a představuje pravděpodobně vrchol Piagetova zkoumání ontogeneze logiky. Rovněž terminologie a symbolika formální logiky je zde přirozenou součástí popisu (psychického) vývoje

[21] Podkladem následujícího rozhovoru je 16 karet s obrázky květin. Autor experimentu výslovně nepopisuje přesné složení kolekce, ale z kontextu vyplývá, že polovina karet zobrazuje petrklíče, z nichž polovina je žlutá.

dítěte. Bohužel pro naše zkoumání nejsou jeho výsledky jednoduše aplikovatelné a celá problematika by si jistě zasloužila podrobnější analýzu.

3.2 Novější výzkumy

3.2.1 Micklo (1995): Developing yound children's clasification and logical thinking skills

Článek je metodikou popisující rozvíjení klasifikačních schopností dětí. V úvodu se autor notně odvolává na Piageta a jeho monografii, kterou jsme se zabývali výše. V hlavní části článku pak popisuje některé výukové hry. Objektem klasifikace se zde stávají modely geometrických objektů s přidanými charakteristikami typu barva, tloušťka či velikost[22]. Jednotlivé popisované hry jsou pak založeny na stejnosti či naopak rozdílnosti charakteristik jednotlivých předmětů.

Jednoduché zahřívací aktivity mají podobu spíše řetězového dotazování typu: „Kdo má něco jako tohle? V čem jsou stejné?“ O něco vyšší fází je hra nazvaná *The „Not“ game*. Jedná se o skupinovou hru, jejímž základem je negace atributů. Jeden z hráčů předloží před ostatní jeden předmět a ostatní ho pak musí popisovat v negativních větách (není modrý, není malý, není to kruh atd.). Pokud zvýšíme náročnost, můžeme vyžadovat trochu přesnější popis jednou větou, avšak stále v záporu (není to velký modrý kruh). V takovém případě pak stačí aby neplatila alespoň jedna z charakteristik, které jsou ve větě spojeny (neuvědomělou) konjunkcí. Další variace jsou ponechány na fantazii čtenáře.

Vrcholem těchto klasifikačních her je umísťování jednotlivých předmětů do „množin“ (plastových obručí) – nejprve disjunktních, později překrývajících; jedná se vlastně o Vennův diagram.

[22] Autor výslovně nezmiňuje věkovou kategorii dětí, pro něž jsou popisované hry určeny. Rovněž konkrétní charakteristiky kolekcí geometrických objektů jsou zde popsány jen velmi vágně. Podle zmíněných atributů i dalšího textu lze odhadnout, že se nejspíš jedná o jakési „degenerované“ prostorové objekty (atribut tloušťky), které jsou však chápany jako reprezentace obrazců rovinných.

3.2.2 *Shapiro & O'Brian (1970): Logical thinking in children ages six through thirteen*

Ač poměrně krátký, stal se tento článek jedním ze základů našeho zkoumání. Popisuje výzkum, který organizovali v 60. letech odborníci z Bostonské pedagogické fakulty.

Popišme nyní stručně metodologii a nástroj jejich výzkumu. Jednalo se o dva stopoložkové soubory úloh, které byly distribuovány dvěma genderově i věkově vyrovnaným skupinám žáků získaným náhodným výběrem v 1. až 8. ročníku základní školy. Typická úloha z prvního souboru vypadala takto:

Pokud jsme v pokoji číslo 9, pak jsme ve čtvrtém patře.
Jsme v pokoji číslo 9.
Jsme ve čtvrtém patře?
a. Ano b. Ne

Základem je zde jasně problematika implikace, v některých úlohách doplněna o kvantifikaci či sylogistickou strukturu. Polovina úloh vyžadovala kladnou odpověď, druhá polovina odpověď zápornou.

Druhý soubor úloh byl velice podobný, ač v určitém ohledu bohatší:

Pokud jsme v pokoji číslo 9, pak jsme ve čtvrtém patře.
Nejsme v pokoji číslo 9.
Jsme ve čtvrtém patře?
a. Ano b. Ne c. Nemůžeme rozhodnout.[23]

Dvě třetiny úloh zůstaly beze změny, třetí třetina byla tzv. otevřena (změnou původního zadání, viz citovaný příklad). Možnost *c. Nemůžeme rozhodnout* však byla nabízena u všech úloh. Správné odpovědi byly opět rovnoměrně rozloženy mezi všechny tři možnosti.

Mezi výsledky obou testovaných souborů byl pochopitelně očekávaný rozdíl. Zatímco průměrné výsledky v prvním souboru se pohybovaly mezi 74 % a 86 % úspěšnosti, výsledky v souboru druhém dosáhly v nejvyšším ročníku sotva tříčtvrtinové úspěšnosti, nejnižší výsledky (49 %) byly zjištěny v prvním ročníku. Zajímavé je také to, že výsledky v prvním souboru nevykazovaly žádný signifikantní trend, oscilovaly okolo

[23] V anglickém originále *Not enough clues.*

83 % (až na poměrně nízké výsledky v prvním ročníku). Naproti tomu výsledky druhého testu jasně rostly spolu s věkem žáků.

Autoři výzkumu se však nespokojili pouze s konstatováním výsledků a snažili se o důkladnější analýzu. Odpovědi dětí jsou pochopitelně determinovány jejich pochopením jazykové vazby *pokud – pak*. Analýzou výsledků pak bylo možno zpětně odhadovat význam, který děti této vazbě přisuzují (pochopitelně za předpokladu jejich koherentního přístupu). A zde autoři zjišťují, že naprostá většina dětí chápe zmíněnou vazbu ve smyslu *tehdy a jen tehdy, když* – tedy ve smyslu logické spojky ekvivalence. Nazývají tento fenomén *dětskou logikou* a mapují její výskyt v jednotlivých ročnících. Ačkoli má dětská logika s rostoucím věkem tendenci klesat, její výskyt je stále obrovský. Autoři uvádějí absolutní četnost odpovědí opírajících se o korektní logiku ku *dětské logice*:

1. ročník	12 : 320
2. ročník	14 : 316
3. ročník	26 : 310
4. ročník	55 : 289
5. ročník	58 : 298
6. ročník	70 : 298
7. ročník	90 : 272
8. ročník	137 : 244

3.2.3 O'Brian & Shapiro & Reali (1971): Logical thinking – Language and context

Pokračujeme článkem stejných autorů, který vyšel o rok později v *Educational Studies in Mathematics* a z jehož závěrů jsme se rovněž inspirovali. Opět se zabývá fenoménem tzv. *dětské logiky*, jež pramení ze specifického přístupu ke kondicionálu. Studie je rozsáhlejší a výsledky bohatší; fenomén dětské logiky je zkoumán nejen sám o sobě, ale i v závislosti na zvoleném jazyku a v rozdílných kontextech. Účastníci výzkumu byly náhodně vybráni z žáků 4. až 12. ročníků (věk 9 až 17 let).

Implikace je v samotném zadání výzkumu použita jako součást úsudkových schémat. Z nich neznámější je *modus ponens*: Jestliže *p*, pak *q*. Avšak *p*. Tedy *q*. Svůj název má i úsudkové schéma tzv. obměněné implikace; označuje se jako *modus tollens*: Jestliže *p*, pak *q*. Avšak *non-q*. Tedy *non-p*. Další dvě úsudková schémata vžité názvy nemají právě proto, že nejsou obecně platné. (Vzniknou dosazením *q*, resp. *non-p* do druhé premisy.) Autoři výzkumu je zde použili jako tzv. otevřené otázky (viz výše), tedy ty, na něž je třeba odpovědět „Nemůžeme rozhodnout.“ Kontext měl např. podobu hry, ve které si dva hráči navzájem ukazují barevné karty. Trvalým pravidlem (formulovaným v první osobě) je: *Když ukážu červenou, ty ukážeš modrou.* Dodatečnou větou je vždy charakterizováno konkrétní úsudkové schéma: *Neukázal jsem modrou.* Závěr je vysloven ve formě zjišťovací otázky (*Ukážeš červenou?*), pod níž jsou tři možné odpovědi: ano; ne; nemůžeme rozhodnout.

V takto postavených otázkách můžeme pozorovat dva fenomény dětského myšlení: Jednak neochota uznat, že nemám dostatek informací k rozhodnutí a jednak chápání implikační vazby ve smyslu *tehdy a jen tehdy, když*. Nejsou zde však proti sobě, ale naopak se podporují: Volba „uzavřené“ odpovědi (ano, ne) na otevřené úlohy (neplatná úsudková schémata) je tak přitakáním jednomu i druhému fenoménu dětské logiky. Výsledky vykazovaly podobný trend, jež jsme popsali již výše: zastoupení dětské logiky se vzrůstajícím ročníkem klesá (ze 75 na 52 %), naopak vliv matematické logiky vzrůstá (ze 14 na 41 %).

Následující části výzkumu měly podobu srovnávacích studií. Byly např. vytvořeny dvě sady podobných úloh; úsudková schémata v první sadě začínala premisou ve tvaru $p \rightarrow q$ nebo $non\text{-}p \rightarrow q$. První premisy úsudkových schémat druhého testu pak vystihují schémata $p \rightarrow non\text{-}q$, popř. $non\text{-}p \rightarrow non\text{-}q$. Druhý test je jistě náročnější, konkrétní výsledky však nejsou hlavním předmětem zájmu. Tím je opět srovnání podílu dětské a matematické logiky na výsledcích. Ačkoli dětská logika s přehledem vede v obou testech, je zajímavé, že křivky popisující výsledky druhého (složitějšího) testu jsou k sobě blíž,[24] tedy že je v něm nižší zastoupení dětské logiky a křivka matematické logiky je naopak výš. Závěrem (původními autory však nevysloveným) může být, že usilovná mentální aktivita vynucená složitějšími úlohami druhého testu stimuluje u některých jedinců i přechod od dětské logiky k logice matematické (srov. dva mody myšlení v Inglis & Simpson 2006, viz níže).

Již výše jsme uvedli, že srovnávací studie se týkala i různého jazykového vyjádření kondicionálu. Autoři připravili opět dva testy, z nichž v jednom byla používána podmiňovací vazba *pokud – pak*, formulace úloh druhého testu byla však odlišná,

[24] Vertikální osa – četnost, horizontální osa – ročník.

v podstatě opisovala implikační vazbu pomocí negace, konjunkce a disjunkce. Oba testy měly poměrně motivující podobu komixu. Implementace výše popisovaných úsudkových schémat do této grafické formy není příliš problematická, kromě umístění textu do „bubliny“ se vlastně nic nemění. Opisná forma je implementována pomocí jedné osoby „autority“, která v prvním obrázku vymezí rámec, např. (zde dívka): *Alespoň jeden z chlapců mluví pravdu. Oba mohou být pravdomluvní, nemohou však oba lhát. Já mluvím vždycky pravdu.* Na následujícím obrázku jsou pak dva chlapci, z nichž každý pronese nějaké tvrzení. Na dalším obrázku dívka jedno z nich zopakuje a vzápětí pokládá otázku. (Pro originální obrázek viz přílohu.)

Výsledky testu s opisným vyjádřením kondicionálu jsou umocněním trendu, jež jsme popsali výše: úrovně vlivu dětské a matematické logiky se nejen přibližují, ale dokonce i protínají, od 8. ročníku matematická logika převyšuje dětskou. Je to poměrně očekávatelné, opisná forma dává nahlédnout do „podhoubí“ kondicionálu. Navíc konflikt tvrzení, jak je v komixech popisován, je běžnou součástí života dětí a s jeho rozklíčováním mají osobní zkušenosti.

Jak jsme avizovali již výše a jak vyplývá i z názvu článku, předmětem další srovnávací studie byl vliv kontextu. Neporovnává se však kontext matematický v. nematematický, jak bychom možná očekávali. Autoři rozlišují kontext tzv. *kauzální* (příčinný) a *třídní* (množinový). Příkladem úsudku v prvním kontextu může být: *Pokud je Jana pilná, dostane dobré známky. Jana dostává dobré známky. Je pilná?* Příkladem kontextu druhého je úsudek: *Pokud je to Petrovo auto, pak je červené. Není to Petrovo auto. Je červené?* Oba uvedené příklady jsou ukázkami tzv. otevřených úloh, těch bylo v dotazníku celkem dvanáct (šest z každého kontextu), zbytek (24) tvořily úlohy uzavřené, polovina s kladnou a polovina se zápornou odpovědí. Jedna verze dotazníku opět používala implikační vazbu *pokud – pak*, druhá verze opisnou formulaci. Forma komixu zůstala zachována.

Vliv kontextu byl vyšší v první verzi dotazníku, tedy za použití podmínkové vazby *pokud – pak*. Jak se nechá očekávat, výsledky byly horší (více dětské a méně matematické logiky) v úlohách s kauzálním kontextem, neboť zde se nabízí „usuzování“ nejen ze struktury úsudku, nýbrž i z jeho obsahu. (A menší úsilí vede k horším výsledkům.) Křivky vystihující zastoupení matematické a dětské logiky v třídním kontextu se protínají na úrovni 9. ročníku, křivky pro kauzální kontexty se k sobě ani ve vyšších ročnících nepřibližují.

Ve druhé (opisné) verzi byl vliv kontextu o poznání nižší, křivky kauzálního a třídního uvažování takřka splývaly. Logika matematická se logice dětské vyrovnává již v 6. ročníku a dále ji převyšuje.

3.2.4 Hoyles & Küchemann (2002): Student's understandings of logical implication

I tento článek se zabývá implikací. Rozdíl je především v kontextu, ke kterému se autoři uchylují; jde zde totiž o kontext matematický. Ačkoli se může zdát, že rozdíl by nemusel být tak zásadní, naše stanovisko je blíže pozici představované v (Inglis & Simpson 2006), tedy rozdílných modů myšlení v kontextu „odborném“ a „běžném.“ Tím samozřejmě nechceme ani jeden z typů výzkumu vyvyšovat, pouze upozorňujeme na jejich rozdílnost.

Implikační vazba je zde formulována jako konflikt názorů pramenících z následujícího poznatku: *Součet čísel 3 a 11 je sudý. Součin čísel 3 a 11 je lichý.* Dvě tvrzení, která jsou z těchto poznatků vyvozena, pak zní: *Je-li součet dvou celých čísel sudý, jejich součin je lichý;* v. *Je-li součin dvou čísel lichý, jejich součet je sudý.* První otázka zjišťuje, zda respondenti považují obě vyslovená pravidla za ekvivalentní. Ve druhé otázce je (hypoteticky) přitakáno druhému z pravidel a je zadána hodnota součinu čísel (1271). Předloženy jsou pak tři formulace, o jejichž pravdivosti mají respondenti na základě potvrzeného pravidla a zadaného součinu rozhodnout: *Součet těch dvou čísel je sudý. Součet těch dvou čísel je lichý. Nemůžeme rozhodnout bez znalosti těch konkrétních čísel.* V následující části dotazníku mají respondenti vysvětlit (dokázat) pravdivost, resp. nepravdivost výše uvedených tvrzení.

Z výsledků první otázky (která v dikci předchozích výzkumů porovnává dětskou a matematickou logiku) je poměrně očekávatelně nejčastější (chybná) odpověď *Ano* (71 %). Odpověď *Ne* udalo 13 % respondentů, ještě o něco vyšší (15 %) je zastoupení těch, kteří své původní *Ano* změnili na *Ne* (pravděpodobně ve světle dalších úloh dotazníku).

Otázka č. 2 má vlastně podobu úsudkového pravidla *modus ponens*. Ze tří nabízených výroků, z nichž má čtenář vybrat, resp. o jejichž pravdivosti má rozhodnout, je jasně pravdivá věta první: *Součet těch dvou čísel je sudý*. Zvolilo ji 47 % respondentů. Ovšem stejné množství žáků se rozhodlo pro odpověď třetí: *Nemůžeme rozhodnout*. Autoři příklon k této odpovědi nazývají rozhodnutím z empirie (oproti rozhodnutí z dedukce). Ukazuje na nedostatečnou interiorizaci daného úsudkového schématu v kognitivní struktuře jedince.

Rozbor následujících dvou otázek, tedy důkazů či vysvětlení pravdivosti, resp. nepravdivosti dvou výše uvedených tvrzení, by byl již složitější a pro naši práci nemá přímý význam. Autoři se snaží rozčlenit žákovskou argumentaci a důkazní postupy do několika skupin a sledují četnost zastoupení jednotlivých jevů.

Celá studie byla longitudinální; titíž žáci vyplňovali téměř tentýž test v 8. a následně o rok později v 9. ročníku. Pokud srovnáme jejich výsledky, téměř žádná nápadná změna se zde nenachází. Četnost špatných odpovědí na první otázku (Ano) klesla o 7 %, o něco dramatičtější sestup, resp. nárůst (o 19 %) zaznamenala dvojice odpovědí na druhou otázku: Četnost *Nemůžeme rozhodnout* klesla a počet odpovědí *Součet je sudý* narostl. Další rozdíly byly marginální (do 5 %).

3.2.5 Stephanou & Pitta-Pantazi (2006): The Impact of the intuitive rule „If A then B, if not A then not B“, in perimeter and area tasks

Následující článek je primárně zaměřený na geometrické vidění žáků, logika, resp. problematika implikace zde hraje spíše vedlejší úlohu. Autoři se zabývají tzv. *intuitivními pravidly*, která notně ovlivňují dětské uvažování. Jako pramen této teorie je uváděna monografie (Stavy & Tirosh 2000). Mezi intuitivní pravidla se také mj. řadí *pokud A, pak B, pokud ne-A, pak ne-B*, jehož vliv je právě zde testován.

Byly vytvořeny dva soubory úloh, oběma byla společná tematika metrických vlastností obdélníku: obvod a obsah. V prvním souboru byly úlohy, ve kterých byla měněna délka jedné strany obdélníka (resp. dvou – těch shodných). Ve druhém souboru úloh se již zároveň měnily oba rozměry. Otázkou byla v polovině úloh změna obvodu, ve druhé polovině změna obsahu obdélníka. Kolekce nabízených odpovědí byla shodná u všech úloh: (a) obvod/obsah se změní, (b) obvod/obsah se někdy změní a někdy zůstane stejný, (c) obvod/obsah se nezmění, (d) jiná. Respondenty výzkumu byli žáci ze 4., 5. a 6. ročníků, celkem v počtu 102.

V úlohách prvního typu (změna jednoho rozměru) podporuje popisované intuitivní pravidlo odpověď správnou (a). V úlohách druhého testu však intuitivní pravidlo svádí žáky k téže odpovědi, ačkoli správnou možností z nabízených je tentokrát (b).

Výsledky pak velký vliv tohoto pravidla potvrzují. Na úlohy v prvním testu (při změně jednoho rozměru) udalo správnou odpověď (a) průměrně 71 % žáků, ve druhém testu vybralo tutéž odpověď (v tomto kontextu však špatnou) 69 % žáků. Většina ze zbývajících respondentů v obou testech vybrala možnost (b), četnost ostatních odpovědí byla marginální.

Ačkoli tento výzkum nezkoumá žákovské reakce na paradoxální realitu materiální implikace, stává se dalším příspěvkem k tzv. dětské logice, jejíž velké zastoupení zejména v nízkém věku jsme popisovali výše.

3.2.6 Inglis & Simpson (2005): Characterising mathematical reasoning: Studies with the Wason Selection Task

Dostáváme se k velmi zajímavému textu, na nějž jsme již výše několikrát odkazovali. Matthew Inglis a Adrian Simpson zde popisují experiment, při němž použili známou výzkumnou otázku *Wason selection task*. Na základě jeho výsledků pak popisují *duální teorii procesů argumentace*.

Dvě cesty argumentace, které autoři popisují, se označují jako Systém 1 a Systém 2 a jejich vymezení autoři již přebírají z psychologické literatury; sami provádějí spíše aplikaci či zkoumání vlivu těchto principů v oblasti problematiky kondicionálu.

Systém 1 je charakterizován rychlými paralelními procesy, které jsou vysoce kontextově závislé. Typicky probíhají v podvědomí a objektem vědomí se stává až jejich výsledek. Z pohledu fylogeneze se jedná se o systém poměrně starý, nezávislý na jazyku, v zárodcích přítomný i u zvířat. Je složen z více podsystémů, které operují autonomně. Některé z těchto podsystémů jsou vrozené, jiné získané specifickou zkušeností.

Systém 2 je oproti předchozímu pomalejší, jednotlivé procesy probíhají typicky sériově. Je osvobozen od kontextu, argumentace probíhá na rovině hypotetické, je schopen abstrakce a simulace. Jeho procesy probíhají uvědoměle a kontrolovatelně. Fylogeneticky jde o systém mladší, typicky lidský. Je rovněž schopen reinterpretovat či korigovat výsledky argumentace Systému 1, ovšem právě častá nepřítomnost této kontroly je jedním z témat výzkumu.

V úvodní přehledové části článku je předkládán velmi výmluvný příklad absence korektivního zásahu Systému 2 na výsledek Systému 1 při řešení následujícího problému.[25]

> „Lindě je 31 let, je svobodná, mluví otevřeně a optimisticky. Zajímá se o filosofii. Jako studentka se věnovala problémům diskriminace a sociální spravedlnosti, účastnila se i demonstrací proti atomovým elektrárnám.“

Respondenti si přečetli či vyslechli tuto legendu a na jejím základě měli z osmi nabízených možností vybrat nejpravděpodobnější scénář o Lindině současném zaměstnání. Mezi možnostmi mj. bylo: (6) *Linda pracuje jako bankovní úřednice*. (8) *Linda pracuje jako bankovní úřednice a je aktivní ve feministickém hnutí*.

Označuje-li odpověď (6) jev A, odpověď (8) pak označuje průnik jevů $A \cap B$. Ačkoli odpověď (6) je zcela jasně pravděpodobnější a v jiném kontextu by to respondenti jistě odhalili, zde s jasnou převahou zvítězila možnost (8) s četností 85 %. Je to odpověď Systému 1, ovlivněná emotivním obrazem Lindy jako prototypu feministické bankovní úřednice. To, že možnost (6) v sobě tuto alternativu zahrnuje, vedle všech dalších potencialit jako *bankovní úřednice aktivní v hnutí proti atomové energii*, *bankovní úřednice vlastnící knihovnu filosofických klasiků* atp., je korekce Systému 2, která však u většiny respondentů neproběhla.

Wason selection task je výzkumná otázka vytvořená P. Wasonem[26] ve druhé polovině 60. let. Od té doby byla použita i variována v mnoha dalších výzkumech zabývajících se psychologií argumentace. Mějme čtyři karty, z nichž každá má na jedné straně písmeno a druhé straně číslici:

D	**K**	**3**	**7**

[25] ‚Linda problem‘ autoři čerpají z (Tversky & Kahneman 1983).

[26] Peter Cathcart Wason (1924–2003) byl významný americký kognitivní psycholog. Kromě popisovaného „karetního problému“ jsou známé i jeho další výzkumné otázky, např. tzv. *THOG problem*.

Dále je dáno pravidlo: Všechny karty, které mají na jedné straně písmeno D, musí mít na druhé straně číslici 3. A samotná otázka zní: Které karty je třeba obrátit, abychom zkontrolovali, zda pravidlo nebylo porušeno?

Správnou odpovědí je kombinace D7 a v různých výzkumech ji zvolilo přibližně 10 % z dotázaných. Typickou chybou je pak odpověď D3, tedy volba karet, které se přímo vyskytují v daném pravidle. V tomto kontextu je to opět Systém 1, který je pramenem tohoto intuitivního výběru. Naproti tomu správná odpověď D7 je nutně výsledkem procesů Systému 2, přičemž důvody tohoto výběru jsou přítomny ve vědomí.

Nyní již konkrétně k výzkumu Inglis & Simpson. Úloha *Wason selection task* byla předložena třem poměrně homogenním skupinám respondentů: vysokoškolským studentům matematiky (v počtu 312), akademickým matematikům (21) a skupině studentů historie (123). Posledně jmenovaní byly vybráni jako zástupný vzorek běžné populace, bez hlubší matematicko-logické průpravy.

Výsledky prvních dvou skupin (podle očekávání) vykazovaly určité charakteristiky, které se v běžných výběrech nevyskytovaly. Správnou odpověď D7 vybralo 28 % studentů a 43 % učitelů matematiky (studenti historie: 8 %). Očekávaná chyba D3 se objevila pouze u 6 % studentů a 5 % učitelů matematiky (studenti historie: 33 %). Naopak standardní chybou (nejčetnější chybnou odpovědí) pro studenty i učitele matematiky se stala odpověď D: studenti 35 %, učitelé 24 % (studenti historie: 22 %).

Odhlédneme-li od poměrně zneklidňujícího počtu špatných odpovědí z řad studujících i vystudovaných matematiků, můžeme se ptát po prameni standardní chyby (D) v těchto skupinách respondentů. Autoři výzkumu nabízejí dvě hypotézy: Víme, že primárním zdrojem standardní chyby je Systém 1, Systém 2 se na ní pak podílí špatnou, popř. vůbec žádnou korekcí. To, že matematici dělají jinou standardní chybu než běžná populace, vede k úvaze, že by jejich Systém 1 mohl být (např. díky každodennímu styku s deduktivní výstavbou matematiky) nějak modifikován. Druhou hypotézou je, že D3, výsledek (normálního) Systému 1, je (defektním) Systémem 2 opraven na D.

Pomocí partikulárního kvalitativního šetření – zaznamenávaného rozhovoru s několika matematiky nad *Wason selection task* – byla nepřímo potvrzena hypotéza druhá. Všichni, kteří se tohoto šetření účastnili, nejprve vybrali karty D a 3, vzápětí však svůj výsledek díky korekci Systému 2 někteří opravili. Závěr tedy zní: oproti běžné populaci matematici téměř vždy aplikují na intuitivní výsledky Systému 1 korektivní principy Systému 2, avšak ne vždy je tento proces zdárně dokončen.

3.3 Shrnutí

V popisovaných článcích se na první pohled jen těžko hledá určitá spojitost, červená nit. Jean Piaget však založil tradici tzv. pozitivní dětské psychologie, tj. takové, která hledá svébytné zákonitosti dětského myšlení, aniž by je nahlížela negativně jako nedostatky či chyby oproti dospělému jedinci. Podobně i v citovaných výzkumech je často pojednávána jakási specifická logika. Má tedy smysl zabývat se otázkou, do jaké míry se jedná skutečně o svébytný systém, který více či méně postupně přechází v „naši" logiku matematickou. Rovněž je otázkou, do jaké míry splývají pojmy různých autorů, kterými tuto specifičnost dětského myšlení vystihují: dětská logika, intuitivní pravidla či Systém 1.

Samostatné pojednání tvoří přehled článků zabývajících se experimentálním vyučováním logiky, které je součástí další kapitoly

4 O vyučování logiky

Rozvoj logického uvažování a schopností argumentace by měl být jedním z důležitých úkolů matematiky na základní i střední škole. Svým způsobem tento typ uvažování rozvíjí téměř každá matematická aktivita, ke které žáci přistupují s porozuměním a dostatečným vhledem, neboť matematika stojí na logických základech. V této části se však zaměřujeme především na úlohy, které jsou často oproštěny od naučených či dokonce naučitelných postupů, ale tříbí čisté (matematické) uvažování.

Zařazování úloh z této kategorie do vyučování matematiky lze chápat i jako jednu ze strategií využívanou při konstruktivistickém přístupu k vyučování. Žákova schopnost skutečně správně řešit úlohy zakládající se na logice nutně vyžaduje dostatečný vhled do situace a nenechává žádný prostor pro chorobu formalismu ve vyučování, jak o ní píše Hejný. (Hejný a kol. 1990, s. 2; Hejný & Kuřina 2001, s. 145n)

4.1 Logika v RVP

Požadavek po takových úlohách vznáší i *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. V definici klíčových kompetencí mj. čteme: „Na konci základního vzdělávání žák (...) samostatně řeší problémy; volí vhodné způsoby řešení; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy.“ Další explicitnější zmínky, které podporují tuto ideu, najdeme v části věnované matematice. Jeden z očekávaných výstupů za 2. období 1. stupně zní: „Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.“ Podobnou formulaci nám pak autoři předkládají jako jeden z výstupů vyučování matematiky na 2. stupni: „Žák užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací.“ To vše ale pouze v oblasti občasných (netradičních) úloh, formální znalost matematické logiky a jejích pravidel se na základní škole nevyžaduje.

Na střední škole je už situace jiná a logika je vyučována, typicky jako jedno z prvních témat. Následuje citace z RVP pro gymnázia.

ARGUMENTACE A OVĚŘOVÁNÍ
Očekávané výstupy
žák
- čte a zapisuje tvrzení v symbolickém jazyce matematiky
- užívá správně logické spojky a kvantifikátory
- rozliší definici a větu, rozliší předpoklad a závěr věty
- rozliší správný a nesprávný úsudek
- vytváří hypotézy, zdůvodňuje jejich pravdivost a nepravdivost, vyvrací nesprávná tvrzení
- zdůvodňuje svůj postup a ověřuje správnost řešení problému

Učivo
- základní poznatky z matematiky – výrok, definice, věta, důkaz
- množiny – inkluze a rovnost množin, operace s množinami
- výroková logika

(konec citace)

4.2 Logika v učebnicích

Z dostupných učebnic matematiky pro gymnázia je pravděpodobně nejrozšířenější řada nakladatelství Prometheus. Logice je věnováno 15 stránek dílu *Základní poznatky z matematiky* autorského kolektivu Bušek & Boček & Calda (1995). Text je rozdělen na tři oddíly: Výrok a jeho negace, Složené výroky, Přímý a nepřímý důkaz. Pokud toto učivo poměříme požadavky RVP, zjistíme, že se přibližně shodují. Kapitola o množinách je v učebnici předřazena o několik kapitol před pojednáním o logice. Z předkládaných výrazů na prvním řádku učiva RVP se nezmiňuje *definice*, *věta* není explicite definována, ale jako pojem se používá.

Schéma používané v této učebnici je vždy stejné. Nejprve je definován termín (výrok, negace, kvantifikátor apod.) a následně je uvedeno několik příkladů. Nechybí ani zdánlivé příklady, ne-příklady a protipříklady, terminologií poznávacího procesu podle Hejného. Úlohy jsou rovněž velmi dobře gradovány.

Přestože u většiny úloh převažuje matematický kontext, nevyhýbají se autoři např. ani lidovým rčením:

Negujte následující tvrzení:

a) Žádný učený z nebe nespadl.
b) Nic nového pod sluncem
c) Bez práce nejsou koláče.

(Bušek & Boček & Calda 1995, s. 141)

Na úrovni střední školy existuje ještě jedna učebnice, která je věnována výhradně tomuto tématu. Nese název *Logika pro střední školy* a jejím autorem je Oldřich Selucký, který mj. v letech 1990–1993 působil na PedF UK. Nepřednášel zde však logiku, nýbrž filosofii a etiku. A podobným směrem se ubírá i jeho učebnice. Místy je čítankou logických klasiků, místy autor čtenářům předkládá simulované dialogy, v jedné kapitole prochází historii logiky jako vědy. Cíl knihy autor sám vyjadřuje jednoduchou větou: „Probudit potřebu uvažovat o svém myšlení.“ Nejde tedy o primárně o formální logiku, i když se jí autor pochopitelně nevyhýbá. Obecně je možno říci, že kniha rozhodně není plošně použitelná pro všechny středoškoláky, ale ti, kteří mají zájem, v ní jistě najdou mnoho podnětů. A učitelé pak inspiraci.[27]

Z dostupných učebnic je dobré zmínit i webovou učebnici matematiky Martina Krynického. Logice, resp. výrokovému počtu věnuje celkem osm hodin a jednu hodinu pak důkazům. Jeho přístup i postup je rámcově srovnatelný s učebnicí nakladatelství Prometheus, vše je ovšem detailněji rozpracováno a doplněno didaktickými komentáři. Rovněž úlohy, které žákům předkládá, mají většinou vyšší motivační úroveň a často nepostrádají humor. Např.:

> Urči pravdivostní hodnotu výroků.
> a) Jestliže je Země kulatá, pak obíhá kolem Slunce.
> b) Jestliže je Země kulatá, pak je plochá.
> c) Jestliže je Země plochá, pak je kulatá.
> d) Jestliže je Země plochá, pak se dá srolovat do igelitky.

(Krynický 2011)

Kromě učebnic jsou dostupné i některé tituly z tzv. rekreační matematiky, které však velmi dobře doplňují tuto problematiku v oblasti aplikačních či procvičovacích úloh, typicky s vysokým motivačním potenciálem. Poměrně známou a používanou knihou Smullyanův spisek *Jak se jmenuje tahle knížka?* či některé již starší tituly maďarského dua Bizám & Herczeg (*Hra a logika v 85 úlohách, Zaujímavá logika*). Za zmínku stojí však i některá poněkud systematičtějších pojednání o logice, která by mohla být nápomocná pro (samo)studium na úrovni střední školy. Vedle řady převážně populárně

[27] Citovat z této publikace krátkou ucelenou ukázku není dost dobře možné, vždy je alespoň jeden z atributů porušen.

naučných spisků ze 70. a 80. let je to především nedávno vydaná publikace Antonína Sochora[28] *Logika pro všechny ochotné myslet*.

4.3 Logika v experimentálním vyučování

Základním kamenem této části je trojice článků autorů Hejný & Hejný. Navazují dva texty z prostředí slovenské didaktiky matematiky. Většina z citovaných článků popisuje vyučování logiky (jejích vybraných partií) na základní škole, tedy v prostředí, kde se žáci touto problematikou typicky soustavně nezabývají. O to jsou prezentované metody, úlohy i výsledky zajímavější; mapují žákovskou schopnost orientace v problému, aniž by předem znali jeho strukturu.

4.3.1 Hejný & Hejný (1980): Moderná logika versus Aristoteles, Šarlach pomáhá logike, Motivácia logickými paradoxami

Již avízovaná série tří článků dua Hejný & Hejný byla zveřejněna v časopise *Matematika s fyzika ve škole* v roce 1980. Je popisováno experimentální vyučování v 5. ročníku. Základní tezí autorů je zde právě zásada genetické paralely, tedy hledání inspirace ve fylogenezi. Stejně jako setkání s nejednoznačností jazyka a jeho „zneužití" sofisty bylo pro Aristotela jedním z hlavních podnětů k sepsání *Organonu*, věří autoři, že stejnou úlohu by mohly logické paradoxy a sofismata hrát u žáků i dnes – mají otevřít diskuzi a obrátit pozornost k jazyku a jeho často nejednoznačnému významu:

> „K tomu, abychom do myslí žáků zaseli aristotelský nepokoj, musíme nejprve vnést do třídy sofistické deformity. Musíme otřást naivní vírou dětí, že jazyk, kterým myslí a mluví, je jasný a evidentní. Bez tohoto dialektického napětí, bez žákovy niterné potřeby poznat pravdu budeme mluvit bez odezvy, budeme rozvíjet teorii bez užitku." (Hejný & Hejný 1980a)

Články obsahují z vyučování jako takového pouze malé střípky, ale jejich idea je z nich patrná. V prvním z nich je popisován samotný začátek tohoto vyučování, který plnil především motivační funkci. Do smyšleného příběhu či pohádky „dědka Oikiana" byla

[28] Antonín Sochor (1942–2008) byl přední český matematik a logik. Od roku 1964 pracoval v Matematického ústavu AV ČR, od roku 2004 byl jeho ředitelem. Zabýval se prací o axiomu výběru či Vopěnkovou alternativní teorií množin. V posledních letech se věnoval především pedagogické činnosti a publikaci učebnic. Vydání *Logiky pro všechny ochotné myslet* se již nedožil.

zakomponována různá sofismata, která museli žáci v průběhu vyprávění tzv. vyřešit – odhalit a formulovat chyby v Oikianově (učitelově) argumentaci. (Hejný & Hejný 1980a)

Druhý článek se zabývá různými významy slova „je“ (resp. slovesa být) v kontextu fiktivních telefonních rozhovorů mezi žáky. Jedná se o druhou fázi vyučování logiky, jehož podnětem byly skutečné telefonické rozhovory trojice dívek s jejich kamarádkou, která kvůli nemoci nemohla do školy. Rozlišují se tři základní významy slovesa *být*: ekvivalence („Praha je hlavní město České republiky.“), podřazení („Petra je dívka.“) a tzv. hovorové použití („Je mi teplo.“). Právě nekorektním křížením těchto významů vzniká sofismatický sylogismus, který je opět zdrojem kognitivní disonance: *Myš sežrala sýr*. *Ale myš je slabika*. *Tedy, slabika sežrala sýr*. Kromě problematiky použití sponového slovesa *být* se zde otevírá nové téma: míšení jazyka a metajazyka, jež je pramenem autoreferentních problémů. Právě ty jsou hlavním předmětem dalšího článku. (Hejný & Hejný 1980b)

Třetí článek pojednává o pěti paradoxech a jejich použití ve výuce. První je známý paradox o holiči, který holí všechny, kteří se neholí sami (inspirován Russellem). Druhý paradox pochází od Lukasiewicze a má podobu věty v obdélníku, která zní: „Věta napsaná v tomto obdélníku je nepravdivá.“ Třetí a čtvrtý paradox jsou variacemi na předešlý problém autoreference. Pátý paradox můžeme najít např. i ve známé Smullyanově knize *Jak se jmenuje tahle knížka?* pod názvem *Oběsit či utopit?*; zde je zakomponován do příběhu o Sokratovi, který procházel přes boháčovu zahradu. Boháč však na zahradu umístil ceduli s nápisem: „Každý, koho zde nachytám, musí říci výrok. Pokud bude pravdivý, vetřelce utopím, pokud nepravdivý, dotyčného oběsím.“ Otázkou je, co má říci Sokrates, aby se zachránil.

Autoři v dalším textu dokládají, nakolik jsou předkládané problémy živé a jak silný motivační potenciál skrývají. Žáci dostali zmíněné úlohy vytištěné na papíře a věnovali se jim v části hodin matematiky, ale především o přestávkách a dokonce i doma s rodiči, kteří se pak dožadovali správného řešení na rodičovských schůzkách. V článku jsou citovány některé zajímavé odpovědi a reakce dětí, které dokládají usilovnou mentální aktivitu vynaloženou na tyto úkoly.

Co se týče samotného řešení těchto paradoxů, z citovaných odpovědí jasně vyplývá hluboké zakotvení dětí v jejich konkrétní realitě, zkušenostní a emocionální struktuře. Je předkládána např. velice výstižná posloupnost citovaných odpovědí na poslední úlohu, která zachycuje právě postupný přechod od empirického k deduktivnímu myšlení:

> Juro F.: „Vy mi tu nemáte co rozkazovat!“
> Katka R.: „Když mě zabiješ, jsi hlupák, necháš-li mě žít, jsi moudrý.“ (…)
> Štefan H.: „Filosof Sokrates řekl tuto větu: *Věta, kterou říkám, je nepravdivý výrok.* Tato věta není pravdivá ani nepravdivá a boháč ho musel pustit.“
> Dagmar K.: „Ty mě oběsíš.“
> Eva K.: „Já říkám, že mě oběsíš.“

(Hejný & Hejný 1980c)

4.3.2 Bednářová & Kupková & Černek (1999): Tramtárijské zákony

Na článek, který vyšel ve slovenském časopise *Obzory matematiky, fyziky a informatiky,* nás upozornila výše citovaná práce M. Bálintové. Z textu článku není sice úplně jasné, nakolik se jednalo primárně o vyučování a nakolik šlo spíše o výzkum autorů, zařazujeme ho však do tohoto oddílu částečně i kvůli česko-slovenskému kontextu vzniku.

Autoři zkoumali dětské porozumění logickým spojkám konjunkce, disjunkce a implikace v kontextu zákonů fiktivní země Tramtárie. Celé vyučování je uvozeno motivačním příběhem, v němž se chlapec Maťo omylem ocitne v trámtárijském vězení a nemůže odejít, dokud se nenaučí tamější zákony.

Polovina úloh je zadána pomocí obrázkové legendy, druhá polovina pak slovně. Příkladem jedné z grafických úloh může být např.: *Pokud prší, je zakázáno chodit bez deštníku.* Následují obrázky vystihující čtyři kombinatorické možnosti: osoba v dešti bez deštníku, osoba v dešti s deštníkem, osoba za slunečného počasí bez deštníku a osoba za slunečného počasí s deštníkem. Úkolem žáků bylo označit obrázky, na nichž je porušován zákon. V podobném duchu byly vytvořeny grafické série i k dalším zákonům: *Černé kočky musí mít okolo krku uvázanou mašli*. *Muži musí nosit černé kalhoty nebo bílé tričko*. *Domky musí mít v oknech záclony a květiny.*[29]

[29] Podobné úlohy prezentovali také manželé Hynek a Katarína Bachratí na semináři *Dva dny s didaktikou matematiky 2012* (sborník v tisku).

Úlohy zadané slovně byly principiálně stejné, po formulaci zákona následoval výpis čtyř situací, z nichž byla (až na jeden případ) vždy alespoň jedna v rozporu se zákonem. Úlohy zadané tímto způsobem byly pro žáky o poznání náročnější. Jednak kvůli dispozici paměti, jednak kvůli nárokům na čtenářskou gramotnost dětí, protože jednotlivé nabízené možnosti často obsahovaly i další dodatečné informace, které však neměly na legitimitu chování aktérů vliv. Např.:

Zákon č. 6: *Pokud mrzne, je zakázáno chodit venku bez čepice*.

- Venku je pořádný mráz, ale nesněží. Kamil si vzal na hlavu čepici a šel bruslit.
- Petra jde po ulici a chytá poletující vločky. Čepici si zapomněla doma, ale zima jí není.
- Venku nesněží a nemrzne. Dáša nechala čepici doma a šla navštívit kamarádku.
- Sněží. Lucka jde ze školy. Na hlavě má novou čepici.

Před soud bych předvedl ____________________.

Úlohy byly předloženy žákům ve druhém a třetím ročníku výběrové školy a v pátém a šestém ročníku běžné základní školy. V odpovědích druháků a třeťáků je možno vypozorovat především nárůst koherence žákovských odpovědí, tj. pokud třeťáci chybují, dělají většinou tutéž chybu v celém testu (chápání implikace ve smyslu ekvivalence, vylučovací pojetí disjunkce apod.). Mezi pátým a šestým ročníkem byl zaznamenán bezmála 20% nárůst správných odpovědí.

Kromě logických zákonitostí působí v předkládaných úlohách i emotivní argumentace. Zákon č. 7 např. říká, že bílí psi musí mít náhubek. V jedné ze situací předložených čtenáři k posouzení je pak Pavel na procházce se svým černým psem bez náhubku. Děti často navrhovaly potrestat právě Pavla, protože černý pes „nahání hrůzu“, „je zlý“ apod.

4.3.3 Závadová (2000): Aristoteles a žiaci dnes

Článek slovenské autorky jako by navazoval na citované tramtárijské zákony. Dostáváme se však již o úroveň výše, vytvořenou sérii úloh řešili studenti 2. a 3. ročníku gymnázia a následně i posluchači 1. ročníku FMFI UK v Bratislavě. Kontextově, jak jsme již naznačili, se opět jednalo o fiktivní zemi. Žákům byl vždy předložen krátký text s faktografickými údaji a následovaly tři výroky, o jejichž pravdivosti měli studenti rozhodnout (pravda, nepravda, nemůžeme rozhodnout). Oproti tramtárijským zákonům byly tyto úlohy obohaceny o kvantifikátory a hojné používání negací. Ocitujeme první z nich:

> Lidé jsou zde veselí a milí. Není se čemu divit, vždyť do školy či do práce chodí jenom ti, kdo chtějí. Ostatní se baví nebo jezdí na dovolenou. A co mladí? Každé děvče tu chodí s nějakým chlapcem!

- Každý chlapec chodí s nějakým děvčetem.
- Některý chlapec má své děvče.
- Alespoň jedno děvče má svého chlapce.

Náročnost úloh byla stupňována a odpovídaly tomu i výsledky. V citované úloze bylo nejčastěji chybováno v prvním výroku, který studenti hodnotili jako pravdivý (mlčky předpokládaje, že chlapců a děvčat je stejný počet). Ve srovnání s následujícími úkoly byli však studenti v této úloze poměrně úspěšní.

V závěru autorka uvažuje nad důležitostí a vlivem použitého jazyka, zda např. výrazy *několik*, *některý*, *nějaký* či *alespoň jeden* vnímají žáci opravdu ekvivalentně (jak to učitel předpokládá).

5 Výzkum

Nyní se již dostáváme k popisu našeho vlastního výzkumu. Nejprve se zastavíme nad tvorbou souboru úloh, následně popíšeme metodologii a průběh výzkumu. Nástroj výzkumu, který je v originální grafické podobě v příloze, postupně představíme ve dvou fázích.

5.1 Metodologie, příprava a průběh výzkumu

Metodologie by měla obsahovat všechny nezbytné informace k tomu, aby bylo možno výzkum případně zopakovat za co možná nejméně změněných podmínek. Nejprve se však krátce zastavme u samotné tvorby souboru úloh (dále dotazníku).

Rozhodli jsme se pro úlohy striktně v mimomatematickém kontextu. Jednak jsme nechtěli, aby žákovská argumentace a deduktivní postupy ztroskotaly na neznalosti matematických pojmů či postupů, jednak se domníváme, že by tento kontext na některé žáky působil demotivačně a zbytečně by je odrazoval. Nezkoumali jsme znalost či neznalost matematiky nebo matematické logiky, ale spontánní argumentační a klasifikační schopnosti žáků bez formálně-logické průpravy. Nabízí se zde i souvislost se dvěma mody myšlení v (Inglis & Simpson 2006), popř. s fenoménem tzv. Nachtigalovy fyziky (lidé jinak řeší shodné problémy v důsledku toho, zda jsou či nejsou umístěny v odborném kontextu). Tyto konotace mohou vést k nařčení, že jsme chtěli získat především chybné odpovědi. Nezastíráme, že právě chyby jsou pro nás zajímavým ukazatelem, ale jako důležité kritérium pro výběr mimomatematického kontextu vyzdvihujeme spíše faktor motivační.

Snahou o vykreslení poutavých kontextů bylo však přirozeně vyprodukováno velké množství textu. Obávali jsme se, aby pak dotazník nemapoval spíše čtenářskou gramotnost žáků, a proto jsme textaci zkrátili na nezbytné minimum. Nechtěli jsme se však zcela zbavit ukotvení zkoumaných problémů v příběhovém či pohádkovém kontextu. Výsledek tohoto procesu nechť čtenář posoudí sám, dotazník v příloze i znění jednotlivých úloh v tomto textu je již ve finální podobě.

Po sestavení série úloh dotazníku autor oslovil učitele matematiky ve dvou základních školách. Jednak ve škole, kterou navštěvoval (ZŠ Divišov), jednak ve škole, kde nyní vyučuje, (FZŠ Táborská, Praha 4). Učitelé byli ochotní ke spolupráci a souhlasili s provedením výzkumu ve svých třídách.

Nejprve byla provedena pilotáž na první ze zmíněných škol. Dotazník vyplňovali dva žáci z pátého ročníku, dva ze sedmého a dva z devátého, přičemž hlavní instrukcí – vedle samotného řešení úloh – bylo upozornit na případné nejasnosti či nepochopení. Zároveň byl měřen čas, který žáci k vypracování úloh potřebovali.

Dotazník byl po pilotáži změněn jen minimálně. Podle odpovědí v pilotáži se zdálo, že v úlohách č. 2 a 6 žáci předpokládají, že pro každé dveře musí být odpověď jiná (viz příslušné úlohy). Textace otázky byla tedy upravena do současné podoby, která již takovou interpretaci nepodporuje. Čas potřebný k vyplnění dotazníku se pohyboval přibližně od 35 minut v pátém ročníku do 20 minut v ročníku devátém.

V obou školách byl dotazník postupně předložen všem žákům od pátého do devátého ročníku. V ZŠ Divišov to bylo celkem 81 respondentů, ve FZŠ Táborská 147 respondentů. Celkem tedy 228 žáků ve věku od 10 do 15 let. Zadávací instruktáž byla omezena na výzvu k samostatné práci a k podrobnosti při vysvětlování a zdůvodňování svých odpovědí. Čas k práci nebyl omezen, reálně se však pohyboval v hodnotách naměřených při pilotáži výzkumu.

	5. ročník	6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
počet respondentů	38	47	51	55	37

Následuje přehled jednotlivých úloh dotazníku spolu s popisem motivace jejich zařazení a očekávaných výsledků. Při „druhém průchodu“ (v oddíle 5.2) pak představíme naše výsledky. Nejedná se striktně o *a priori* a *a posteriori* analýzu, protože už nyní uvádíme např. některé ilustrativní příklady žákovských řešení; rovněž ve druhé a šesté úloze používáme již při prvním průchodu relativní četnosti jednotlivých odpovědí. Toto rozdělení má sloužit pouze lepší orientaci a čitelnosti textu.

5.1.1 *Úloha č. 1*

Z následující řady slov vyberte jedno, které mezi ostatní nepatří. Napište proč.

sklenice, hrnec, brýle, láhev

Do řady nepatří.................................., protože ....

....

Jak je patrné a jak jsme již na příslušném místě uváděli, tuto sérii jsme převzali z Lurijova výzkumu mezi kyrgyzsko-uzbeckými venkovany. Pouze *kastrol* byl jako archaismus nahrazen *hrncem*. Uvědomovali jsme si i obtíž s *lahví*, která je v původním kontextu jasně skleněná, dnes se však žáci spíše setkávají s lahvemi plastovými. Vyřazení *lahve*, protože není ze skla, se tedy stalo kvalitativně rovnocennou možností k vyřazení *hrnce* ze stejného důvodu.

Očekávali jsme, že fenomény, jež jsou patrné z citovaných odpovědí původního výzkumu, se v určité modifikaci objeví i v odpovědích žáků. Očekávali jsme vysoký počet vyřazení *brýlí* ve všech věkových kategoriích, avšak rovněž jsme čekali, že důvod, pro nějž byly vyřazeny, se bude s věkem měnit: od procesního ke kategoriálnímu. Výskyt fenoménu *všechno dobré*, poměrně častý v Lurijově výzkumu, jsme přímo neočekávali; jeho zdrojem je však procesní princip klasifikace, o jehož přítomností v žákovských odpovědích jsme byli přesvědčeni.

Ve snaze o co nejpřesnější interpretaci výsledků jsme přistoupili k výpočtu váženého průměru. Naše úvaha byla následující: seřadíme jednotlivé typy argumentů za sebe tak, aby jejich pořadí odpovídalo vzrůstajícím nárokům na myšlenkové operace nutné k jejich formulování. Jednotlivé typy obodujeme a vytvoříme vážený průměr.[30]

Z tohoto pohledu je podle našeho názoru na nejnižším místě čistě procesní (činnostní) argumentace. Zdůvodnění typu „brýle, protože neslouží k vaření,“ „protože se z nich nedá pít,“ „protože s nimi nejde nabrat voda“ apod. Za touto argumentací je jasně vidět činnostní, zkušenostní vrstva, podobně jako u respondentů Lurijova výzkumu, kteří však na stejném základě rozvíjeli fenomén *všechno dobré*.

[30] O *vážený průměr* se jedná pouze ve vztahu k (absolutním) četnostem odpovědí v námi vydělovaných skupinách. Ve skutečnosti, pokud každé odpovědi přiřadíme určitý počet bodů, průměry v jednotlivých třídách jsou spočteny klasickým algoritmem *aritmetického průměru*.

Na druhé místo jsme zařadili argument z *lokace*. Je velmi blízký procesnímu principu klasifikace (je to v podstatě jeho opisný způsob), ačkoliv jistá míra odstupu se mu již nedá upřít (např. oproti obrazu nabírání vody brýlemi). Je vyjádřen např.: „brýle, protože nepatří do kuchyně," „brýle, protože ostatní najdeme v kuchyni."

Na třetím místě je v našem pořadí *materiál*. Ačkoli se zde již jedná o značnou míru abstrakce, přesto je materiál nedílně spojen s předmětem samotným a má vliv na to, k jakým činnostem se používá. Někteří žáci navíc podpořili svou argumentaci ryze procesním dodatkem, např. „hrnec, není ze skla, takže se nerozbije."

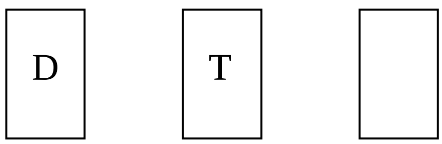
Na nejvyšší stupeň pomyslného žebříčku jsme umístili kritérium *kategoriální*. Jakkoli se může zdát vyřazení *brýlí* „protože nejsou nádoba" blízké argumentaci „protože neudrží vodu," máme za to, že progres je zde nezanedbatelný. Schopnost „nazvat ostatní tři jedním jménem" ověřoval u zkoumaných osob původního výzkumu i Lurija. Kategoriální členění dovršuje cestu abstrakce od procesu, potažmo od předmětu samého a vykazuje jasné dekontextualizované kvalitativní charakteristiky.

5.1.2 Úloha č. 2

Chrabrý princ procházel tajemným hradem a po chvíli se ocitl ve zvláštní místnosti. Neměla žádná okna a světlo několika loučí dopadalo na velkou knihu, která ležela na podstavci uprostřed místnosti. Kniha byla otevřena na první stránce a princ četl:

Odvážný návštěvníku, za dveřmi může číhat velké nebezpečí!
Vybírej dobře: Je-li za dveřmi tygr, je na nich určitě písmeno T.

Kromě vchodu, kterým princ do místnosti vstoupil, odtud vedly pouze tyto troje dveře:



Dveře 1 Dveře 2 Dveře 3

Může některými z nich princ bezpečně opustit místnost? Je za některými z nich určitě tygr? Vyberte správnou možnost pro každé dveře:

Dveře 1	**Dveře 2**	**Dveře 3**
Je tam tygr.	Je tam tygr.	Je tam tygr.
Není tam tygr.	Není tam tygr.	Není tam tygr.
Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.

Inspirace výzkumnou otázkou *Wason selection task* je jasně patrná už z grafické části zadání.[31] Výběr poutavého pohádkového kontextu jsme vysvětlili výše, rovněž emotivně nabitá nebezpečná situace má v úloze svůj význam, má čitatele do situace osobně zainteresovat a motivovat k řešení.

Ke kompletní správné odpovědi jsou třeba dva myšlenkové kroky. Jednodušší je v tomto případě (kontra intuici a Systému 1) začít dveřmi č. 1 a 3. Za nimi tygr určitě není, neboť kdyby tam byl, muselo by na dveřích být písmeno T. Už toto hypotetické nahlédnutí za dveře je ale mentálně poměrně náročné. (Z pohledu logiky je v pozadí této úvahy úsudkové pravidlo *modus tollens*.)

Ještě o poznání složitější je však situace s druhými dveřmi. Je třeba se odpoutat od vykreslené „reality," podívat se na situaci z opačného konce a relativizovat pravidlo: Kdyby za dveřmi tygr byl, je pravidlo porušeno? A kdyby tam nebyl? Pokud je pro tyto dvě možnosti odpověď rozdílná, platí ta z nich, při níž je pravidlo dodrženo. Pokud však pravidlo platí bez ohledu na přítomnost tygra za dveřmi, je třeba vybrat odpověď třetí: *Nemůžeme rozhodnout*. A právě tato možnost nastává u dveří č. 2.

Dveře s písmenem T v našem kontextu zaujímají pozici karty s číslicí 7, kterou je třeba zkontrolovat v původní podobě *Wason selection task*. I zde *nemůžeme rozhodnout* (z toho, co vidíme) a je třeba kartu otočit, případná přítomnost písmena D na rubu karty je v našem kontextu nahrazena číhající šelmou za příslušnými dveřmi. V našem případě však dveře otevřít nemusíme, stačí nám konstatování nejistoty (nikoli o splnění pravidla, ale o přítomnosti tygra za dveřmi).

Pokud bychom sledovali pouze četnosti jednotlivých odpovědí, zabývali bychom se stále tzv. kolektivní jevy – ne ve smyslu kolektivu respondentů, ale ve smyslu skupiny fenoménů; pohnutek, které vedou nakonec např. k prosté odpovědi *bac*.[32] Na úrovni kolektivních jevů však nemůžeme tuto odpověď charakterizovat jinak než co do její četnosti. Nyní se tedy pokusíme některé z dílčích určujících pohnutek odlišit

[31] Pokud porovnáváme naši úlohu s původním Wasonovým zadáním, je třeba mít na paměti rozdílnou roli „pravidla" v těchto kontextech. Zatímco v původní podobě je pravidlo $D \rightarrow 3$ potenciálně porušeno a je tedy předmětem ověřování, pravidlo v našem konextu je pevně dané a předmětem rozhodování je (potenciální) přítomnost tygra za dveřmi.

[32] Značení je poměrně intuitivní; písmena *a*, *b*, *c* označují řádky odpovědní tabulky, pořadí písmena v kódu zastupuje číslo dveří. V případě popisu jednotlivých elementů odpovědi je číslo dveří vystiženo číslicí, volba odpovědi pak příslušným písmenem (např. *2b*).

a formulovat. Rovněž, podobně jako v předchozí úloze, se pokusíme odpovědi pro jednotlivé dveře ohodnotit a znovu zkoumat vážený průměr.

Uvedeme nejprve tabulku relativních četností (bez ohledu na ročník) a ohodnocení, která jsme jednotlivým odpovědím přiznali.

	Dveře č. 1			Dveře č. 2			Dveře č. 3		
možnost	a	b	c	a	b	c	a	b	c
rel. četnost	7 %	62 %	29 %	84 %	10 %	5 %	7 %	40 %	50 %
ohodnocení	0	3	1	1	2	20	0	4	1

Začneme ohodnocením 1, to jsme udělili odpovědím *1c*, *2a* a *3c*. Ve druhém a třetím případě se jedná o výsledky Systému 1, které Systém 2 ponechal zcela bez úpravy, (terminologií Inglis & Simpson 2006). Přiřadili jsme do této bodové hladiny i odpověď *1c*, která je logicky ekvivalentní s volbou *3c*. Oproti ní sice není (*1c*) podporována sugestivním obrazem nepopsaných dveří, je to však odpověď, která nevyžaduje úvahu o obměněné implikaci (kontextově hypotetické nahlédnutí za ony dveře).

Ještě jinak se nechá úvaha týkající se volby *1c* vyjádřit rozšířením intuitivného „vlivu“ odpovědi *Nemohu rozhodnout*: Prázdné dveře nemohu rozhodnout, protože jsou prázdné, dveře s písmenem D nemohu rozhodnout, protože se o nich v pravidle nemluví.

Ohodnocení 2 jsme přiřkli možnosti *2b*. Ač špatná odpověď, překonává již původní intuitivní volbu. Žák už tuší, že podmínkovou vazbu nelze bez újmy na pravdivosti obrátit. Terminologií dvou modů myšlení, Systém 2 již nepropouští výsledky Systému 1 bez povšimnutí, nefunguje však ještě příliš korektně.

Ohodnocení třemi body získala odpověď *1b*. Jedná se v tomto případě již o správnou odpověď, proto je její ohodnocení vyšší než např. dvoubodové *2b*. Oproti ní ale může být tato odpověď dána pouhou nepřítomností písmena D v zadávacím pravidle. Nemůžeme však obecně předpokládat takovou úvahu u všech (a ohodnotit tak tuto volbu jedním bodem jako mentální náročností ekvivalentní možnosti). Tuto volbu nutně vybrali i ti, kteří ji potvrdili vědomými procesy (Systému 2) jako korektní.

Ještě o bod vyšší ohodnocení získala volba 3b. Ač logicky ekvivalentní s výběrem 1b, domníváme se, že překonání sugestivity nepopsaných dveří je natolik velkým krokem v usuzování dítěte, že je třeba ho zahrnout do hodnocení.

Zbývá objasnit nejvyšší a nejnižší hodnoty. Nulou jsme hodnotili volby, jež nejsme schopni nijak rozumně vysvětlit, a tak je zařadit do pomyslného žebříčku podle nutných mentálních aktivit vedoucích k dané odpovědi. Konkrétně se jedná se o umístění tygra do prvních nebo třetích dveří. Tyto odpovědi nemohou být výsledkem žádného z alternativních systémů dětské logiky, jimiž jsme se zabývali. Jako určité vysvětlení se nabízí snad jen možnost, že dítě hodnotí úlohu jako „chyták" a odpoví schválně proti své intuici.

Nejvyšším počtem bodů byla ohodnocena odpověď *2c*. Její vysoké nároky na mentální operace žáka jsme popisovali již výše.[33] Konkrétní výše ohodnocení, které jsme zvolili, vychází z toho, že jsme za každou část úlohy (za každé dveře) chtěli rozdělit přibližně stejný počet bodů. Vycházeje tedy z relativních četností jednotlivých odpovědí, za první dveře bylo rozděleno asi 216 bodů (na 100 žáků), za třetí dveře pak 210 bodů. Pokud jsme chtěli podobného čísla dosáhnout i ve dveřích č. 2, museli jsme za odpověď *2c* ohodnotit opravdu vysoko. Určili jsme tedy její hodnotu na 20 bodů a celkový počet rozdělených bodů v této části úlohy se ustálil na čísle 204.

5.1.3 Úloha č. 3

Petr chodí do 7.B. Má ještě mladší sestru, jmenuje se Magda a ta chodí do 5.A. Když se přiblížil konec ledna, povídali si o známkách, které dostanou na pololetní vysvědčení, a jaké známky asi dostanou jejich spolužáci.
Magda řekla: „V naší třídě někdo bude mít dokonce samé jedničky!"
Na to Petr řekl: „Tak to se o naší třídě říci nedá. V naší třídě..."

Co je třeba doplnit do Petrovy věty, aby byla opakem toho, co o své třídě prohlásila Magda? Vyberte správnou odpověď. Pokud vám nevyhovuje žádná z možností a)-d), dopište svoje řešení na řádek e).

a) dostanou samé jedničky všichni.
b) někdo samé jedničky nedostane.
c) nikdo samé jedničky nedostane.
d) dostane někdo dokonce samé pětky.
e)

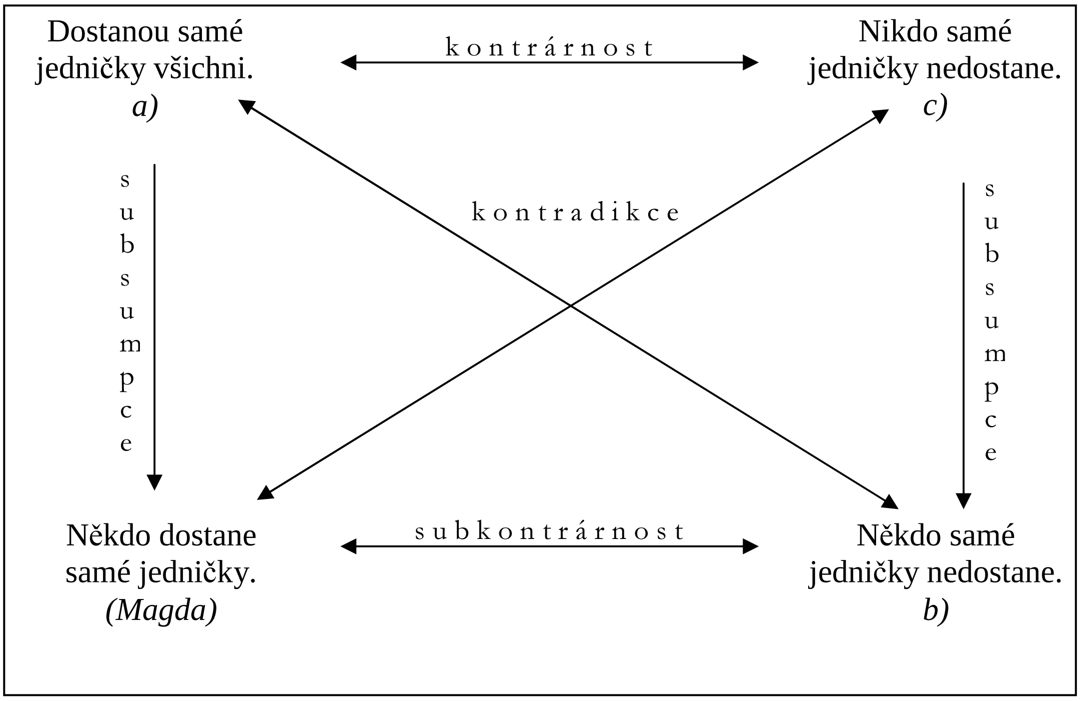
[33] Mentální náročnost těchto procesů pro žáky si autor osobně ověřil, když se v některých třídách po dokončení dotazníku žáci dožadovali správných odpovědí. Úvaha o uchopení situace z druhé strany (Je pravidlo porušeno při přítomnosti, resp. nepřítomnosti tygra za dveřmi?) je často jednoduše nepředatelná a žáci k ní pravděpodobně musí do velké míry osobně dozrát.

Třetí úloha mapuje dětský přístup k negaci. Takto izolovaně se její zkoumání v námi studované literatuře neobjevilo; negace se používala ponejvíce jako komplikující faktor při zkoumání primárně zaměřeném např. na implikaci (O'Brian & Shapiro & Reali 1971) atp. Nejblíže naší úloze jsou pak zřejmě položky výzkumu (Závadová 2000).

K textu úlohy: opět jsme se snažili poměrně prostý logický úkon negace výroku umístit do co možná nejběžnějšího a dětem blízkého kontextu. Vzniká tak sice několik „zbytečných" vět; zužitkovali jsme je tedy alespoň i v dalších dvou úlohách, které se opět týkají této sourozenecké dvojice.

Ještě k textaci: v úloze jsme z pochopitelných důvodů nechtěli použít termín *negace*; celá snaha o kontextualizaci by přišla vniveč. Použili jsme tedy termín *opak*, i když si uvědomujeme, že s termínem *negace* nemusí být ekvivalentní. *A priori* analýza je v tomto případě velmi jednoduchá: očekávali jsme vzrůstající četnost správné odpovědi na úkor četností odpovědí ostatních.

První tři nabízené možnosti tvoří spolu s původním Magdiným výrokem Aristotelův *logický čtverec* (pro podrobnosti viz např. bakalářskou práci autora):



Možnost *d)* je pak k tomuto čtverci přidána jaksi zvenčí. Na řádek *e)* mohli žáci dopsat jinou možnost, pokud jim žádná z nabízených nevyhovovala.

5.1.4 *Úloha č. 4*

> Ještě ten den odpoledne viděla Magda v televizi kousek dokumentárního filmu o brazilské džungli. Mrzelo ji, že stihla už jen konec filmu a neviděla žádné opice. Magda tušila, že tam nějaké žijí, ale nebyla si jistá. Šla se tedy zeptat bratra. Petr si vzpomněl, že se ve škole nedávno učili o orangutanech. Paní učitelka jim říkala, že orangutani jsou jedny z největších opic, a proto potřebují k lezení silné a vysoké stromy, aby se pod nimi nezlomily. „V Brazílii jsou hodně vysoké stromy," zaradovala se Magda. „No tak to tam musí žít i ti orangutani!"
>
> Má Magda pravdu? Svou odpověď vysvětlete.

Základní část této úlohy byla převzata z práce M. Bálintové, která ji však použila bez příběhového kontextu. Pro nás však byl kontext velmi důležitý, v této úloze možná ještě více než v jiných. Domníváme se, že na průběhu řešení této úlohy se podílí několik procesů. Jednak proces „emancipace" myšlení (od citace, přitakání Magdině argumentaci) po vlastní názor. Dalším narůstajícím jevem by měla být logická abilita žáků – od argumentů z empirie („Nežijí tam, protože tam nemají vhodné podmínky.") po logický úsudek („Nemá pravdu, ví jen, že tam jsou vysoké stromy, ale ty jsou třeba v Kanadě taky."). Posledním faktorem, který by mohl odpovědi ovlivňovat, je s věkem rostoucí míra faktických znalostí žáků.

Vrátíme-li se k výsledkům M. Bálintové, ze 118 respondentů (od 5. do 9. ročníku) udalo správnou odpověď pouze 14. Ačkoli to autorka výslovně nezmiňuje, z kontextu a citovaných odpovědí se nechá předpokládat, že jako „správnou odpověď" hodnotila pouze *ne* s logickým argumentem (nikoli empirickým).

Než uvedeme výsledky našeho výzkumu, musíme nejprve popsat kategorie, do nichž jsme je rozřadili. Za zmínku zde překvapivě stojí již kategorie nultá, tedy bez odpovědi. V 6. ročníku vyskočila její četnost až na 40 % (!), průměrně se pohybovala okolo 20 %. Kategorie první (1 bod) není z pohledu logiky příliš zajímavá, jedná se o odpověď *ano* bez zdůvodnění.

Kategorií druhou bylo *ano a citace*; argumenty, které se odvolávají na informace či osoby v textu a jejich „autoritou" potvrzují svou odpověď. Z pohledu procesu emancipace myšlení jsme na začátku, stejně tak z hlediska logických schopností. Příkladem takových odpovědí může být např.: „Ano má pravdu, protože orangutani jsou docela velké opice a proto potřebují silné větve, aby to pod nimi neprasklo." „Ano, má pravdu. Petr to říkal." „Jo, má (pravdu), věřím jí. My se to taky učili."

Do další kategorie ohodnocené třemi body spadají odpovědi, které jsme pracovně nazvali *ano a chyba*. Jedná se o odpovědi, které stále přitakávají Magdině stanovisku, nepoužívají však již její argumentaci. Posouvají se o stupeň na pomyslné cestě emancipace. Neodvolávají se již na osoby a fakty v textu, ale své *ano* podpírají argumenty vlastními. Jelikož se však jedná o odpověď chybnou, musí být i argumenty tzv. *chybné*, tj. buď nepravdivé („Ano, protože jsou tam pro orangutany vhodné podmínky." „Ano, protože orangutani žijí v Americe.") nebo v daném kontextu irelevantní („Ano, má, jelikož Brazílie leží v Jižní Americe, tam je myslím teplý pás. Takže by mohly růst stromy do velkých výšek. Orangutani žijí v lese nebo pralese a v Brazílii je jich moc. Takže by tam mohli žít orangutani.") Na cestě od empirie k úsudku jsme stále na začátku, znalosti žáků jsou rovněž na nízké úrovni.

Kategorie následující je oceněna čtyřmi body a stojí na pomezí mezi odpověďmi *ano* a *ne*. Nazvali jsme ji *ano a pochybnost*. Nejistota je však v tomto kontextu jednoznačně pozitivním jevem: znamená další krok na cestě emancipace myšlení a posouvá se již i úroveň logické ability, která, ač na úrovni intuice, již není zcela spokojena s kladnou odpovědí. Její četnost nebyla vysoká, průměrně 6 %. Odpovědi této kategorie mohou vypadat asi takto: „Ano, orangutan je velký a těžký, ale zas tak vysoké stromy nepotřebuje." „Můžou tam žít, ale jen v některých oblastech."

Následuje pětibodová kategorie, do níž spadají odpovědi nazvané *ne a chyba*. Jak je z názvu patrné, patří sem (správné) odpovědi *ne*, ovšem argumenty, kterými respondenti své rozhodnutí odůvodňují, jsou chybné. Chyba v argumentaci může být různá, mohou být buď přímo nepravdivé („Orangutani nemohou žít v Brazílii, protože je tam zima."), jednostranné, tj. obsahující jen částečnou pravdu („Ne, protože Brazílie je velké město plné lidí, asi 3x taková Praha."), vnitřně sporné („Ne, žijí v Jižní Americe u Amazonky a ne v Brazílii."), nebo irelevantní („Magda nemá pravdu, protože si myslím, že největší je gorila."). Do této kategorie jsme řadili i *ne* bez argumentace. Z pohledu sledovaných procesů, cesta emancipace je dokončena, přijaté informace je již žák schopen zpochybnit a snaží se svůj postoj obhájit. Tato obhajoba je však stále na úrovni empirie (nikoli úsudku), navíc chybné – z důvodu nedostatečných znalostí, formulačních dovedností apod.

Kategorii předposlední jsme nazvali *ne a znalost* ohodnotili šesti body. Oproti předchozí kategorii je zde posun ve vědomostech žáků. V této kategorii již nejen správně odpovídají, ale i argumentují – ne však na základě úsudku, ale na základě svých vědomostí: „Nemá pravdu, orangutani žijí na ostrovech v Indonésii.“ Krok v postupu od empirie k úsudku se zde nekoná; žáka k němu nic nenutí.

Nejvyšší kategorií je tedy úroveň sedmá, *ne a úsudek*. Žák správně odhaluje, že přítomnost vysokých stromů je pro životní prostor orangutana nutnou, nikoli však postačující podmínkou. Samozřejmě neformuluje svou odpověď těmito slovy, typicky uvádí, že vysoké stromy jsou i jinde na světě: „Ne, nemá (pravdu)! V Česku máme taky vysoké stromy a orangutani tady nejsou a nelezou. Maximálně jsou v ZOO…“ Je dokončen proces přechodu od empirie k úsudku, od obsahu k formě. Je otázkou, nakolik je přítomnost žáků v této kategorii stálá, tedy nezávislá na použitém kontextu a formulaci. (To ostatně platí pro všechny kategorie.) Pro potvrzení by bylo třeba zařadit podobných úloh více.

5.1.5 Úloha č. 5

Do třetice o Magdě a Petrovi.
Na pololetní prázdniny dostal Petr ve škole tento domácí úkol:

> V jedné třídě prý pro všechny chlapce platí tato dvě pravidla:
> 1. Každý, kdo hraje fotbal, umí dobře běhat.
> 2. Někdo z těch, kdo hrají hokej, hraje také fotbal.
>
> Můžeme s jistotou říci, jestli je v této třídě nějaký hokejista, který umí také dobře běhat?

Málokdy se stává, aby si Petr šel pro radu ke své mladší sestře, ale tentokrát se do toho už tak zamotal, že byl rád, když mu sestra pomohla. A vy znáte správnou odpověď? Napište ji a zdůvodněte.

Dostáváme se na druhou stranu dotazníku. V této úloze je žákům předkládán sylogismus, o jehož pravdivosti mají žáci rozhodnout. Sylogismům se mnoho výzkumů nevěnuje, z námi citovaných žádný. Jedná se však o jeden z nejstarších verbálně logických kódů (srov. Lurija 1976). Zajímalo nás tedy, jak k jeho řešení budou přistupovat žáci, neboť přestože se sylogistická forma používá v běžně řeči často celkem neuvědoměle, v takto explicitní odhalené podobě může být formulace argumentu poměrně netriviální. Předpokládali jsme vysokou četnost správné odpovědi, avšak s různým vysvětlením. Vzhledem k tomu, že jsme použili *kauzální kontext* (srov. O’Brian & Shapiro & Reali 1971), předpokládali jsme, že někteří žáci budou argumentovat empiricky (na základě obsahu, ne formy). Logická argumentace by však s věkem měla narůstat – na úrok rozhodnutí z empirie.

Správnou odpovědí – z čistě formálně logického hlediska – je *ano*, ovšem s několikanásobnou podmínkou neprázdnosti popisovaných množin: Jednak v popisované třídě musí být nějací chlapci (minimálně jeden), jednak mezi nimi musí být nějací fotbalisté (opět minimálně jeden).

Předběžnou škálu odpovědí jsme opět poněkud zjemnili. Jednotlivé kategorie jsme obodovali a vypočetli vážený průměr.

Do nulté kategorii spadají ti, kteří nechali úlohu bez odpovědi, popř. odpověděli mimo strukturu sylogismu (např. rozvíjí téma sportu, ale bez vztahu k premisám): „Většinou kdo chce hrát fotbal, umí dobře běhat." Někteří žáci nepostřehli celistvou strukturu sylogismu a odhadovali pravdivost jednotlivých premis: „1. Ano – aby mohl přeběhnout to hřiště, 2. Ne – bylo by to náročné." Ohodnocení nulou získali rovněž ti, kteří odpověděli „nevím."

Následuje kategorie první, do níž jsme tentokrát zařadili obě odpovědi (*ano* i *ne*) bez dodatečných argumentů.

Odpovědi jsme v této skupině nerozlišovali mj. i kvůli kategorii další (druhé), do níž jsme opět zařadili *ano* i *ne*, ovšem tentokrát již s rozhodnutím z empirie. Máme za to, že z hlediska mentální aktivity jsou tyto odpovědi stejně hodnotné (oproti předchozí úloze), srov. např. následující výpovědi: „Ano, hokejista umí dobře běhat, protože kdyby neuměl, tak nemůže rychle bruslit." „Ne, když je hokejista, tak nemusí umět dobře běhat, ale musí dobře bruslit, aby tu hru mohl hrát." O nárůst z hlediska logické ability se zde rovněž nejedná.

Kategorii třetí jsme nazvali *vystoupení z empirie* a opět se sem řadí kladná i záporná odpověď. Je to skupina, která přibližně odpovídá kategorii *ano a pochybnost* v úloze č. 4. Žák již podvědomě tuší, že úloha neprověřuje jeho faktické znalosti ani schopnost vymyslet důvod, proč by i hokejista měl umět dobře běhat. Není však ještě schopen svou myšlenku jasně formulovat. V následující citaci je dobře patrný konflikt správného logického úsudku s empiricky podepřeným závěrem: „U pravidla číslo 2 je, že někdo z těch, kdo hrají hokej, hraje také fotbal. Ale přece všichni to nejsou. Ale tak myslím, že ten, kdo hraje fotbal i hokej, tak ten by měl umět dobře běhat. Ale i kdyby hrál někdo jen hokej, měl by i umět dobře běhat."

Podobný konflikt mezi správně pochopenou strukturou sylogismu a empirií (která říká, že málokdo má čas či talent na dva sporty) je čitelný v následující odpovědi: „Ano, ale nevíme, zda-li tam je někdo hokejista, který hraje fotbal a ne jen hokej.“

Objevuje se i popření existenční jistoty při použití (aristotelského) částečného soudu ve druhé premise: „Nemůžeme to vědět, protože tam žádný hokejista nemusí být.“

Další kategorie, v pořadí čtvrtá, se nazvána *úsudek*. Obsahuje tedy kladné odpovědi, jejichž vysvětlení pramení ze sylogistické struktury (formy). Odpovědi si byly velmi podobné, vypadaly např. takto: „Ano, všichni hokejisti, kteří umí hrát fotbal, umí dobře běhat, protože všichni, kdo hrají fotbal, umí dobře běhat.“

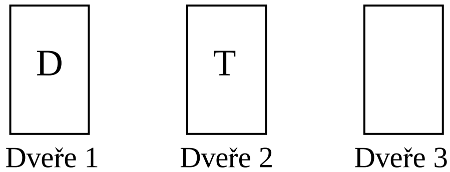
Při zadávání dotazníku jsme ani nečekali, že by se objevily logicky zcela korektní odpovědi, tj. podmíněné neprázdností množiny chlapců či množiny fotbalistů (jinými slovy, popření existenční nutnosti subjektů obecné kvantifikace). Přesto se však dvě takové odpovědi objevily, obě v 9. ročníku: „Neví se, jestli někdo hraje fotbal, takže nevíme, kdo hraje hokej.“ „Není tu vůbec napsáno, jestli někdo hraje fotbal nebo hokej. Takže to nemůžeme s jistotou tvrdit.“ Je však otázkou, nakolik je můžeme považovat za opravdu uvědomělou reakci (Systému 2) na nepřesné zadání, a nakolik jde spíše o projev nejistoty a potažmo neochoty pracovat s obecnými počty žáků hypotetické třídy. Obzvláště druhá z odpovědí má vyzněním velmi blízko např. k výše citované výpovědi, která popírala existenční jistotu subjektů částečného soudu.

5.1.6 Úloha č. 6

Když se princi podařilo dostat z jedné pasti, ocitl se rázem v další. Když přišel do další místnosti, uviděl, že je velmi podobná té, ze které sem vstoupil. Ani kniha uprostřed místnosti nechyběla, až na to, že tentokrát v ní byl tento nápis:

Je-li na dveřích písmeno T, pak je za nimi určitě tygr.

Dveře vedoucí z místnosti byly opět troje:



„To je teď už jasné,“ zaradoval se princ. „Vždyť je to stejné jako v tom předchozím pokoji!“ A už se hnal ke dveřím, za kterými doufal najít cíl své cesty...

V tabulce opět vyznačte správné možnosti.

Dveře 1	Dveře 2	Dveře 3
Je tam tygr.	Je tam tygr.	Je tam tygr.
Není tam tygr.	Není tam tygr.	Není tam tygr.
Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.

Úloha šestá je dalším příspěvkem k *diskuzi o kondicionálu*. Zatímco v úloze č. 2 znělo výchozí pravidlo *Je-li za dveřmi tygr, pak je na nich určitě písmeno T,* v této úloze bylo změněno pořadí antecedentu a konsekventu. Detaily k inspiraci a textaci úlohy jsme popsali již výše. Uvedeme tedy přímo tabulku četností a ohodnocení, která jsme jednotlivým odpovědím přiznali.

	Dveře č. 1			Dveře č. 2			Dveře č. 3		
možnost	a	b	c	a	b	c	a	b	c
rel. četnost	12 %	53 %	35 %	86 %	11 %	3 %	9 %	40 %	51 %
ohodnocení	0	1	3	2	0	0	0	1	2

Oproti výše popisované úloze č. 2, ocenili jsme zde více odpovědí hodnotou nula. Snažili jsme se zachovat odpovídající rozměry ohodnocení právě vzhledem k druhé úloze a počet nul a vůbec malá výše ohodnocení tedy společně ukazují na nižší náročnost této úlohy.

Pokud – tentokráte v souladu s intuicí – začneme naši úvahu prostředními dveřmi, je to nejjednodušší úsudkové pravidlo *modus ponens*, které nás přivádí ke správné odpovědi *2a*. Počet těchto odpovědí je značný (86 %); chtělo by se říci, že jde o žáky, kteří ovládají *modus ponens*, avšak díky podvědomému Systému 1, který ukazuje na tutéž odpověď, by to zřejmě nebyl korektní závěr. Pokud se zastavíme u dalších možných voleb pro tyto dveře, tedy *2b* a *2c*, nemůžeme než konstatovat jejich příslušnost do stejné skupiny, do jaké patří nulou ohodnocené odpovědi v úloze č. 2. Nejsme schopni tyto odpovědi nijak přesvědčivě interpretovat, snad pouze již zmíněným očekáváním „chytáku“ (viz komentář k úloze č. 2).

První a třetí dveře, logicky rovnocenné, se z dětských odpovědí opět rovnocenné nejevily. Fenomény zde působící jsme podrobněji popsali již výše. Volba *3c* je ohodnocena dvěma body, neboť k ní vedou obdobně náročné procesy jako k volbě *2a*, rovněž je podpořena výsledkem Systému 1. Rozdíl mezi ohodnocením *1c* a *3c* je dán naopak nutností korekce intuitivního výsledku Systému 1, který v těchto (prvních) dveřích velí volbu *1b*.

Tu jsme tedy ocenili hodnotou 1, stejně jako logicky rovnocennou volbu *3b*. Ve třetích dveřích se sice jedná o (obecně mentálně cennou) operaci překonání imperativu Systému 1, v tomto konkrétním případě jde však o odklon od správné odpovědi, která musí být v každých dveřích pochopitelně hodnocena nejvýše.

Bodové zásoby pro troje dveře nejsou v této úloze sice tolik vyrovnané (158, 172, 142), to ovšem nebyl nikdy hlavní cíl. Šlo pouze o prostředek, který nám v příslušné předchozí úloze pomohl určit hodnotu extrémně těžkého mentálního aktu volby *2c*.

5.1.7 Úloha č. 7

> Z následující řady slov či slovních spojení vyberte jedno, které mezi ostatní nepatří. Napište proč.
>
> **Ferda mravenec, Krteček, Rumcajs, Pučmelouch, Jelen Větrník**
>
> Do řady nepatří..................................., protože ....
>
> ....

Poslední úloha dotazníku koresponduje s tou první – opět jsou předmětem zkoumání klasifikační kritéria žáků. Zatímco v úloze č. 1 jsme mapovali poměr vlivu abstraktního (kategoriálního) principu klasifikace vůči klasifikaci činnostní (konkrétní), v této úloze jsme se pokusili vytvořit prostředí pro konflikt *emoční*.

Jak je patrné, všechny „položky série" představují české pohádkové postavy. Tím je tedy dán rámec, ve kterém se pohybujeme. Tento kontext jsme zvolili záměrně, pasáž o vlivu kontextu viz výše. Doufali jsme v nastolení emotivního konfliktu mezi volbou „Rumcajs, protože je to člověk" a „Pučmelouch, protože je to záporná postava". Trend četnosti těchto odpovědí měl být opačný, tedy emoční odpověď (Pučmelouch) měla s věkem klesat, kategoriální odpověď (Rumcajs) měla narůstat. Toliko náš záměr a *a priori* analýza.

5.2 Výsledky

V tomto oddíle předkládáme přehled získaných výsledků včetně komentáře a případné interpretace

5.2.1 *Úloha č. 1*

Jak je patrné z tabulky relativních četností, procesní princip klasifikace dominoval u žáků téměř ve všech ročnících. Nevykazoval však klesající trend, dokonce v nejnižším ročníku ani nebyl nejfrekventovanější odpovědí. Argumenty, které jsme zařadili do skupin *lokace* a *materiál*, rovněž oscilují bez jasnějšího trendu. Naši původní domněnku pak potvrdila argumentace *kategoriální*, jejíž četnost s věkem poměrně jasně stoupala.

třída\odpověď	proces	lokace	materiál	kategorie	průměr
5. ročník	33%	8%	36%	14%	2,33
6. ročník	42%	13%	18%	20%	2,17
7. ročník	39%	8%	24%	29%	2,43
8. ročník	35%	11%	29%	24%	2,43
9. ročník	41%	6%	18%	38%	2,51

Jak jsme již výše naznačili, pokusili jsme se situaci osvětlit i pomocí váženého průměru. (jednotlivé stupně jsme ohodnotili body od 1 do 4). Určitý stoupající trend je zde pozorovatelný (až na vyšší výsledek v 5. ročníku). Rozdíly jsou však velmi malé a je otázkou, nakolik jsou vypovídající.

Ze zajímavých (ač marginálních) odpovědí stojí za zmínku např. ty, které nerozlišují mezi pojmem a pojmenovaným, např.: „Do řady nepatří brýle, protože do ostatních *slov* se dá nalít voda.“ Od tohoto typu argumentace již není daleko k jakési absolutní abstrakci: je zcela odhlédnuto od nazývaných věcí a ze série je vyřazena např. *sklenice*, „protože je nejdelší (slovo)“ nebo „protože má tři slabiky.“ V úvahu však přichází i eventualita, že je tento jev dán pouze textací úlohy „Z následujících *slov* vyberte…,“ kterou žáci berou doslova.

Další neočekávanou odpovědí, která však zajímavě koresponduje s některými argumenty z původního výzkumu, bylo vyřazení brýlí, „protože jsou (potřebné) jen pro někoho.“

5.2.2 Úloha č. 2

Správnou odpovědí na tuto úlohu je kombinace *bcb*. Jak je z předcházejícího popisu očekávatelné, tato odpověď se téměř neobjevila (2 % respondentů). Odlišovali jsme i částečně správnou odpověď jako tu, ke které stačí korektní průběh první z popisovaných mentálních operací, schematicky tedy *b?b*. Ani tato odpověď však nebyla příliš frekventovaná, průměrně 20 % (součet četností odpovědí *bbb* a *bab*).

To, co bychom mohli nazvat standardní chybou (z hlediska četnosti i z hlediska výsledků Systému 1), je odpověď *bac*. Tedy ve dveřích, které se v pravidle zmiňují, tygr je, ve dveřích s jiným písmenem tygr není a o dveřích bez označení zkrátka nemůžeme rozhodnout. Tuto odpověď zvolilo průměrně 35 % respondentů. Nejedná se však o správnou odpověď z hlediska *dětské logiky* (O'Brian & Shapiro & Reali 1971) ani ve smyslu intuitivního pravidla z článku (Stephanou & Pitta-Pantazi 2006), neboť v obou případech by musela být zvolena stejná možnost pro 1. a 3. dveře. Ty jsou totiž z pohledu logiky jasně rovnocenné. Z pohledu dětí tomu tak ale rozhodně není: nejistotu zasetou do dětských myslí pouhou přítomností možnosti *Nemůžeme rozhodnout* popisuje (Shapiro & O'Brian 1970). Pokud jsou navíc v zadání úlohy neoznačené dveře, prostor pro tvorbu možných scénářů se ještě radikálně rozšiřuje. Co když tam bylo T a někdo ho strhnul…? Naléhavost potřeby jistoty vyjádřili někteří dokonce tak, že na prázdné dveře nějaké písmeno dopsali. (Objevilo se např. *N*, *Z, D*. Spojitost použitého písmena s kontextem úlohy se nám většinou nepodařilo vypátrat.)

Četnost výběru možnosti *Nemůžeme rozhodnout* u třetích dveří (*??c*) se pohybuje od 38 do 59 %, žádný trend však nevykazuje. Četnost rozdílných odpovědi pro první a třetí dveře se v jednotlivých ročnících pohybuje mezi 55 a 72 %, ovšem opět bez zřejmého trendu. Zbývá ještě uvést průměrné výsledky jednotlivých tříd:

	5. ročník	6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
průměr	6,03	5,11	7,53	5,85	6,94

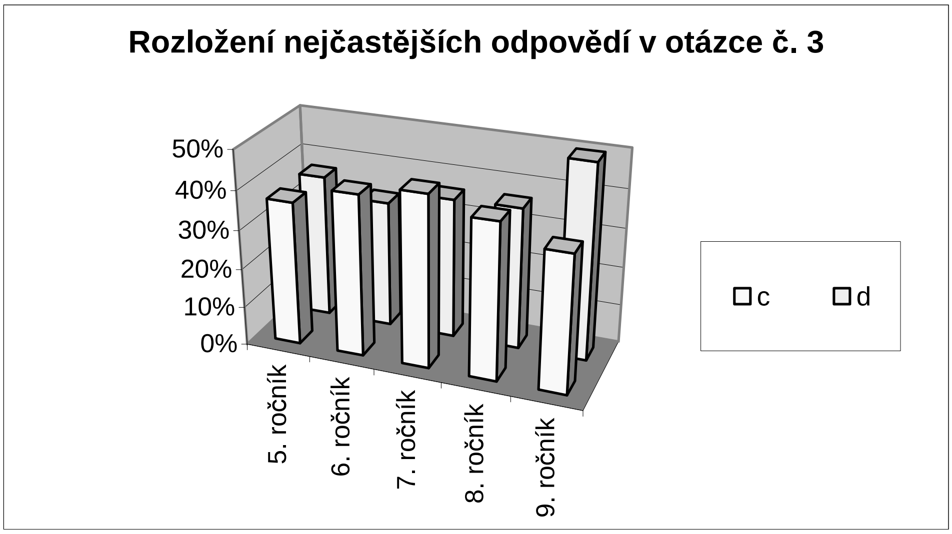
Jak je patrné, námi zavedené vážené průměry nevykazují v této úloze žádný trend.

5.2.3 *Úloha č. 3*

Z pohledu korektní logiky je správnou odpovědí na tuto otázku možnost *c) Nikdo samé jedničky nedostane*. (Je to jediná z možností, která je neslučitelná s Magdiným výrokem.) V dětských odpovědích byla velmi častá i odpověď *d) Dostane někdo dokonce samé pětky*. Možnosti *e)* využilo asi 10 % žáků. Objevovaly se např. výroky typu: „Dostane někdo dvojky, trojky, prostě nějak namíchaně.“

Následuje tabulka relativních četností odpovědí a graf nejfrekventovanějších z nich, tedy možností *c)* a *d).*

	a)	b)	c)	d)	e)
5. ročník	3 %	13 %	37 %	37 %	11 %
6. ročník	2 %	13 %	41 %	33 %	11 %
7. ročník	0 %	4 %	44 %	36 %	10 %
8. ročník	2 %	13 %	40 %	36 %	9 %
9. ročník	0 %	8 %	35 %	51 %	5 %



Odpověď pod písmenem *c)* je korektní, volbu odpovědi *d)* jsme nazvali *citovou negací*. Zatímco první tři nabízené odpovědi jsou si velmi podobné (vždy pojednávají o jedničkách, které dostane někdo nebo nikdo atp.), odpověď *d)* je radikálně jiná: *Dostane někdo dokonce samé pětky*. Možná i použití slova *dokonce*, které je rovněž obsaženo v původním Magdině výroku, napomohlo tak vysoké četnosti této odpovědi.

Zmíněná podobnost prvních třech eventualit mohla být příčinou vysokého výskytu volby *d)* nejen z hlediska radikality (emotivity), ale i proto, že žáci nebyli ochotní (schopní) přemýšlet nad „drobnými“ rozdíly mezi třemi podobnými možnostmi. Vystoupení z logického čtverce a hledání negace mimo něj tak můžeme považovat (díky vysoké četnosti této odpovědi) za jeden z dalších charakteristických rysů alternativních systémů dětského pojetí logiky (avšak bez klesající tendence, alespoň v našem vzorku) .

5.2.4 Úloha č. 4

V posledním sloupci jsou uvedeny opět vážené průměry, do jejichž výpočtu nebyly zahrnuti respondenti z kategorie nulté, tedy ti, kteří na tuto otázku neodpověděli.

	bez odp.	ano	ano citace	ano chyba	ano poch.	ne chyba	ne znalost	ne úsudek	vážený průměr
ohodnocení	0	1	2	3	4	5	6	7	
5. ročník	8 %	3 %	34 %	3 %	3 %	32 %	8 %	11 %	4,00
6. ročník	40 %	2 %	13 %	2 %	6 %	28 %	0 %	9 %	4,32
7. ročník	18 %	8 %	12 %	8 %	6 %	39 %	4 %	6 %	4,22
8. ročník	20 %	7 %	9 %	7 %	4 %	27 %	11 %	15 %	4,57
9. ročník	16 %	5 %	14 %	16 %	11 %	16 %	0 %	22 %	4,26

Jak je z tabulky zřejmé, poměrně jasný klesající trend je patrný ve sloupci *ano citace* (ve shodě s naší *a priori* analýzou), ač porušen hodnotou naměřenou v 9. ročníku. (Tento ročník vůbec vykazuje v této úloze značně specifické charakteristiky.) V ostatních položkách jasný trend již patrný není, situaci nevyjasnil ani vážený průměr.

5.2.5 Úloha č. 5

Uvedli jsme tentokráte vážené průměry dva, jeden je spočten bez vlivu nehodnocených odpovědí (podobně jako průměry v předchozích úlohách), druhý vážený průměr tyto odpovědi již zahrnuje. Jedná se zde o interpretaci nevyplněných odpovědí: žák nedal žádnou odpověď, protože úlohu vůbec nečetl? Protože i přes svou snahu opravdu nedokázal odpovědět? Protože si není jistý správnou odpovědí a bojí se selhání? Bez znalosti pramene žákova „neřešení“ nemůžeme rozhodnout, který z předkládaných průměrů situaci lépe reflektuje, uvádíme tedy alespoň v této úloze oba. Navíc v této úloze „spadlo“ do nulté kategorie poměrně dost respondentů, kteří sice nějakou odpověď udali (tedy minimálně si přečetli zadání), ovšem neodpovídali na položenou otázku.

	bez odp.	bez arg.	empirie	vystou-pení z e.	úsudek	podm. úsudek	průměr bez nul	průměr vč. nul
ohodnocení	0	1	2	3	4	5		
5. ročník	14 %	8 %	35 %	3 %	43 %	0 %	2,91	2,53
6. ročník	38 %	24 %	20 %	2 %	20 %	0 %	2,27	1,45
7. ročník	22 %	10 %	33 %	6 %	33 %	0 %	2,75	2,16
8. ročník	19 %	11 %	30 %	4 %	39 %	0 %	2,84	2,33
9. ročník	19 %	6 %	8 %	8 %	56 %	6 %	2,57	2,89

Budeme-li se pokoušet vypozorovat v jednotlivých kategorií nějaký trend, můžeme srovnat nejlépe v pořadí šestý a devátý sloupec tabulky, tedy relativní četnost odpovědí z kategorie *úsudek* a vážený průměr spočtený včetně nul, v obou je možné shodně zaznamenat rostoucí trend, v obou shodně porušený pouze vyšším výsledkem v 5. ročníku.

Nasnadě je otázka, proč v tomto ročníku dosahují žáci tak vysokého hodnocení (nejvyššího po deváťácích), oproti propadu výsledků (a téměř 25% nárůstu počtu nehodnocených odpovědí) v následujícím šestém ročníku. Jako odpověď se přirozeně nabízí přechod z nižšího na vyšší stupeň spojený se změnou stylu výuky a hodnocení, posunem vztahu žák – učitel a dost možná i negativním vnímáním chyby. Rovněž odchod nadanějších žáků na osmiletá gymnázia může být příčinou tohoto propadu.

5.2.6 Úloha č. 6

Správnou odpovědí je v této úloze kombinace *cac* (udalo ji celkem 17 % respondentů). Nejčastější chybou je zde, stejně jako v příslušné předchozí úloze, odpověď *bac* (26 %). Částečně správnou odpovědí je v této úloze volba *2a* (tedy *?a?*) a zvolilo ji 86 % respondentů.

Jednotlivé kategorie odpovědí i žákovské chyby byly již zevrubně popsány v oddíle 5.1.6, zbývá uvést již jen tabulku vážených průměrů, které jsou spočteny bez vlivu nevyplněných odpovědí.

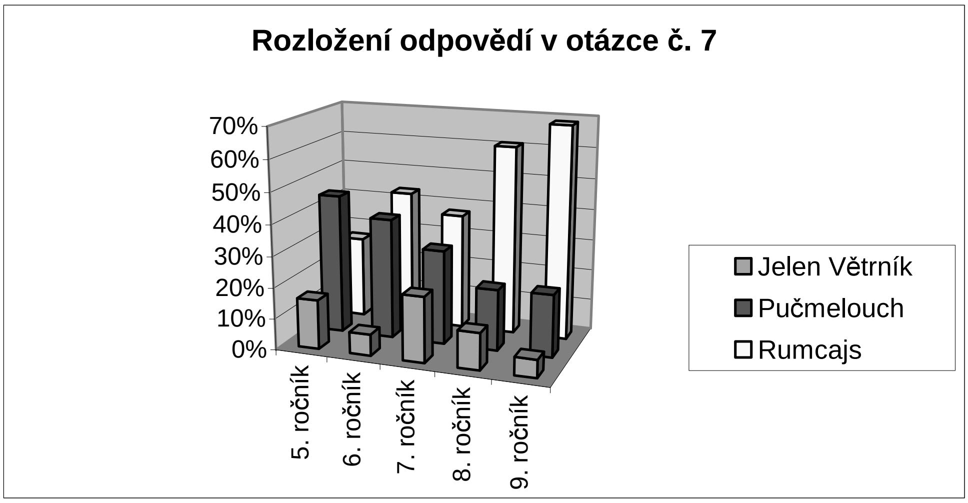
	5. ročník	6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
průměr	4, 79	4,30	4,71	4,85	4,94

Je patrná vzrůstající tendence (až na skok z 5. ročníku), podobně jako již několikrát v předchozích úlohách.

5.2.7 *Úloha č. 7*

Pokud se podíváme na výsledky, je zde náš předpoklad potvrzen nejlépe ze všech sedmi úloh. Přítomnost jasného trendu právě v této úloze potvrzuje známý fakt z didaktiky matematiky, že kauzalita se nejrychleji rozvíjí v sociálním či emotivním kontextu.

	Jelen Větrník	Pučmelouch	Rumcajs
5. ročník	16 %	45 %	26 %
6. ročník	7 %	39 %	43 %
7. ročník	21 %	30 %	37 %
8. ročník	12 %	20 %	61 %
9. ročník	6 %	20 %	69 %



Je však třeba si všímat i důvodů, s jakými žáci příslušná rozhodnutí provedli. Zde se už potvrzuje pouze předpoklad o výběru Rumcajse: ten byl skutečně vyřazen téměř výhradně na základě argumentu, že „je člověk“, resp. „není zvíře“. Náš předpoklad o důvodech vyřazení Pučmeloucha se však objevil zcela okrajově.

Podívejme se tedy na důvody, které byly při jeho vyřazení zmíněny nejčastěji:

	abs. četnost	rel. četnost	prům. věk	poměr m : f
není pohádkový	16	25%	11,69	9 : 7
není animovaný	15	23%	13,00	11 : 3
neznám ho	13	20%	12,69	6 : 7
jinak se píše	5	8%	12,75	1 : 1
není hlavní postava	4	6%	12,50	4 : 0

Nečastějším důvodem bylo, že „není pohádkový“, popř. „není pohádková postava.“ Je otázkou, jak tuto dětskou odpověď interpretovat. Můžeme předpokládat, že k této argumentaci vedla např. neznalost (Pučmeloucha) kombinovaná se znalostí postav ostatních („vylučovací pravidlo“). Jiným vysvětlením může být opisné vyjádření „nepatří do pohádky“ ve smyslu „ten zlý, který ji kazí“ (taková formulace se neobjevila, jsme na rovině spekulace). Tato možnost by pak splývala s námi předpokládanou „je záporná postava.“ Pro tuto emotivní klasifikaci by vypovídal i nízký věkový průměr respondentů, kteří zvolili tuto argumentaci.

Nápadným způsobem pak z tabulky vystupují dvě kategorie, v nichž jasně dominují chlapci: jde o argumenty „není animovaný“ a „není hlavní postava“. Obě jsou primárně spojeny s vizuální představou popisované postavy.

Uveďme ještě přehled nejčastějších důvodů, pro něž byl vyřazen Jelen Větrník.

	abs. četnost	rel. četnost	prům. věk	poměr m : f
není pohádkový	10	30%	12,3	7 : 10
neznám ho	5	15%	12,4	2 : 3
neexistuje	4	12%	11,5	0 : 4
je největší	2	6%	12,5	0 : 2
není animovaný	2	6%	13,5	2 : 0

Nejčetnější je zde opět argument „není pohádkový.“ S úvahou, kterou jsme prezentovali výše („nepatří do pohádky“), zde však narazíme, protože Jelen Větrník je kladná postava. Nabízí se tedy spíše první z navrhovaných alternativ, tady nepřiznaná neznalost ve formě vylučovacího kritéria.

Argument „není animovaný,“ který je v tomto případě chybný, opět zaznívá pouze od chlapců z vyšších ročníků. Na druhou stranu, další vizuální argument „je největší“ vychází z dívčí části souboru respondentů.

Zajímavý je argument „protože neexistuje.“ Tuto volbu učinily výhradně dívky. Její ambivalenci jistě cítíme; na jednu stranu tento argument platí o všech nabízených postavách, na druhou stranu neplatí o žádné z nich. Tak proč „neexistuje“ právě Jelen Větrník?[34] Důvodem pro neexistenci by mohla být určitá nejasnost, neuchopitelnost,

[34] V jednom případě „neexistuje“ také Pučmelouch (dívka, 10 let, 5. ročník).

neurčitost této postavy. Nasnadě je však i jednoduché vysvětlení, totiž že „neexistence“ je opět pouze opisný tvar či nepřiznaný případ neznalosti.

5.3 Shrnutí

Ačkoli jsme samozřejmě nečekali, že křivky správných odpovědí budou vždy zcela jednoznačně rostoucí, poměrně častá absence trendu nás poněkud překvapila. Nabízí se v zásadě dva závěry.

Buď přijmeme fakt, že v období mezi 10. a 15. rokem věku dítěte se jeho logická abilita (v některých oblastech) příliš nerozvíjí; můžeme mluvit o jakési *logické latenci* či *stagnaci*. Ačkoliv je v mnoha oblastech desetileté dítě s patnáctiletým zcela neporovnatelné (emoční inteligence, sociální dovednosti, faktické vědomosti atd.), zdá se, že v některých oblastech, které mapoval náš dotazník, jsou si takřka rovny.

Druhou alternativou je hledání pramene této nesrovnalosti v našem dotazníku. Znamenalo by to, že některé úlohy nejsou kontextově či strukturálně nastaveny tak, aby stejně stimulovaly myšlení žáků různého věku. Rovněž je možné, že jednotlivé trendy se ztrácí díky množství fenoménů, které se podílí na myšlenkovém procesu žáků a které se snažíme sledovat.

Na všechny tyto námitky a eventuality by pravděpodobně nejlépe odpověděl výzkum s vyšším počtem respondentů a větším věkovým rozpětím.

Závěr

Pomocí studia rešeršního materiálu i díky konkrétní analýze žákovských řešení jsme získali nemálo poznatků o logickém myšlení dětí. Nejnápadnějším a v jistém smyslu nejvýznamnějším výsledkem našeho výzkumu je poměrně častá absence vzrůstajícího trendu. Ten jsme – na základě studia výzkumů předchozích – částečně očekávali. Avšak jeho nepřítomnost je přinejmenším stejně zajímavá a z hlediska interpretace ještě podnětnější.

Prvním jevem, který jsme podrobili analýze, byly klasifikační principy a jejich střetnutí v jedné situaci. Objevili jsme nápadné principiální podobnosti mezi výsledky našeho výzkumného vzorku a Lurijovým výzkumem alternativní fylogeneze.

Logickou zákonitostí, kterou námi citovaní odborníci podrobovali analýze nejčastěji, byl kondicionál, implikace. Tato volba je nasnadě, paradoxy materiální implikace jsou obecně známé a „přehlédne“ je často i zkušený matematik. Analýzou historických variant této logické spojky jsme doufali objevit nějakou její alternativu, kterou by bylo možné vztáhnout k dětskému myšlení. Ovšem všechny takové alternativy se již nacházejí na poli logiky intenzionální, modální. Uvažovali jsme i o tom, zda dětské používání modálních sloves, které se místy objevilo, může být vyjádřením logiky intenzí, avšak vzápětí jsme usoudili (a z kontextu často vyplývalo), že se typicky jedná o nespecifický projev nejistoty.

V oblasti sylogistiky se jako největší problém jevila silná náchylnost rozhodovat na základě obsahu, nikoli struktury – stejně jako v Lurijově výzkumu.

Obecně působí v úlohách, které jsme použili, vždy několik fenoménů, jejichž zcela konkrétní kombinace vede k dané odpovědi. Do budoucna by jistě bylo přínosné a pro celou problematiku osvětlující připravit úlohy tak, aby byl vždy mapován výskyt konkrétního fenoménu dětského myšlení.

Jeden příklad za všechny: Velice silně působí např. fenomén *nejistoty* v úlohách č. 2 a 6, kde je zapříčiněn obrazem nepopsaných dveří a ještě umocněn přítomností volby *Nemůžeme rozhodnout*. Tento fenomén ukazuje na velmi nutkavou potřebu žáků dostávat zcela přesně dourčené zadání, pochopitelně nejen v oblasti úloh z logiky. Je už čistě didaktickou otázkou, nakolik je vhodné této dětské potřebě přitakat a nakolik je naopak přínosné ji průběžně nabourávat. V každém případě je třeba si ji uvědomit.

I když se může zdát, že naše výsledky, zejména častá absence trendu, existenci genetické paralely v logice nijak zásadně nepotvrzují, dovolujeme si přijít s poměrně revolučním návrhem, a to s *paralelou stagnace*. S trochou nadsázky a zjednodušení je možno říci, že logika zaznamenala nejprve poměrně velký rozvoj v krátkém časovém období několika málo století před naším letopočtem. Avšak další, kvalitativně zásadní změny nastávají až bezmála o dvě tisíciletí později přínosem Boolea, Frega, Peana či Russella. Podobně se zdá, že některé z námi testovaných logických zákonitostí nevykazují v pojímaném období dětského vývoje žádný znatelný rozvoj.

Samozřejmě si uvědomujeme, nakolik je tato teorie velmi snadno napadnutelná a my ji předkládáme důrazně jako hypotézu, kterou jsme naším výzkumem pouze vytvořili, nikoli potvrdili. Bylo by cílem dalších výzkumů v tom případě – mj. – ukázat, kdy (pokud vůbec) nastává onen logický progres paralelní k historickému zrodu matematické logiky na konci 19. století.

Zásadní je rovněž kritický přístup k samotné *absenci trendu*, jak ve fylogenezi, tak v ontogenezi. Skutečně zde trend není, nebo ho jen nejsme schopni postřehnout? Ve fylogenezi např. obecně považujeme za kvalitativně marginální rozvoj aplikací zkoumaných zákonitostí (implikace v důkazových metodách apod.), podobnou úlohu v ontogenezi hraje vliv kontextu, ve kterém je daný problém zasazen. V obou případech však může změna zapříčinit zásadní progres.

Co se týká samotného vyučování logiky, je nutno konstatovat, že dnes převládající způsob fylogenezi této vědy příliš nereflektuje. Klasické gymnaziální vyučování logiky v podstatě začíná i končí výrokovým počtem v podobě Booleových pravdivostních tabulek a Fregových kvantifikátorů. Nakolik jsou pak obtíže žáků a studentů v této oblasti zapříčiněny právě porušením genetické paralely, by mělo být předmětem dalšího výzkumu, resp. srovnávací studie. Určité indicie k této oblasti nabízí články zabývající se experimentálním vyučováním logických témat. Podle jejich výsledků se zdá, že právě použití historických motivů, sofismat či paradoxů je jednou z cest, která směřuje ke kýženému cíli.

Literatura a zdroje

BÁLINTOVÁ, Mária. (2001) *Logika vo vyučovaní matematiky (Písomná časť dizertačnej skúšky)*. Bratislava : Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave.

BEDNÁŘOVÁ, Svetlana; KUPKOVÁ, Erika; ČERNEK, Pavol. (1999) Tramtárijské zákony. *Obzory matematiky, fyziky a informatiky*. 58, s. 10–16

BERKA, Karel. (1980a) K dějinám logiky. *Matematika a fyzika ve škole*. 11, s. 95–101

BERKA, Karel. (1980b) Počátky logiky v předaristotelském období. *Matematika a fyzika ve škole*. 11, s. 438–441

BERKA, Karel. (1981) Výroková logika v antice. *Matematika a fyzika ve škole*. 12, s. 157–161

BIZÁM, Gyorgy, HERCZEG, János (1975) *Zaujímavá logika.* Bratislava : Alfa, 421 s.

BIZÁM, Gyorgy, HERCZEG, János (1979) *Hra a logika v 85 príkladoch.* Bratislava : Alfa, 421 s.

BOCHEŃSKI, Józef, M. (1961) *A History of Formal Logic*.
Notre Dame : University of Notre Dame Press (Indiana, USA). 567 p.

BUŠEK, Ivan; BOČEK, Leo; CALDA, Emil. (1995) *Matematika pro gymnázia: Základní poznatky z matematiky*. Praha : Prometheus. 165 s.

CIHLÁŘ, Jiří; EISENMANN, Petr; KRÁTKÁ, Magdalena (2010) Epistemologické překážky v porozumění nekonečnu. In Škoda, J., Doulík, P. (Eds.) *Prekoncepce a miskoncepce v oborových didaktikách*, Ústí nad Labem : Univerzita Jana Evangelisty Purkyně, s. 99–142.

COLE, Michael. (1998) Alexandr Romanovič Lurija. Kulturní psychologie a překonání krize v psychologii. *Československá psychologie*. 42(3), s. 260–269.

EISENMANN, Petr; CIHLÁŘ, Jiří; KRÁTKÁ, Magdalena. (2011) Overcoming obstacles in understanding infinity, In: *Presentation of Mathematics 11, Sborník příspěvků z mezinárodní konference*, Technická univerzita Liberec, s. 179–200.

GABBAY, Dov M.; WOODS, John (eds.) (2004) *Handbook of the History of Logic. Volume 1: Greek, Indian and Arabic logic*. Nord Holland, 628 p.

HEJNÝ, Vít; HEJNÝ, Milan. (1980a) Moderná logika versus Aristoteles. *Matematika a fyzika ve škole*. 11(2), s. 101–104

HEJNÝ, Vít; HEJNÝ, Milan. (1980b) Šarlach pomáha logike. *Matematika a fyzika ve škole*. 11(3), s. 168–172

HEJNÝ, Vít; HEJNÝ, Milan. (1980c) Motivácia logickými paradoxami. *Matematika a fyzika ve škole*. 11(4), s. 235–239

HEJNÝ, Milan. (1984) História učí učiť. *Matematické obzory*. 23, s. 3–11

HEJNÝ, Milan a kol. (1990) *Teória vyučovania matematiky*. Bratislava : SPN. 554 s.

HEJNÝ Milan; KUŘINA, František. (2001) *Dítě, škola a matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha : Portál. 232 s.

HOYLES, Celia; KÜCHEMANN, Dietmar. (2002) Student's understandings of logical implication. *Educational Studies in Mathematics*. 51, pp 193–223

INGLIS, Matthew; SIMPSON, Adrian (2006). Characterising mathematical reasoning: Studies with the Wason Selection Task. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Sant Feliu de Guixols, Spain, pp 1768–1777

INHELDER, Bärbel; PIAGET, Jean. (1958) *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. USA : Basic Books. 356 p.

INHELDER, Bärbel; PIAGET, Jean. (1964) *The early growth of logic in the child: Clasification and seriation*. London : Rouletge & Kegan Paul. 302 p.

INHELDER, Bärbel; PIAGET, Jean. (1970) *Psychologie dítěte*. Praha : SPN. 120 s.

KIRK, Geoffrey S.; RAVEN, John, E.; SCHOFIELD, M. (2004) *Předsókratovští filosofov*é. Praha : OIKOYMENH. 607 s.

KNEALE, Wiliam; KNEALE, Martha. (1962) *The Development of Logic*. Oxford University Press. 787 p.

LAWSON, Anton E. (2002) The Origin of Conditional Logic: Does a Cheater Detection Modele Exist? *The Journal of Genetic Psychology*. 163(4), pp 425–444

LEWIS, Clarence I.; LANGFORD, Cooper H. (1932) *Symbolic Logic*. New York—London 1932.

LURIJA, Alexander R. (1976) *O historickém vývoji poznávacích procesů*. Praha : Academia. 186 s.

MASON, Emanuel J. (1980) The *Development of Logical Thinking in Children. Report to the Netherlands Ministry of Pure Science Research.* University of Kentucky. 93 p.

MICKLO, Stephen J. (1995) Developing yound children's clasification and logical thinking skills. *Childhood Education*. 72(1), 24.

MLEZIVA, Miroslav. (1970) *Neklasické logiky*. Praha : Svoboda. 226 s.

O'BRIAN, Thomas C.; SHAPIRO, Bernard J.; REALI, Norma C. (1971) Logical thinking – Language and context. *Educational Studies in Mathematics*. 4, pp 201–219

PIAGET, Jean. (1971) *Psychologie inteligence*. Praha : SPN.

RYBÁR, Ján. (1997) *Úvod do epistemológie Jeana Piageta*. Iris. 124 s.

SELUCKÝ, Oldřich. (1995) *Logika pro střední školy*. Praha : Fortuna. 240 s.

SHAPIRO, Bernard J.; O'BRIAN, Thomas C. (1970) Logical thinking in children ages six through thirteen. *Child Development*, 41, pp 823–829

SMULLYAN, Raymond. (1986) *Jak se jmenuje tahle knížka?* Praha : Mladá fronta, 212 s.

STAVY, Ruth; TIROSH, Dina. (2000) *How students (mis)understand science and mathematics: Intuitive rules*. New York: Teacher College Press

STEPHANOU, Lambros; PITTA-PANTAZI, Demetra. (2006) The Impact of the intuitive rule „If A then B, if not A then not B“, in perimeter and area tasks. In Novotná, J.; Moraová, H.; Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 5, Prague : PME. pp 177–184

TVERSKY, Amos; KAHNEMAN, Daniel (1983) Extensional vs. intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgement. *Psychological Review* 90, pp 293–315.

VOPĚNKA, Petr. (2010) *Calculus infinitesimalis – pars prima*. Kanina : OPS. 152 s.

VYGOTSKIJ, Lev S. (2004) *Psychologie myšlení a řeči*. Výbor z díla uspořádal, úvodním slovem a komentáři opatřil J. Průcha. Praha : Portál, 2004. 135 s.

ZÁVADOVÁ, Ivana. (2000) Aristotelova logika a žiaci dnes. In Rosa, V., Trenčanský, I. (eds.). *Zborník 3 príspevkov na seminári z teórie vyučovania matematiky*. Bratislava : Univerzita Komenského. s. 65–69

ZAVŘEL, Karel. (2010) *Historie logiky jako inspirace pro vyučování matematiky*. Bakalářská práce. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta. 52 s.

Internetové zdroje

BOBZIEN, Susanne. (2008) Ancient Logic. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2008 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), dostupné na WWW: <http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/logic-ancient/>.

BOBZIEN, Susanne. (2011) Dialectical School. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2011 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), dostupné na WWW: <http://plato.stanford.edu/archives/fall2011/entries/dialectical-school/>.

KRYNICKÝ, Martin. *Matematika » Základní poznatky » Formální logika (výroky)*. [online], [cit. 19. 12. 2011]. Dostupné na WWW: <http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=32>.

PALMER, John. (2012) Parmenides. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2012 Edition), Edward N. Zalta (ed.), dostupné na WWW: <http://plato.stanford.edu/archives/spr2012/entries/parmenides/>.

VÚP PRAHA. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* [online], [cit. 19. 12. 2011]. Dostupné na WWW: <http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV-pomucka-ucitelum.pdf>.

VÚP PRAHA. *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia.* [online], [cit. 19. 12. 2011]. Dostupné na WWW: < http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPG-2007-07_final.pdf>.

Přílohy

Seznam příloh:

1. Ukázka výzkumného nástroje O'Brian & Shapiro & Reali (1971)
2. Ukázky vyplněných dotazníků
3. Ukázka ze statistického zpracování dotazníků

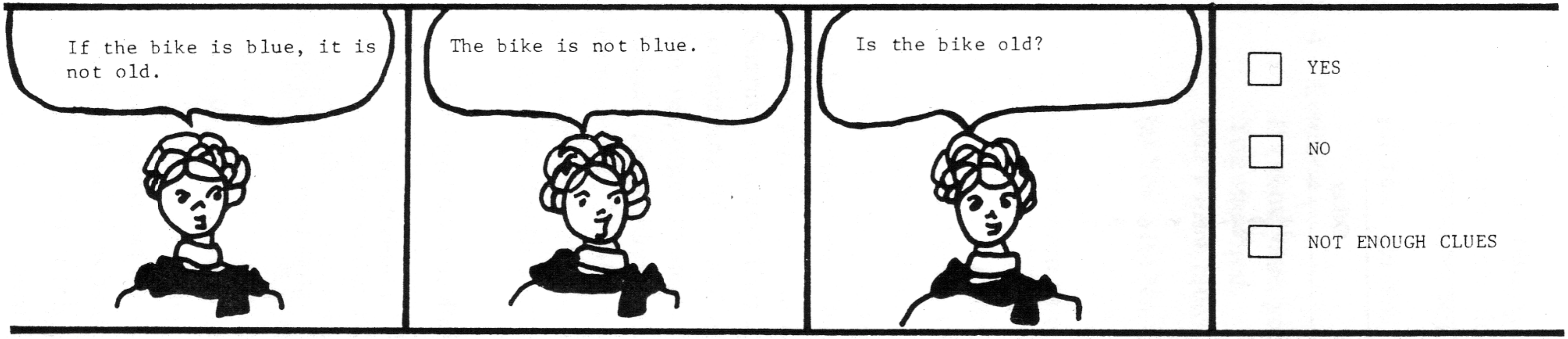


Fig. 2. Item 13, Test II.

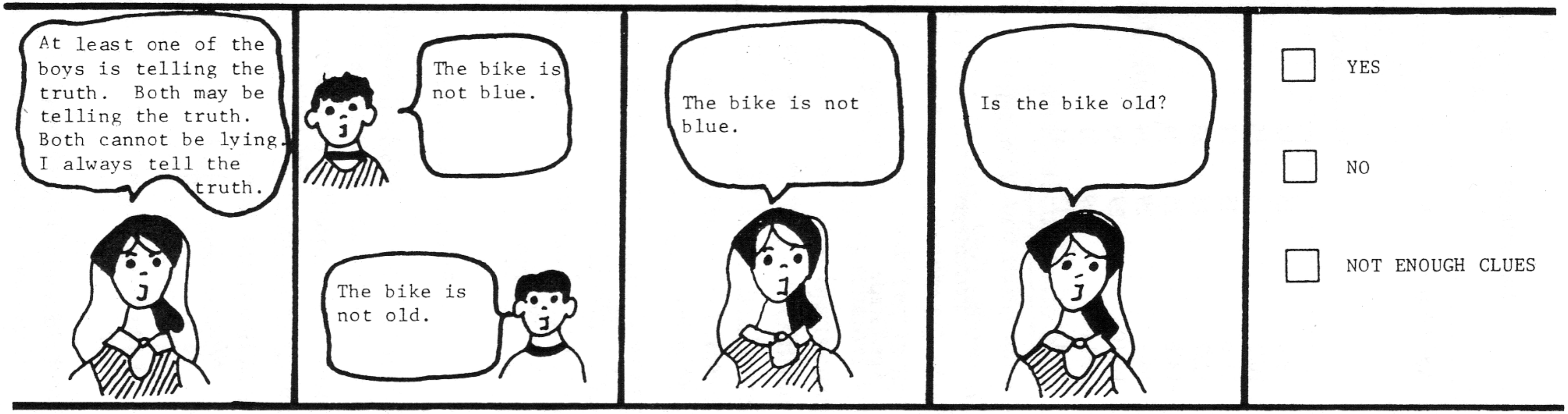


Fig. 5. Item 13, Test IIA.

Jsem a je mi 11 let.
Mé oblíbené předměty jsou matika, tělocvik, hudebka, výtvarka
Moje známka z matematiky na posledním vysvědčení byla 2

1) Z následující řady slov vyberte jedno, které mezi ostatní nepatří. Napište proč.

sklenice, hrnec, brýle, láhev

Do řady nepatří brýle, protože se z ~~mi~~ nich nadá pít a nebo vařit.

2) Chrabrý princ procházel tajemným hradem a po chvíli se ocitl ve zvláštní místnosti. Neměla žádná okna a světlo několika loučí dopadalo na velkou knihu, která ležela na podstavci uprostřed místnosti. Kniha byla otevřena na první stránce a princ četl:

Odvážný návštěvníku, za dveřmi může číhat velké nebezpečí!
Vybírej dobře: Je-li za dveřmi tygr, je na nich určitě písmeno T.

Kromě vchodu, kterým princ do místnosti vstoupil, odtud vedly pouze tyto troje dveře:

D	T	N
Dveře 1	Dveře 2	Dveře 3

Může některými z nich princ bezpečně opustit místnost? Je za některými z nich určitě tygr? Vyberte správnou možnost pro každé dveře:

Dveře 1	**Dveře 2**	**Dveře 3**
Je tam tygr.	Je tam tygr.	Je tam tygr.
Není tam tygr.	Není tam tygr.	Není tam tygr.
Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.

3) Petr chodí do 7.B. Má ještě mladší sestru, jmenuje se Magda a ta chodí do 5.A. Když se přiblížil konec ledna, povídali si o známkách, které dostanou na pololetní vysvědčení, a jaké známky asi dostanou jejich spolužáci. Magda řekla: „V naší třídě někdo bude mít dokonce samé jedničky!" Na to Petr řekl: „Tak to se o naší třídě říci nedá. V naší třídě…"

Co je třeba doplnit do Petrovy věty, aby byla opakem toho, co o své třídě prohlásila Magda? Vyberte správnou odpověď. Pokud vám nevyhovuje žádná z možností a)–d), dopište svoje řešení na řádek e).

a) dostanou samé jedničky všichni.
b) někdo samé jedničky nedostane.
c) nikdo samé jedničky nedostane.
d) dostane někdo dokonce samé pětky.
e) dostane někdo dokonce samé pětky

4) Ještě ten den odpoledne viděla Magda v televizi kousek dokumentárního filmu o brazilské džungli. Mrzelo ji, že stihla už jen konec filmu a neviděla žádné opice.
Magda tušila, že tam nějaké žijí, ale nebyla si jistá. Šla se tedy zeptat bratra. Petr si vzpomněl, že se ve škole nedávno učili o orangutanech. Paní učitelka jim říkala, že orangutani jsou jedny z největších opic, a proto potřebují k lezení silné a vysoké stromy, aby se pod nimi nezlomily. „V Brazílii jsou hodně vysoké stromy," zaradovala se Magda. „No tak to tam musí žít i ti orangutani!"

Má Magda pravdu? Svou odpověď vysvětlete.

Ano má pravdu. Protože orangutani jsou docela velké opice a proto potřebují silné větve, aby to pod nimi nepraskalo.

5) Do třetice o Magdě a Petrovi.
Na pololetní prázdniny dostal Petr ve škole tento domácí úkol:

> V jedné třídě prý pro všechny chlapce platí tato dvě pravidla:
> 1. Každý, kdo hraje fotbal, umí dobře běhat.
> 2. Někdo z těch, kdo hrají hokej, hraje také fotbal.
>
> Můžeme s jistotou říci, jestli je v této třídě nějaký hokejista, který umí také dobře běhat?

Málokdy se stává, aby si Petr šel pro radu ke své mladší sestře, ale tentokrát se do toho už tak zamotal, že byl rád, když mu sestra pomohla. A vy znáte správnou odpověď? Napište ji a zdůvodněte.

Ano umí hokejista dobře běhat protože ~~[illegible]~~ kdyby neuměl tak nemůže rychle bruslit.

6) Když se princi podařilo dostat z jedné pasti, ocitl se rázem v další. Když přišel do další místnosti, uviděl, že je velmi podobná té, ze které sem vstoupil. Ani kniha uprostřed místnosti nechyběla, až na to, že tentokrát v ní byl tento nápis:

Je-li na dveřích písmeno T, pak je za nimi určitě tygr.

Dveře vedoucí z místnosti byly opět troje:

Dveře 1	Dveře 2	Dveře 3
D	T	N

„To je teď už jasné," zaradoval se princ. „Vždyť je to stejné jako v tom předchozím pokoji!" A už se hnal ke dveřím, za kterými doufal najít cíl své cesty…

V tabulce opět vyznačte správné možnosti.

Dveře 1	Dveře 2	Dveře 3
Je tam tygr.	Je tam tygr.	Je tam tygr.
Není tam tygr.	Není tam tygr.	Není tam tygr.
Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.

7) Z následující řady slov či slovních spojení vyberte jedno, které mezi ostatní nepatří. Napište proč.

Ferda mravenec, Krteček, Rumcajs, Pučmelouch, Jelen Větrník

Do řady nepatří Pučmelouch, protože nepatří do žádné ~~pohá~~ pohádky.

+22

Jsem 🚹 🚺 a je mi 13 let.
Mé oblíbené předměty jsou přírodopis, tělocvik
Moje známka z matematiky na posledním vysvědčení byla 4

1) Z následující řady slov vyberte jedno, které mezi ostatní nepatří. Napište proč.

brýle **sklenice, hrnec, brýle, láhev**

Do řady nepatří ~~hrnec~~, protože ~~sklenice je ze skla, brýle jsou ze skla, láhev je ze~~ protože to není nádoba.

2) Chrabrý princ procházel tajemným hradem a po chvíli se ocitl ve zvláštní místnosti. Neměla žádná okna a světlo několika loučí dopadalo na velkou knihu, která ležela na podstavci uprostřed místnosti. Kniha byla otevřena na první stránce a princ četl:

Odvážný návštěvníku, za dveřmi může číhat velké nebezpečí!
Vybírej dobře: Je-li za dveřmi tygr, je na nich určitě písmeno T.

Kromě vchodu, kterým princ do místnosti vstoupil, odtud vedly pouze tyto troje dveře:

D	T	
Dveře 1	Dveře 2	Dveře 3

Může některými z nich princ bezpečně opustit místnost? Je za některými z nich určitě tygr? Vyberte správnou možnost pro každé dveře:

Dveře 1	**Dveře 2**	**Dveře 3**
Je tam tygr.	Je tam tygr.	Je tam tygr.
Není tam tygr.	Není tam tygr.	Není tam tygr.
Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.

3) Petr chodí do 7.B. Má ještě mladší sestru, jmenuje se Magda a ta chodí do 5.A. Když se přiblížil konec ledna, povídali si o známkách, které dostanou na pololetní vysvědčení, a jaké známky asi dostanou jejich spolužáci. Magda řekla: „V naší třídě někdo bude mít dokonce samé jedničky!" Na to Petr řekl: „Tak to se o naší třídě říci nedá. V naší třídě…"

Co je třeba doplnit do Petrovy věty, aby byla opakem toho, co o své třídě prohlásila Magda? Vyberte správnou odpověď. Pokud vám nevyhovuje žádná z možností a)–d), dopište svoje řešení na řádek e).

a) dostanou samé jedničky všichni.
b) někdo samé jedničky nedostane.
c) nikdo samé jedničky nedostane.
d) dostane někdo dokonce samé pětky.
e)

4) Ještě ten den odpoledne viděla Magda v televizi kousek dokumentárního filmu o brazilské džungli. Mrzelo ji, že stihla už jen konec filmu a neviděla žádné opice.
Magda tušila, že tam nějaké žijí, ale nebyla si jistá. Šla se tedy zeptat bratra. Petr si vzpomněl, že se ve škole nedávno učili o orangutanech. Paní učitelka jim říkala, že orangutani jsou jedny z největších opic, a proto potřebují k lezení silné a vysoké stromy, aby se pod nimi nezlomily. „V Brazílii jsou hodně vysoké stromy," zaradovala se Magda. „No tak to tam musí žít i ti orangutani!"

Má Magda pravdu? Svou odpověď vysvětlete.

Nemá, vysoké stromy jsou všude, Orangutan žije ale pouze na jednom místě na světě, a to Brazílie není. Žije v JV Asii, v Brazílii moho žít jiné opičky, ale Orangutan a jiné velké opice ne.

5) Do třetice o Magdě a Petrovi.
Na pololetní prázdniny dostal Petr ve škole tento domácí úkol:

> V jedné třídě prý pro všechny chlapce platí tato dvě pravidla:
> 1. Každý, kdo hraje fotbal, umí dobře běhat.
> 2. Někdo z těch, kdo hrají hokej, hraje také fotbal.
>
> Můžeme s jistotou říci, jestli je v této třídě nějaký hokejista, který umí také dobře běhat?

Málokdy se stává, aby si Petr šel pro radu ke své mladší sestře, ale tentokrát se do toho už tak zamotal, že byl rád, když mu sestra pomohla. A vy znáte správnou odpověď? Napište ji a zdůvodněte.

Ano, někdo takový je.

Je tam napsáno že někdoz těch kteří hrajou hokej, hraje i fotbal, tudíž by měl i dobře běhat.

6) Když se princi podařilo dostat z jedné pasti, ocitl se rázem v další. Když přišel do další místnosti, uviděl, že je velmi podobná té, ze které sem vstoupil. Ani kniha uprostřed místnosti nechyběla, až na to, že tentokrát v ní byl tento nápis:

Je-li na dveřích písmeno T, pak je za nimi určitě tygr.

Dveře vedoucí z místnosti byly opět troje:

D	T	
Dveře 1	Dveře 2	Dveře 3

„To je teď už jasné," zaradoval se princ. „Vždyť je to stejné jako v tom předchozím pokoji!" A už se hnal ke dveřím, za kterými doufal najít cíl své cesty…

V tabulce opět vyznačte správné možnosti.

Dveře 1	Dveře 2	Dveře 3
Je tam tygr.	Je tam tygr.	Je tam tygr.
Není tam tygr.	Není tam tygr.	Není tam tygr.
Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.	Nemůžeme rozhodnout.

7) Z následující řady slov či slovních spojení vyberte jedno, které mezi ostatní nepatří. Napište proč.

Ferda mravenec, Krteček, Rumcajs, Pučmelouch, Jelen Větrník

Do řady nepatří........Rumcajs........, protože ....je to člověk, ne........
........zvíře...

						OTÁZKA 1		OTÁZKA 2		OTÁZKA 3		OTÁZKA 4			OTÁZKA 5			OTÁZKA 6		OTÁZKA 7	
id	tří	věk	poh	zna	oblíbené předi	odpověď	zdůvodněn	odpov	ohod	odpo	e)	odpov	zdůvodn	ohod	odpo	zdůvodn	oho	odpov	ohodi	odpověď	zdůvodnění
1	5	10	f	3	přírodovědné	láhev	jiné	acb	24	c		ne	chyba	5	ne	empirie	2	cba	3	Jelen Větrník	neexistence
2	5	11	f	2	matematika	brýle	proces	bac	5	d		ano	citace	2	ano	empirie	2	cac	7	Pučmelouch	neznalost
3	5	10	m	3	přírodovědné	brýle	kategorie	bac	5	e	každ	ano	citace	2	ano	empirie	2	bac	5	Jelen Větrník	není pohádkov
4	5	10	m	1	matematika	brýle	proces	cab	6	c		ne	znalost	6	ano	úsudek	4	bac	5	Pučmelouch	jiné
5	5	10	f	1	matematika	brýle	lokace	bac	5	c		ne	chyba	5	ne	empirie	2	bac	5	Rumcajs	není zvíře
6	5	10	m	2	informatika	hrnec	materiál	b--	3	d				0	ne		1	bac	5	Pučmelouch	není pohádkov
7	5	11	f	2	matematika	brýle	proces	cab	6	b		ne	chyba	5	ne	empirie	2	cab	6	Pučmelouch	neznalost
8	5	11	f	1	matematika	brýle	proces	bac	5	d		ne	chyba	5	ne	vystoupe	3	bac	5	Pučmelouch	jiné
9	5	11	m	2	M, Aj	brýle		acb	24	d		ano	citace	2	ano		1	cab	6	Pučmelouch	jiné
10	5	11	m	3	matematika	brýle	proces	bac	5	d		ne	chyba	5			0	aab	3	Jelen Větrník	
11	5	11	m	1	informatika	brýle	kategorie	bac	5	c		ano	citace	2	ano	úsudek	4	cab	6	Jelen Větrník	není pohádkov
12	5	11	f	1	přírodovědné	brýle	kategorie	bac	5	c		ano	chyba	3	ano	empirie	2	bac	5	Rumcajs	není zvíře
13	5	10	m	1	přírodovědné	hrnec	materiál	bac	5	c		ne	znalost	6	ano	úsudek	4	bac	5	Pučmelouch	není animovan
14	5	11	f	1	matematika	hrnec	materiál	bab	8	d		ne	chyba	5	ano	úsudek	4	bab	4	Pučmelouch	neznalost
15	5	11	f	3	matematika	brýle	proces	--c	1	a		ano		1			0	baa	3	Ferda mraven	je mravenec
16	5	10	f	2	matematika	brýle	proces	bbb	9	d		ne	znalost	6	ano	empirie	2	bab	4	Pučmelouch	neexistence
17	5	11	f	2	přírodovědné	brýle	lokace	cab	6	d		ano	citace	2	ano	empirie	2	cab	6	Pučmelouch	není pohádkov
18	5	10	f	2	přírodovědné	lahev	materiál	cac	3	e	někd	ne	chyba	5	ne	empirie	2	cac	7	Jelen Větrník	neexistence
19	6	12	f	2	přírodovědné	brýle	lokace	cab	6	c		nemůž	nemám	0	ne	empirie	2	cab	6	Rumcajs	není zvíře
20	6	12	m	4	D, F, Inf	brýle	kategorie	bab	8	b		ano	citace	2	ano	empirie	2	bab	4	Rumcajs	není zvíře
21	6	11	f	2	D, Př	brýle	lokace	bac	5	b		ne	chyba	5	ano	empirie	2	bac	5	Pučmelouch	není animovan
22	6	12	m	2	informatika	brýle	proces	bba	5	c				0			0	acb	1	Pučmelouch	není pohádkov
23	6	11	f	1	informatika	brýle	proces	bba	5	c		ne	chyba	5			0	bba	1	nevím	neznalost
24	6	12	m	2	přírodovědné	brýle	kategorie	bac	5	c		ano	citace	2			0	bac	5	Pučmelouch	není pohádkov
25	6	11	m	1	Př	brýle	lokace	bac	5	e	u ná	ne	chyba	5	ano	úsudek	4	bac	5	Ferda mraven	není večerníče
26	6	12	m	2	M, D, Inf	brýle	lokace	aab	5	e		ne	chyba	5			0	aab	3	Pučmelouch	neznalost
27	6	12	f	2	D	brýle	lokace	bac	5	e	to tak nebude			0	ne		1	bac	5	Pučmelouch	není pohádkov
28	6	12	f	3	Aj, D, F, Inf	lahev	materiál	bab	8	c		ne	chyba	5			0	bab	4	Pučmelouch	není pohádkov
29	6	12	f	1	jazyky	brýle	kategorie	bac	5	d				0			0	ccb	4	nevím	neznalost
30	6	12	m	2	humanitní	brýle	proces	aba	2	c		ano	chyba	3	ano	empirie	2	aba	0	Pučmelouch	není pohádkov
31	6	11	f	1	Př	hrnec	materiál	bab	8	c		ano	citace	2	ano	úsudek	4	bab	4	Rumcajs	není zvíře
32	6	11	f	3	výchovy	brýle	proces	bab	8	e				0			0	bab	4	Pučmelouch	
33	6	12	m	2	přírodovědné	brýle	proces	bac	5	b		ne	chyba	5			0	abc	2	Pučmelouch	neznalost
34	6	12	m	1	přírodovědné	brýle	proces	cab	6	c				0	ano	úsudek	4	cab	6	Rumcajs	není zvíře