UNIVERZITA KARLOVA v PRAZE
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Poznávání geometrických tvarů

Learning about geometrical shapes

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Darina Jirotková, Ph.D.
Autor diplomové práce: Zdeňka Sýpalová
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň ZŠ
Forma studia: prezenční
Diplomová práce dokončena: březen, 2012

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Poznávání geometrických tvarů vypracovala samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato diplomová práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne ……………………………

Podpis: ………………………………….

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucí diplomové práce doc. RNDr. Darině Jirotkové, Ph.D. za její cenné rady a připomínky během zpracování této práce, které mě velmi obohatily. Dále bych ráda poděkovala svým rodičům za jejich podporu a trpělivost. Mé poděkování patří též doc. RNDr. Viere Uherčíkové, CSc., za poskytnutí odborné literatury.

Abstrakt

Diplomová práce Poznávání geometrických tvarů se zaměřuje na rozvoj prostorové představivosti žáků za pomoci tangramu. Tuto pomůcku matematicky zkoumá a ukazuje možnosti jejího použití ve výuce matematiky na prvním stupni ZŠ. Cílem práce je popsat proces a strategie řešení tangramových úloh, popsat a vysvětlit odpozorované jevy související s poznáváním geometrických tvarů za použití kvalitativní analýzy. Pro splnění těchto cílů byly realizovány experimenty, jejichž analýza je hlavním pilířem práce. Při přípravě nástrojů experimentů byla stanovena kriteria obtížnosti tangramových obrazců, podle nichž lze obrazce třídit. Výsledek práce ukazuje, že strategie řešení žáků často korespondují se strategiemi řešení dospělého, liší se však zkušenostmi, které u dospělého urychlují proces řešení.

Klíčová slova: tangram, geometrické tvary, mechanismus učebního procesu v geometrii, strategie řešení, proces řešení, manipulační činnosti

Abstract

The diploma thesis Learning about geometrical shapes is focused on the development of the spatial imagination of learners using tangram. This aid is examined by mathematics and the possibilities of the usage of the aid while teaching mathematics at primary school are presented. The aim of this paper is to describe the solving process and strategies of tangram tasks, to descibe and explain phenomena concerning pupil´s learning process about geometrical shapes using qualitative analysis. To reach the goals the experiments were done, their analysis is the maim pillar of this paper. While preparing the tools of the experiments, the difficulty criteria were set so it is possible to sort out the patterns according to that. The results of this paper shows that the solving strategies of learners are often similar to the adults' one, the difference is just in the experiences which make the adults' solving process faster.

Key words: tangram, geometrical shape, mechanism of learning process in geometry,solving strategy, solving process, manipulative activities

OBSAH

1. ÚVOD

Většina dnešních lidí považuje vzdělání za jednu z nejdůležitějších hodnot lidského života. Podle mého názoru právem, protože vzdělání je jeden z faktorů, který silně ovlivňuje náš budoucí život, ať chceme nebo ne. Proto mnoho rodičů pečlivě vybírá školu, kterou bude jejich dítě navštěvovat. Jelikož požadavky a nároky na životní úroveň jsou v této době čím dál tím vyšší, i nároky na výchovně vzdělávací zařízení se stále zvyšují. Kvalitní škola by měla dítěti poskytnout dobré zázemí a podmínky pro jeho všestranný rozvoj a vzdělávání a vštípit mu takové základy, aby obstálo v dnešní uspěchané době. A tak se žáci učí jazyku mateřskému i jazykům cizím, poznávají svou vlast i celý svět, pronikají do tajů přírodních věd, rozvíjejí svou osobnost při výchovách estetických i tělesné, učí se používat moderní techniku a to vše za pomoci těch nejpovolanějších, učitelů. Ti se pak snaží, aby cesta poznávání a vzdělávání byla pro žáky co nejsnazší, aby se do školy těšili, aby se pro ně škola nestala jen povinností. Vždyť mnozí z nás stráví docházkou do vzdělávacích zařízení i pětinu svého života. A ani tím tento proces nekončí, vzdělávat se musíme celý život.

Jako studentka pedagogické fakulty, učitelka a oddílová vedoucí na letním dětském táboře se velmi často pohybuji mezi dětmi. Pokud se chce člověk dozvědět něco o postojích dětí vůči škole, jsem přesvědčena, že právě letní tábor je pro tento účel nejlepším prostředím. Děti v té době do školy nechodí a nahlíží na ni s větším odstupem. Kromě množství informací o rodičích, domácích mazlíčcích, babičkách a sourozencích se většinou dozvím i, pro mě zajímavější informace, co děti ve škole baví, jaký předmět mají nejraději, který rádi nemají a na který by nejraději vůbec nechodily. Bohužel do poslední skupiny často spadá i matematika, hlavně u starších dětí.

Mnoho žáků vnímá matematiku jako nesrozumitelnou a složitou vědu plnou čísel, znaků a vzorečků. Často se hodin matematiky obávají a kromě dovednosti výpočtu ceny nákupu v ní nespatřují žádný další smysl. Stejně tak je tomu v případě geometrie. Někteří žáci z ní mají strach už jenom proto, že si zapomněli ořezat tužku nebo si nepřinesli pravítko. Přestože dovednost rýsování považuji za podstatnou, obávám se, že taková výuka geometrie, kde je rýsování hlavní náplní hodiny, může žáky nejen „strašit“, ale i odrazovat. Navíc nevidí smysl své práce, protože v budoucím životě dovednost precizně narýsovat trojúhelník nejspíš moc často neuplatní.

Předpokládám, že mnohem častěji budou jednou postaveni před úkol zaparkovat auto, vystříhat se svými dětmi vločky z papíru, rozmístit nábytek do místnosti, dojít nakoupit a orientovat se v obchodním domě, najít své auto na parkovišti či najít cestu zpět z lesa. Všechny tyto dovednosti souvisí s prostorovou orientací a představivostí, ale často také s tvořivostí. Našim žákům můžeme pomoci zvládnout tyto úkoly lépe, pokud jim dáme možnost nabýt dostatek zkušeností v oblasti rovinné i prostorové geometrie. Volbou zajímavých úloh a zábavných pomůcek můžeme navíc u žáků vzbudit zájem o tuto problematiku a geometrie tak přestane být v jejich očích pouze nudným rýsováním.

Jednou z takových vhodných a zábavných pomůcek je tangram. Tuto diplomovou práci jsem zaměřila právě na použití tangramu jako vhodné pomůcky pro rozvoj geometrické představivosti u žáků na prvním stupni základní školy.

Cílem této práce je:

- představit tangram a možnosti jeho využití nejen v hodinách matematiky
- zjistit, zda tuto pomůcku zařazují autoři do svých učebnic matematiky
- zjistit, zda a proč s ní pracují učitelé ve školách
- představit některé tangramové úlohy vhodné pro žáky 1. stupně ZŠ
- popsat kriteria obtížnosti tangramových obrazců (předloh ke skládání)
- odpozorovat a popsat proces a strategie řešení tangramových úloh samotnými žáky
- popsat některé jevy, jež se vyskytnou během experimentů
- částečně zjistit, jaká je úroveň geometrické představivosti vybraných žáků

2. TANGRAM

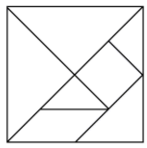
2.1 CO JE TANGRAM

Tangram je tradiční čínský hlavolam, který zaměstnává děti i dospělé po několik století. Číňané ho nazývají *chi chiao tu,* což v překladu znamená „důmyslný sedmidílný hlavolam“. Do Evropy se dostal v 19. století a velmi rychle si získal oblibu místních obyvatel, ať už pod názvem *yum-yum, Archimédes* či *Hlavolam ze sedmi kousků,* jak ho nazývali Poláci až do 30.let 19. století. (Pijanowski, 2006)

I v dnešních dobách se tento hlavolam těší velké oblibě mnoha lidí různých věkových kategorií i rozličných povolání. Je však jasné, že největší nadšení projevují matematici, kteří v něm spatřují hlubokou studnici matematických vztahů a zákonitostí. Ne jinak to vidí učitelé. Každý bystrý učitel matematiky, který vezme do ruky tuto hračku, velmi rychle odhalí její ohromný potenciál, který by bylo škoda ve škole nevyužít. Přesto nemusíte být matematikem či učitelem, abyste si tangram oblíbili. Zamilují si ho všichni, kteří si rádi bystří mysl.

Jedná se o čtverec rozdělený na sedm dílů – pět trojúhelníků třech velikostí, čtverec a kosodélník (Obr.1). Hráč skládá různé obrazce podle vzoru nebo podle své vlastní fantazie. Musí dodržovat tři základní pravidla:

- ke složení obrazce musí být použito všech sedmi dílů
- díly tangramu je možno otáčet a převracet
- jednotlivé díly tangramu se nesmí překrývat



(Obr.1)

2.2 HISTORIE TANGRAMU

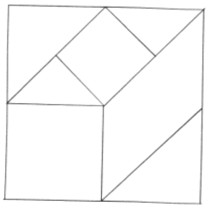
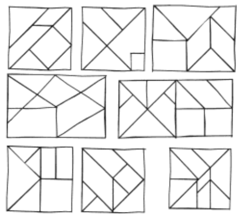
Pátráme-li po historii tangramu, zjistíme, že publikace zabývající se tímto hlavolamem se často liší v názoru, kdy vznikl. Některé prameny uvádějí, že skládanka je stará 4000 let. Velmi často přidávají různé legendy o učenci Tangovi, který tangram údajně používal jako pomůcku pro výuku geometrie, nebo o skleněné tabuli pro čínského císaře, která se při přepravě do paláce rozbila na sedm geometrických tvarů. I takto se císaři zalíbila, protože z tvarů bylo možno skládat různé obrazce. Jiné z pramenů uvádějí stáří 2000 let, Jerry Scolum (2006) dokonce uvádí, že historii v délce 4000 let si vymyslel Sam Lloyds ve své knize „*The 8th book of Tan, Part I“*. Ať už je pravda jakákoliv, jisté je, že tangramem se zabývalo velké množství badatelů, kteří vypátrali mnoho zajímavostí. V císařské Číně prý bylo složení tangramového obrazce jedním z kritérií pro přijetí kandidáta na post úředníka. Sam Lloyds popisuje příběh Američana Challenora, který se kus svého života pokoušel najít sedm knih obrazců sestavených v Číně 2000 let př.n.l. Prý se mu podařilo spatřit pouze kopie prvního, sedmého a části druhého svazku. Dudeney (1995) uvádí, že část jedné z knih (kožené kartičky se zlatými plíšky) prý našel na šanghajské skládce britský voják a prodal ji za 300₤ bohatému Číňanovi.

První písemný doklad o tangramu pochází z Číny z roku 1813, i když hlavolam byl znám už mnohem dříve. V 19. století se skládačka dostala do Evropy a Ameriky. Je doloženo, že tangram byl oblíbeným společníkem významných osobností. Jeho skládáním si krátil dlouhé chvíle Napoleon Bonaparte v době svého pobytu ve vyhnanství na Sv. Heleně. Autor knihy *„Alenka v říši divů“,* Lewis Carroll, vlastnil knihu s názvem „*The Fashionable Chinese Puzzle*“, která obsahovala 323 figur ke složení. Mezi příznivce tangramu patřil i Edgar Allan Poe.

Stejně tak jako stáří tangramu, není ujasněn ani vznik jeho názvu. Dudeney (1995) popisuje úsilí zjistit původ názvu tangram filozofa Jamese Murraye, jehož syn byl profesorem na anglo-čínské škole v Tiencinu. Ten se ptal svých známých, kolegů a studentů na domnělého pana Tan. Pátralo se dokonce i na čínském velvyslanectví v Londýně. Zjistili, že nikdo z Číňanů nezná ani slovo tangram, ani žádného pana Tan. Skládačku jako takovou však znali všichni jako „chytrý hlavolam ze sedmi dílků.“ Slovo tangram patrně vymyslel nějaký Angličan či Američan spojením slova *ťan*, které v katonském nářečí znamená čínský, a evropskou koncovkou -gram. První písemný záznam slova tangram pochází z Websterova slovníku z roku 1864.

2.3 OBMĚNY TANGRAMU

Původní čínský hlavolam se v literatuře vyskytuje prakticky ve dvou variantách. První z nich, ta, která je předmětem celé této práce, je již popsána v kapitole 1. Druhou variantu představuji na Obr.2. Obliba této skládanky však dala vzniknout i dalším variantám rozdělení čtverce či obdélníku, které můžeme vidět na Obr.3. V této kapitole však představíme i další skládanky, které fungují na principu tangramu.

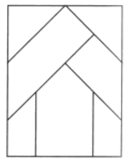
 

(*Obr.2, Zdroj:Pijanowski, 2006)* *(Obr.3, Zdroj:Pijanowski, 2006)*

Všechny následující skládanky s podrobným popisem lze dohledat v publikaci E. Krejčové (2009).

Evereto

Evereto je obdélníková skládanka rozdělená na 7 dílů (2 pravoúhlé rovnoramenné trojúhelníky a 4 pravoúhlé lichoběžníky a 1 pětiúhelník), Obr.4. Tato kombinace dílů umožňuje vznik zajímavých obrazců.



(Obr.4, Zdroj:Krejčová,2009)

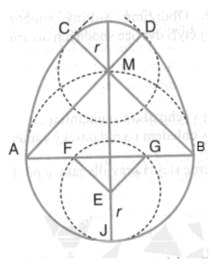
Trojúhelníková skládanka

Tato skládanka vzniká rozstříháním rovnoramenného trojúhelníku na 10 dílů (4 rovnostranné trojúhelníky, 2 pravoúhlé trojúhelníky a 2 rovnoramenné lichoběžníky) podle Obr.5.

(*Obr.5, Zdroj:Krejčová,2009)*

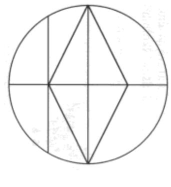
Kolumbovo vejce

Tato skládanka je pozoruhodná svými oblými tvary. Obr.6 ukazuje vznik této skládanky. Použití Kolumbova vejce ve vyšších ročnících považuji za přínosné nejen z hlediska rozvoje geometrické představivosti, ale i v příležitosti pro žáky aplikovat své nabyté dovednosti (rýsování). Sami si tak mohou vyrobit zábavnou pomůcku.



(*Obr.6, Zdroj:Krejčová,2009)*

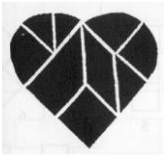
Kouzelný kruh *(Obr.7, Zdroj:Krejčová, 2009)*



Pro vyrobení Kouzelného kruhu není potřeba tolik zdatnosti v rýsování, a tak výrobu a použití této skládanky můžeme zařadit i v nižších ročnících. Jedná se o kružnici rozdělenou na 10 částí podle Obr.7 . Netradičně oblé dílky dávají vzniknout zajímavým obrazcům, především rostliny a zvířata získávají mnohem realističtější vzhled.

Srdce

Tento hlavolam vzniká rozstříháním tvaru srdce na 9 částí podle Obr.8. Můžeme zde najít některé díly shodné s díly klasického tangramu (čtverec, rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník, kosodélník.



(*Obr.8, Zdroj:Krejčová,2009)*

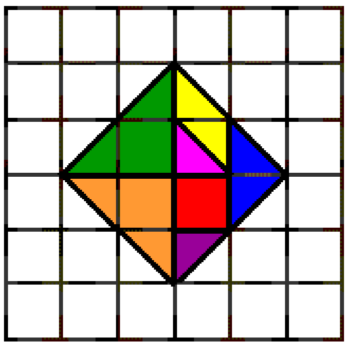
Přínos těchto hlavolamů spatřuji v jejich potenciálu rozvíjet tvořivost a představivost, podporují však i motorický, estetický a emocionální vývoj dětí. Ve školní praxi je můžeme zařazovat nejen v hodinách matematiky, ale i v dalších předmětech, jako je výtvarná výchova, pracovní činnosti (výroba skládanky), český jazyk (z tangramu je možno složit celou abecedu), nauka o světě (výroba hlavolamu Srdce jako dárku ve spojitosti se Dnem matek).

2.4. TANGRAM PODROBENÝ ZÁKLADNÍMU MATEMATICKÉMU ZKOUMÁNÍ

Jelikož zmiňujeme tangram jako pomůcku vhodnou do hodin matematiky, je nutno ho z hlediska této vědy také popsat. Vynecháme-li výpočty délek stran, mohou všechny následující vztahy objevit žáci na prvním stupni sami. Při objevování vztahů mezi stranami se bez výpočtu délek stran hravě obejdou.

2.4.1 Obsahy dílů

Obrázek Tangramu vložený do čtvercové sítě (Obr.9) bude jasnou a názornou pomůckou při porovnávání obsahů jednotlivých dílů. Za jednotku obsahu budeme považovat 1□. Z obrázku je patrné, že se zde vyskytují dvě dvojice pravoúhlých rovnoramenných trojúhelníků, které mají stejný obsah (zelený a oranžový – obsah 2□, růžový a fialový – obsah ½ □). Zbylé 3 díly (čtverec, střední pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník a kosodélník) mají opět stejný obsah 1□.



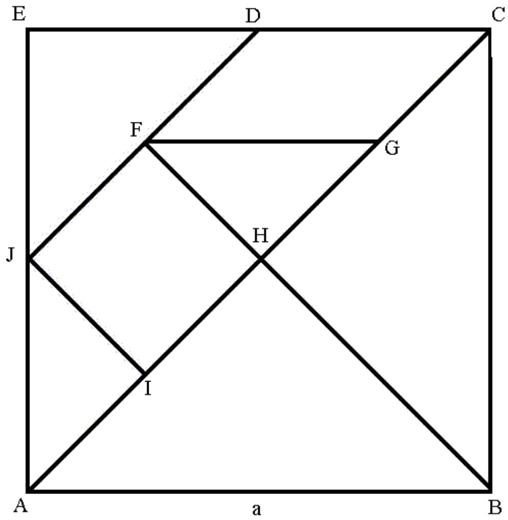
(Obr.9)

Označíme-li jednotlivé díly začátečními písmeny jejich barev, snadno vyjádříme vztahy mezi jednotlivými díly Tangramu.

F = R

O = Z = M + F + R = F + R + Ž = F + R + Č

Č = M = Ž = F + R



2.4.2. Velikosti stran dílů

Zaměříme-li se na porovnání velikostí stran jednotlivých dílů, pomocí následujícího obrázku (Obr.10) zjistíme, že:

|AB| = |BC| = a

|AH| = |BH| = |HC| = |DJ| = √2/2 a

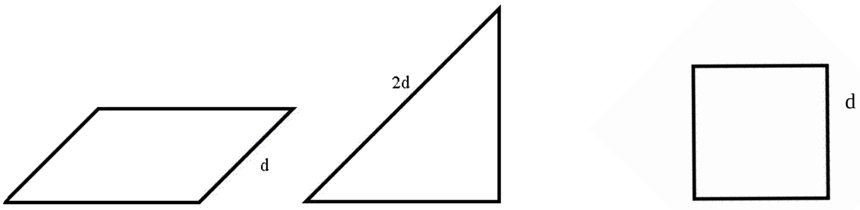
|AJ| = |JE| = |ED| = |DC| = |FG| = a/2

(Obr.10)

|AI| = |IH| = |HG| = |GC| = |FD| = |JF| = |IJ| = |HF| = √2/4 a

2.4.3. Porovnání obvodů obsahově shodných dílů

Jak již bylo řečeno, stejný obsah mají dvojice velkých a malých pravoúhlých rovnoramenných trojúhelníků. Jelikož každou dvojici tvoří dva shodné objekty, mají také stejný obvod. Zajímavější je však trojice dílů, které mají také stejný obsah, ale rozdílný obvod. Jedná se o čtverec, středně velký trojúhelník a kosodélník.



(Obr.11)

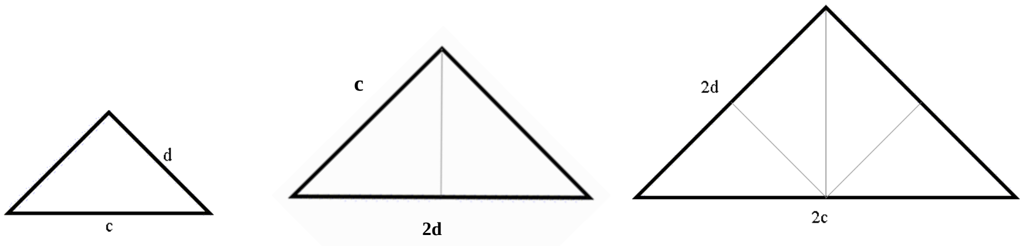
Z obrázku 11 vyplývá, že obvody dílů jsou následující:

$O_1 = 2c + 2d$ $O_2 = 2c + 2d$ $O_3 = 4d$ $c > d$

Výpočet ukázal, že obvody kosodélníka a trojúhelníka se shodují, čtverec má obvod menší.

2.4.4 Porovnání obvodů a obsahů podobných dílů

V Tangramu můžeme nalézt 3 podobné trojúhelníky (Obr.12) Začneme porovnáváním jejich obsahů.



(Obr.12)

Malý trojúhelník naznačený v dalších dvou názorně ukazuje obsahové vztahy:

$S_2 = 2S_1$

$S_3 = 4S_1 = 2S_2$

Velký trojúhelník má tedy čtyřnásobný obsah malého trojúhelníka a zároveň dvojnásobný obsah středně velkého trojúhelníka.

Vztahy mezi obvody trojúhelníků ukazují tyto rovnice:

$O_1 = c + 2d$ $O_2 = 2(c + d)$ $O_3 = 2(c + 2d)$

Z rovnic vidíme, že obvod velkého trojúhelníka je dvojnásobkem obvodu malého.

2.4.5 Velkosti úhlů jednotlivých dílů

Každý z pěti rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků má, jak již napovídá název, jeden úhel o velikosti 90˚ a dva o velikosti 45˚. Čtverec má všechny čtyři úhly po 90˚. Kosodélník má dva úhly o velikosti 45˚ a dva o velikosti 135˚.

3. POZNÁVACÍ PROCES V MATEMATICE A TANGRAM

Tato kapitola se bude zabývat propojením tangramu s matematikou. Nejprve budou představeny některé teorie matematického poznání a provedena jejich aplikace na tangram. V předchozí kapitole byl tento hlavolam zkoumán pomocí matematiky, nyní bude matematika zkoumána pomocí tangramu.

3.1 TEORIE POZNÁVACÍHO PROCESU V MATEMATICE

Poznávací proces je v Pedagogickém slovníku definován jako *„soubor procesů, jimiž člověk poznává sebe sama a okolní svět.*“(Průcha, Walterová, Mareš,1995, s.163) Již ze slova proces můžeme vyčíst, že se nejedná o krátkodobou a jednoduchou záležitost. Kognitivní psychologie, která se poznávacími procesy zabývá, mezi ně řadí především vnímání, zapamatování, vybavování, představivost, myšlení, atd.

Ve školní praxi se ještě dnes setkáváme s tím, že jsou při výuce matematiky i jiných předmětů upřednostňovány první tři jmenované procesy, avšak ty pro matematiku neméně podstatné, představivost a myšlení, stojí v pozadí. Toto můžeme doložit typickou situací stále viditelnou v mnoha současných třetích ročnících. Žákům je představena řada násobků čísla 4, později se je učí odříkávat zpaměti a nakonec se jejich znalost testuje „desetiminutovkou“, kdy žáci zapisují příklady do sešitu a hbitě připisují výsledky. Žák tedy nejprve látku vnímá, potom si ji mechanicky zapamatuje a na daný podnět opět vybavuje. Tento proces osvojení dané látky však vede k poznatkům formálním, kdy dítě nepronіká do podstaty věci.

3.1.1. Teorie generického modelu

To, jak funguje přirozený proces matematického poznávání, popisuje ve svých pracích, které jsou založeny na dlouholetých experimentech, M. Hejný.

Podle M. Hejného (2004a) je možno v procesu budování matematického poznatku rozlišit čtyři hladiny a dva hladinové zdvihy.

3.1.1.1 Hladina motivace

Pedagogický slovník (Průcha, Walterová, Mareš, 1995,s.122) uvádí definici motivace K.B. Madsena (1979): *„Souhrn vnitřních i vnějších faktorů, které: 1. vzbuzují, aktivují, dodávají energii lidskému jednání a prožívání; 2.zaměřují toto jednání a prožívání určitým směrem; 3. řídí jeho průběh, způsob dosahování výsledků; 4. ovlivňují též způsob reagování jedince na své jednání a prožívání, jeho vztahy k ostatním lidem a ke světu.“*

Jak na motivaci nahlíží samotný autor nalezneme v (Hejný, Kuřina, 2001,2009, s.129): *„Motivaci souhlasně s Janem Sokolem (1998, s.326) chápeme jako souhrn* *podnětů, důvodů k určitému jednání. Na rozdíl od člověka, který žádnou vlastní motivaci nemá a jen plní příkazy, bude se motivovaný člověk navíc snažit sám odstraňovat překážky a hledat nové cesty k cíli.“*

Z definic je jasné, že motivace hraje důležitou roli v jakékoli oblasti lidského působení, takže i v učení. Stává se vlastně předpokladem toho, aby se dítě začalo učit. Dítě, které nemá zájem a chuť se učit, nebude v této činnosti úspěšné. Úkolem učitele je pak navozovat takové situace, které budou vnitřní motivaci dětí vyvolávat, a dále ji podněcovat. Podstatným faktorem ovlivňujícím motivaci dítěte je pocit úspěchu. Dítě, které je ve svém počínání úspěšné, je více motivováno k činnosti další. Ve škole bychom měli dbát na to, aby každé dítě mělo možnost úspěch zažít.

3.1.1.2 Hladina izolovaných modelů

Pokud je dítě ke svému poznávání a učení dostatečně motivováno, dostává se k hladině izolovaných modelů. *„Izolované modely jsou reprezentanty obecného pojmu.“* (Hejný, Kuřina 2001, 2009, s.131). Příkladem izolovaných modelů pojmu trojúhelník může být střecha domečku na obrázku, přeložený ubrousek na prostřeném stole, přední část stanu „Áčko“ atd.

Právě dostatek a rozličnost izolovaných modelů je jednou z podmínek pevného utvoření pojmu či poznatku. Proto bychom měli dětem nabízet širokou škálu modelů, mezi nimiž by neměly chybět modely zdánlivé, modely překvapivé a ne-modely. Konkrétním častým případem zdánlivého modelu kosočtverce je čtverec, jehož úhlopříčky jsou ve svislé a vodorovné poloze. Zdánlivým modelem můžeme nazvat cokoliv, co se jeví jako model určitého objektu, ale ve skutečnosti jeho modelem není. Překvapivý model je takový model objektu, který vypadá, že modelem není, nebo takový model, o kterém jsme netušili, že existuje. Typickým příkladem ne-modelu je školní pravítko zvané „trojúhelník“. Jeho tvar sice odpovídá modelu trojúhelníka, ale dva otvory, které má, z něj dělají ne-model trojúhelníka.

Autor teorie rozlišuje čtyři stádia procesu růstu lidského poznání na základě souborů izolovaných modelů (Hejný, Kuřina 2001,2009, s. 131):

1. *první konkrétní zkušenosti s modelem, zárodek příštího pojmu nebo poznatku;*
2. *seznámení s dalšími izolovanými modely pojmu (poznatku);*

3. *poznání vzájemné souvislosti některých modelů, vytváření jejich shluků na základě tušených souvislostí*
4. *vytváření komunit izolovaných modelů, více či méně uvědomělé poznání jejich podstaty.*

Utváření vazeb mezi jednotlivými izolovanými modely budoucího poznatku je předpokladem pro další posun v procesu poznávání. Na této vazbě stojí základ utváření modelu generického.

3.1.1.3 Hladina generických modelů

Generický model vzniká na základě předchozího hladinového zdvihu – zobecnění (hlubší proniknutí do podstaty dosavadního poznání pramenící z uchopení vztahů mezi izolovanými modely).

Generický model je takový model, který je schopen zastoupit všechny, nebo určitou skupinu izolovaných modelů. *„Izolovaný model má charakter ukázky, generický model představuje obecný návod, vzorec, algoritmus… "*(Hejný, Kuřina 2001,2009, s.132) Klasickým generickým modelem pro počítání předmětů používaným ve školách po mnohá desetiletí je počítadlo.

3.1.1.4 Hladina krystalizace

Tato hladina přichází po abstrakčním zdvihu, kdy dojde k restrukturaci souboru izolovaných a generických modelů a vzniká nový vhled do problematiky, který má abstraktnější charakter. Často je provázen zavedením symbolu, který tuto novou strukturu zastupuje.

Hladinu krystalizace můžeme charakterizovat jako propojení nového poznání s poznatky předchozími. Většinou se jedná o dlouhodobý proces.

3.1.1.5 Úvahy o tangramech z pohledu TGM

Z pohledu Teorie generického modelu je za základ dobrého budoucího poznání je považován dostatek izolovaných modelů. Tangramové obrazce nabízí velké množství kombinací vzájemného přiložení různých dílů, čímž vznikají rozličné geometrické útvary (konvexní i nekonvexní). Vzhledem k tomu, že dítě s dílky manipuluje, získává zkušenost na základě vjemu vizuálního, haptického i kynestetického. Toto považuji při tvorbě izolovaných modelů za podstatné.

3.1.2 Teorie proceptu

Pojem procept zavedli a vymezili D. Tall a E. Gray (1994) . Do svých úvah však zahrnuli pouze aritmeriku, nikoliv geometrii. Aplikaci této teorie na oblast geometrie provedl na domácí půdě M. Hejný (2000). Ten vysvětluje termín jako spojení dvou slov - proces a koncept - vyjadřující typ poznání vysoce kvalitního charakteru. Dále pak píše (Hejný, 2000, s.11):

„Slova proces a koncept charakterizují dva způsoby, jimiž se naše vědomí
- *orientuje při vnímání jevů reálného světa*
- *zmocňuje pojmů, vztahů či situací, které vědomím eviduje,*
- *strukturuje a restrukturalizuje tyto ve své dlouhodobé paměti a*
- *pracuje s nimi.“*

Z těchto pojmů lze odvodit adjektiva procesuální a konceptuální.

„Adjektivum procesuální označuje ty obsahy, aktivity nebo stavy našeho vědomí, v nichž rozhodující roli hraje čas. Příkladem může být algoritmus písemného dělení nebo úprava algebraických výrazů. Adjektivum konceptuální označuje nadčasové obsahy, představy nebo stavy našeho vědomí. Když žákům otevíráme pojem čtverec nebo zlomek, snažíme se, aby se ve vědomí žáků vytvořila pevná a jasná představa daného pojmu.“ (Hejný, 2000, s.11-12)

Onen typ vysoce kvalitního poznání spočívá ve schopnosti propojit procesuální a konceptuální náhled na danou matematickou situaci. Pokud je tohoto jedinec schopen, daný matematický jev je v jeho vědomí proceptem.

Propojení mezi procesem a konceptem, vlastně schopnost na proces nahlížet konceptuálně a naopak, nazval M. Hejný proceptuálním transferem.

V oblasti aritmetiky častěji přecházíme od náhledu procesuálního k náhledu konceptuálnímu. V oblasti geometrie, zvláště pak 2D, je tomu většinou naopak. O tomto píše D. Jirotková (2010, s.18.):

„Je zajímavé, že u 2D geometrie je rozhodující transfer koncept→ proces. Základní koncepty tvarů (čtverec, kruh, trojúhelník, měsíček, hvězdička,...) přichází do vědomí žáka z jeho životních zkušeností. Když si dítě chce některý z těchto tvarů vytvořit, ať již

stříháním či překládáním papíru, modelováním pomocí sirek nebo provázků, musí mít samotný tvar, tj. koncept, ve vědomí již uložen. Tvorba tohoto objektu je pak procesem. Tedy představu o objektu dítě má již v paměti uloženou a během modelování daného objektu o něm získává další zkušenosti a poznání.“

K získávání dalších zkušeností a poznatků o objektech můžeme použít tangram. Zde se uplatní právě transfer koncept → proces. Při skládání tangramových obrazců má dítě před sebou koncept, předlohu, jak má jeho obrazec vypadat. Manipulativní činností, jinak řečeno procesem, pak úlohu řeší. Nabývá tak zkušenosti s řešením nejen tohoto konkrétního obrazce, ale i dílčích segmentů (např. je nutno složit ze dvou trojúhelníků čtverec), které má možnost v příštím setkání s podobnou úlohou využít.

3. 2 ÚLOHY O TANGRAMECH A ROZVOJ GEOMETRICKÝCH PŘEDSTAV ŽÁKŮ NA 1. STUPNI ZŠ

Většina dětí, které vstupují do základní školy, se těší, že se ve škole naučí číst, psát a počítat. Ve skutečnosti však stojí před úkolem vstřebat mnoho informací, rozvíjet své schopnosti a dovednosti, myšlení, pochopit mnoho pojmů, vztahů, zákonitostí atd. Aby nebyl tento úkol pro dítě nesplnitelný, je potřeba mu látku dávkovat postupně a systematicky. Touto zásadou bychom se měli řídit ve všech oblastech, v oblasti matematiky však obzvlášť. Oním postupným a systematickým dávkováním není myšleno pouze rozložení učiva do jednotlivých ročníků, které dříve zajišťovaly „Osnovy“, tedy v první třídě počítáme do dvaceti, ve druhé do sta, ve třetí si osvojíme násobilku atd. Ve skutečnosti bychom už dětem na prvním stupni (i dříve) měli dávat možnost dlouhodobě získávat zkušenosti, které později uplatní při budování poznatků. Toto tvrzení můžeme doložit následnou citací (Jirotková, 2010, s.94):

„Když chceme žáka naučit nějaký geometrický pojem, (například čtverec, lichoběžník, jehlan nebo obvod), musíme jej pomocí vhodných úloh vést postupně k tomu, aby

- *o objektu nejdříve nabyl dostatek zkušeností,*
- *objekt poznal v činnosti*
- *o objektu diskutoval se spolužáky,*
- *se sám pokusil pojem vymezit, s pomocí učitele upřesňoval své vymezení až k formulaci dobré definice.“*

V oblasti geometrie může být právě tangram jedním z poskytovatelů zkušeností. V této kapitole představím některé geometrické pojmy, k jejichž pochopení a osvojení mohou zkušenosti získané skládáním tangramu přispět.

3.2.1 Osobnost a její průvodní jevy

Dítě, které poznává okolní svět, se v něm také setkává s různými geometrickými objekty. Tyto objekty vnímá vizuálně, někdy hapticky, slyší jejich pojmenování. Díky tomu se v jeho vědomí budují určité představy o těchto objektech, pojmech. Pokud jsou tyto představy správné a dostatečně pevné, můžeme hovořit o tom, že daný pojem je pro dítě osobností. Pevnost a správnost představy se ověří jednoduchou úlohou. Pokud požádáme dítě, aby z dřívek vymodelovalo obdélník, dítě postupně uchopí do ruky 2 páry dřívek a přiloží je k sobě tak, že tvoří obdélník, dá se říct, že je pro něj pojem obdélník již osobností.

Průvodní jevy nám pak napomáhají s charakteristikou osobností. V teorii jsou rozlišovány dva typy průvodních jevů:

1) průvodní jevy viditelné – strany, vrcholy
2) průvodní jevy neviditelné – osa souměrnosti

Uvedené příklady platí pro již zmiňovaný obdélník. Toto pojetí představuje Vopěnka (1989).

Předpokládám, že ve vědomí žáků prvního stupně bude již část základních geometrických tvarů osobnostmi. Tangram však může pomoci v budování představ o dalších geometrických tvarech, se kterými se v rámci školní matematiky budou seznamovat (např. kosodélník, lichoběžník, pětiúhelník, mnohoúhelník atd.) Při skládání obrazců mohou děti odhalit další průvodní jevy již známých osobností a tím rozšiřovat a dále upevňovat své představy.

3.2.2 Obvod obrazce

Chápání obvodu obrazce nemusí a nemělo by být pouze v podobě vzorečku. Často se setkáváme s tím, že při otázce: „Co je to obvod čtverce?“, děti odpoví: To je O= 4a. Některé k tomu dodají, že je to součet délek všech stran. Tyto znalosti pak aplikují v úlohách typu: Narýsujte čtverec o straně a = 4 cm, vypočítejte jeho obvod. Domnívám se, že znalosti takto vedených žáků jsou pouze formální. Použití tangramu může vnést do této problematiky jistou dávku vlastní tvořivosti žáků a také nutnost logicky myslet.

Některé zajímavé úlohy jsou uvedeny níže.

Úloha 1: Ze dvou největších shodných pravoúhlých trojúhelníků tangramu vymodeluj všechny různé útvary přiložením celých shodných stran k sobě. Poznáš, který čtyřúhelník má nejdelší a který nejkratší obvod? (Brincková, 2003)

Úloha 2: Poznáte, které další díly tangramu mají stejný obvod jako útvary sestavené ze dvou malých trojúhelníků? (Brincková, 2003)

Úloha 3: Můžete ze všech dílů sestavit dva čtverce se stejným obvodem? Pokud ano, vymodelujte je. (Brincková, 2003)

Úloha 4: Pracujte ve dvojici. Každý z dvojice si sestaví z tangramu jakýkoliv mnohoúhelník. Pokuste se odhadnout, kdo z dvojice poskládal obrazec s delším obvodem. Svůj odhad odůvodněte. (autorská úloha)

Úloha 5. Sestavte čtverec a obdélník, každý z jednoho tangramu. Odhadněte, který obrazec má delší obvod. Bez použití pravítka se pokuste své tvrzení dokázat. (Jaké je porovnání obsahů?) (autorská úloha)

3.2.3 Obsah obrazce

Stejně tak jako obvod, i obsah bývá často chápán jako vzoreček. Při výpočtech obsahu mnohoúhelníků však stojí žáci před problémem, jak tento mnohoúhelník co nejlépe rozdělit, aby bylo jednodušší obsah zjistit. Nezřídka je také pro žáky překvapením, že obsahově shodné obrace mají různý obvod a vypadají různě. Právě s těmito problémy můžeme bojovat pomocí tangramu. Žáci velice rychle pochopí, že všechny obrazce složené z tangramu mají stejný obsah, ačkoli jejich vzhled je výrazně odlišný. Jsou přece všechny postavené ze stejných dílů. Co se týče případu prvního, hledáním různých řešení stejných obrazců žáci zjistí, že plocha se dá dělit odlišnými způsoby. V následujících řádcích představíme některé úlohy.

Úloha 6: Ze dvou malých trojúhelníků sestavte různé útvary přiložením shodných stran k sobě. Dokážete určit jejich obsah? Najděte všechna řešení.(Brincková, 2003)

Úloha 7: Ze čtverce a dvou malých trojúhelníků sestavte různé útvary přiložením shodných stran k sobě. Najděte všechna řešení. (Brincková, 2003)

Úloha 8: Kolik různých trojúhelníků je možno sestavit z libovolných kombinací dílků tangramu? Řešení si zakresli a porovnej obsahy vzniklých trojúhelníků. (autorská úloha)

3.2.4 Osová souměrnost

Osovou souměrnost řadíme mezi shodná geometrická zobrazení v rovině. Můžeme ji definovat takto:

„ Je dána přímka o. Osová souměrnost s osou O je zobrazení, které přiřadí bodům v rovině jejich obrazy podle těchto pravidel:

1) *Pro každý bod X přímky o je X´=X.*
2) *Pro každý bod X, který neleží na přímce o, je XX´ ⊥ o a střed úsečky XX´leží na přímce o.“* (Janurová, Janura,2002, s.68)

Tomuto zápisu budou naši žáci prvního stupně jistě rozumět až mnohem později. Tomu, co popisuje mohou však porozumět už nyní. Žáci by měli získávat zkušenosti s osovou souměrností nejen v hodinách matematiky, ale i v hodinách výtvarné výchovy (pomocí temperových barev a přeložení čtvrtky), pracovních činností (stříhání papírových vloček, pásových vystřihovánek, vystřižení „pěkného“ srdíčka z papíru atd.) Také tangram nám nabízí možnost rozvíjet představy o tomto zobrazení.

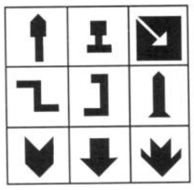
Zajímavou hru zaměřenou na rozvíjení představy osové souměrnosti uvádí slovenští autoři (Uherčíková, Haverlík, 2007). „Hra na zrcadlo“ se hraje ve dvojici nebo ve dvou skupinách. Každá skupina má svůj tangram. Uprostřed archu papíru se čtvercovou sítí je osa souměrnosti - „zrcadlo“. Úkolem jednoho dítěte (skupiny) je přikládat tangramové dílky stranou nebo vrcholem k „zrcadlu“, úkolem druhého dítěte (skupiny), je chovat se jako zrcadlo, tedy přiložit stejný dílek stejným způsobem na svou stranu papíru, jako by ho viděl v zrcadle. Další úlohy následují.

Úloha 9: Z tangramu vyber všechny osově souměrné díly. (autorská úloha)

Úloha 10: Sestav podle vlastní fantazie osově souměrný obrazec. (autorská úloha)

Úloha 11: Z tangramu vyřaď dva velké trojúhelníky. Ze zbylých dílů postav čtverec. Najdeš všechny jeho osy souměrnosti? (autorská úloha)

Úloha 12: Z tangramu poskládej obrazce z pracovního listu (Obr.13). Které z nich nejsou osově souměrné? (Brincková, 2003)



(Obr.13, Zdroj: Brincková, 2003)

3.2.5 Středová souměrnost

O něco obtížnější, než je představa souměrnosti osové, je představa souměrnosti středové. Středová souměrnost je definována takto:

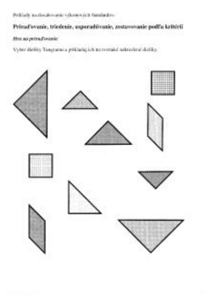
„ Je dán bod S. Středová souměrnost se středem S je zobrazení, které přiřadí bodům v rovině jejich obrazy podle těchto pravidel:

1) *Obrazem bodu $X=S$ je bod X', pro který platí $X'=X$.*
2) *Pro každý bod $X \neq S$ leží jeho obraz X' na přímce XS a zároveň bod S je středem úsečky XX'.* (Janurová, Janura,2002, s.69)

Žáci mohou získávat zkušenosti se středovou souměrností pomocí podobných úloh jako v případě souměrnosti osové. Hry zaměřené na rozvoj představy středové souměrnosti mohou mít podobný charakter jako např. Hra na zrcadlo, pouze se na hrací mřížce vyznačí bod - střed souměrnosti. Žáci se též mohou pokoušet sestavit vlastní středově souměrný obrazec.

3.2.6. Shodnost

Znalost tohoto pojmu, ale především jeho podstaty, hojně využíváme právě při skládání tangramových obrazců. Mnohdy se stane, že určitou část obrázku složíme z některých dílů, později však zjistíme, že tyto díly potřebujeme uplatnit v jiné části obrázku, musíme je nahradit kombinací dílů jiných, které tvoří shodný útvar. Fakt, že jsme tuto záměnnost nuceni odhalit, napovídá, že tangram bude naši schopnost vnímat shodnost rozvíjet. Na prvním stupni můžeme zařazovat např. tyto úlohy:



(Obr.14, Zdroj: Uherčíková, Haverlík, 2007)

Úloha 13: Vyber dílky z tangramu a přikládej je na shodné nakreslené dílky – Obr.14 .(Uherčíková, Haverlík, 2007).

Úloha 14: Z tangramu vyber shodné díly.(autorská úloha)

Úloha 15: Ze všech dílů tangramu sestav dva shodné čtverce.(autorská úloha)

Úloha 16: Ze všech dílů tangramu sestav dva shodné trojúhelníky.(autorská úloha)

Úloha 17: Ze souboru dílů vyřaď dva velké trojúhelníky. Ze zbylých dílů sestav dva shodné lichoběžníky. (autorská úloha)

Úloha 18: Z různých dílů tangramu sestav dva shodné pětiúhelníky.(autorská úloha)
Úloha 19: Z různých dílů tangramu sestav trojúhelník shodný s velkým trojúhelníkem. Najdi všechna řešení.(autorská úloha)

3.2.7 Podobnost

Dalším geometrickým jevem, jehož představu můžeme rozvíjet pomocí tangramu, je podobnost. Složením určitých dílů můžeme získat útvary podobné jednotlivým dílům tangramu, nebo v něm můžeme podobné útvary přímo vyhledávat. V následujících řádcích budou představeny některé konkrétní úlohy.

Úloha 20: Z dílů tangramu vyber dvojici neshodných trojúhelníků. Najdě všechna řešení. Co o nich můžete říct? (autorská úloha, formulaci pomohla upřesnit D. Jirotková)
Úloha 21: Z dílů tangramu vyber či sestav co nejvíce neshodných trojúhelníků najednou. (autorská úloha)
Úloha 22: Z dílů tangramu vyber či sestav co nejvíce neshodných čtverců najednou. (autorská úloha)
Úloha 23: Z dílů tangramu vyber či sestav co nejvíce neshodných kosodélníků najednou. (autorská úloha)

Formulaci úloh o podobnosti je nutno přizpůsobit znalostem žáků. Pojem podobnost by neměl být použit dříve, než bude zaveden, jelikož je interpretovatelný v běžném jazyce a tato interpretace je odlišná od té v geometrii.

4. TANGRAMOVÉ ÚLOHY

Z předcházejících stránek této práce vyplývá, že tangramové úlohy můžeme zaměřit na různé oblasti geometrie a jejích jevů. Vznik takových úloh poukazuje na didaktický potenciál této skládačky. Původním cílem práce s hlavolamem však bylo poskládat již dané obrazce, nebo vymyslet obrazce nové. Z těchto myšlenek vycházejí také úlohy s obrázky, které zadáváme našim žákům. Ty lze rozdělit do několika skupin.

4.1. VYMÝŠLENÍ OBRAZCŮ PODLE VLASTNÍ FANTAZIE

Tyto úlohy nejspíš není nutno dále představovat. Fantazii se meze nekladou, děti musí pouze dodržovat pravidla skládání tangramových obrazců uvedená v kapitole 1. Úlohy tohoto typu považuji za vhodné především k seznamování žáků s pomůckou.

Podle našeho cíle hodiny nebo tematického celku lze přidávat další podmínky, které mají dětmi vymyšlené obrazce splňovat. Tím budeme u žáků rozvíjet pružnost jejich myšlení a schopnost aplikace znalostí, ale zároveň dáváme prostor tvořivosti.

4.2 SKLÁDÁNÍ OBRAZCŮ PODLE PŘEDLOHY

V této kategorii úloh nalezneme 3 druhy předloh, které máme možnost žákům předložit. V následujících řádcích budou uvedeny jednotlivé druhy předloh podle obtížnosti od nejsnazší po nejobtížnější.

4.2.1 Předloha s naznačenými díly

Tuto předlohu je možno použít v jednodušší a obtížnější variantě. Velikost první zmiňované předlohy je shodná s velikostí poskládaného obrazce. Dítě si tedy může přiložením na předlohu ověřit správnost výběru dílu. Obtížnější variantou je předloha s naznačenými díly, která je menší než budoucí vzniklý obrazec. Dítě musí posoudit, zda jím vybraný díl skutečně koresponduje s dílem na předloze, pouze na základě vizuálního vjemu, nemá možnost experimentálního ověření jako v případě prvním.

4.2.2 Obrysová předloha

V tomto případě se jedná o obrys obrazce, který má shodnou velikost jako obrazec složený z dílů tangramu. Žáci skládají obrazce přímo do obrysu. V těchto úlohách musí žáci sami nalézt umístění jednotlivých dílů, prokazují tak schopnost vnímat plochu a dělit ji na různé části.

4.2.3 Předloha slepá

Nejznámějším typem předlohy je předloha slepá. Jedná se o zmenšený obrys obrazce nebo jeho „stín“ (černá plocha). Úlohy tohoto typu jsou složité nejen proto, že si žáci musí představit ono rozdělení plochy na jednotlivé díly, ale musí brát v úvahu i poměr zvětšení obrazce.

4.3 DALŠÍ ÚLOHY A HRY VYUŽÍVAJÍCÍ TANGRAM

Některé z úloh byly již představeny v kapitole 3.2. Zaměřovaly se na rozvoj představ různých geometrických jevů. Pomocí tangramu můžeme rozvíjet i další schopnosti dětí. Zaměříme-li se na období počátku školní docházky, je třeba upevňovat elementární schopnost dětí orientovat se v prostoru (především pojmy vpravo, vlevo, ale i nahoře, dole, vedle, nad, pod atd.). Následující hry nám mohou, nejen v tomto záměru, pomoci.

Hra Bystré očko (Uherčíková, Haverlík, 2007)

Učitel rozmístí na stůl dílky tangramu (buď celou sadu, nebo pouze 5 dílů; opakující se dílky vynechá). Při rozmisťování popisuje, kam dílek pokládá. Žáci vše sledují. Následně jsou vyzváni, aby zavřeli oči. Učitel jeden dílek odebere nebo přidá. Vyzve žáky k otevření očí a ptá se: „Změnilo se něco? Kolik bylo dílků? Kolik je jich teď? O kolik je dílků méně? Který dílek zmizel (přibyl)? Kde se tento dílek nacházel (nachází)?"

Hra Mícháme obrázky (Uherčíková, Haverlík, 2007)

Učitel postaví obrazec z tangramu a ukáže ho na chvilku žáku. Potom obrazec rozboří. Žák má za úkol obrazec znovu postavit zpaměti. Hru je možno hrát i ve dvojicích či ve skupinách. Obtížnost lze zvyšovat postavením většího počtu obrazců.

Hra Kopie

Žáci se usadí na koberec zády k sobě. Jeden žák si na papír rozmístí dílky tangramu. Následně popisuje, kam dílky umístil. Úkolem druhého žáka je vytvořit kopii jeho „obrázku" na svůj papír, aniž by se otočil a podíval ke kamarádovi.

Tato hra rozvíjí nejen orientaci v prostoru, ale nutí také žáky s díly manipulovat, popisovat je, mluvit o nich.

V obtížnější variantě hry jeden žák sestaví přímo obrazec. Kamaráda se pak snaží navést tak, aby postavil obrazec stejný.

Těmito hrami jsme se přenesli k těm úlohám, kdy žáci musí o jednotlivých dílech hovořit, popisovat jejich tvar, polohu, přemýšlet o jejich vlastnostech. Tyto hry jsou velmi cenné, protože žáci své poznatky o jednotlivých tvarech přenášejí do slov. Zároveň však musí vybírat takové pojmy a formulace, aby si navzájem se spolužáky rozuměli. Na tomto principu je založena i další hra.

Hra Tajemství (Uherčíková, Haverlík, 2007)
Dílky tangramu umístíme do neprůhledného sáčku. Žák si vybere jeden dílek, ze sáčku ho ale nevyjímá. Na základě haptického vjemu popisuje dílek, který má v ruce. Ostatní žáci na základě jeho popisu hádají, o jaký dílek se jedná.

4.4 TANGRAMOVÉ ÚLOHY A MEZIPŘEDMĚTOVÉ VZTAHY

Možnost propojení tangramových úloh s ostatními předměty byla nastíněna již v kapitole 1.4. Nyní se na tuto problematiku podíváme podrobněji. Zmíníme především možnost propojení s jazykem, pracovními činnostmi a výtvarnou výchovou.

4.4.1 Tangram a jazyk

Možnost propojení s mateřským jazykem nastínil B. Wollring (2008). Žáci sestaví různé tangramové obrázky na jedno téma, které nalepí na papír. Z těchto obrázků se pak složí společný příběh, který se doplní o texty vysvětlující a posunující děj.

Jiné pojetí propojení s jazykem můžeme vidět v práci slovenských autorů (Uherčíková, Haverlík, 2001). Ti představují Tangramové pohádky, ve kterých vystupují různí hrdinové (zvířecí i lidští). Pohádku čte učitel, nebo později děti, a ve chvíli, kdy narazí na tangramový obrázek, děti ho složí. Obrázky se samozřejmě vztahují k příběhu. Takové pohádky si může učitel snadno vymýšlet, nebo zasadit některé tangramové obrázky do pohádek již napsaných. Další možností je tvořivá práce žáka, kdy bude obrazce do pohádek vymýšlet sám. Žáci vyšších ročníků mohou vymyslet i celé pohádky včetně textu.

Podobné činnosti je možno zařadit i v jazyce cizím. Pohádky jsou pro děti přitažlivé v každém jazyce. Pokud ale v hodinách matematiky či výtvarné výchovy vytvoříme obrázky a nalepíme je po vzoru B. Wollringa na čtvrtky, můžeme vytvořit jakýsi Tangramový slovníček.

4.4.2 Tangram a pracovní činnosti, výtvarná výchova

V rámci pracovních činností si žáci mohou tangram vyrobit, lepit různé obrazce na čtvrtku, kombinovat více sad tangramů a tvořit tak různé tematické celky (např. Zoo).

Pokud by žáci vyrobili tangram z nějakého savého materiálu (např. houbička na mytí nádobí), nalepili ho na polovinu čtvrtky, houbičky napustili barvou a čtvrtku přehnuli, získali by zajímavé, osově souměrné obrazce.

5. TANGRAM V UČEBNICÍCH MATEMATIKY NĚKTERÝCH NAKLADATELSTVÍ

Jelikož se tangram zdá být vhodnou a zábavnou pomůckou pro rozvoj geometrických představ u dětí na prvním stupni ZŠ, podívejme se, zda práci s ním zařazují autoři do svých učebnic matematiky. Jakou funkci tangram v těchto učebnicích plní, ve kterém ročníku je zařazen a zda je jeho použití systematické či zcela náhodné, tedy jestli jsou děti na práci s touto pomůckou připravovány. V neposlední řadě se zaměříme na tangramové úlohy, které učebnice obsahují.

Ve všech učebnicích matematiky se setkáváme s úlohami, kdy žáci mají za úkol tvořit obrázky z geometrických tvarů podle své fantazie. Tyto úlohy mají nepochybně v oblasti rozvoje geometrické představivosti své opodstatněné místo. I s tangramem zařazujeme úlohy, kdy děti vymýšlí obrázky „podle sebe“, jelikož je to činnost podporující nejen matematické představy, ale i tvořivost samotnou. My se však budeme zaměřovat na úlohy požadující složení předem určeného obrazce, které mohou mít funkci jak rozvíjející, tak diagnostickou. Podívejme se na řady učebnic jednotlivých nakladatelství.

5.1 SCIENTIA

Nakladatelství Scientia do svých učebnic matematiky tangram jako takový nezařazuje. Můžeme zde však nalézt úlohy, které se podobají úlohám tangramovým, používají však odlišný druh skládanky, kterou tvoří čtverec a čtyři pravoúhlé rovnoramenné trojúhelníky vzniklé rozdělením čtverce po úhlopříčkách. Autoři pracují se skládankou systematickým způsobem pouze v prvním ročníku. Žáci mají za úkol poskládat obrázek podle předlohy ze všech dílů a základní geometrické tvary (■ █▼) z jakýchkoli dílů skládanky. Dále už ale skládanku nevyužívají.

5.2 PRODOS

5.2.1 Zajímavá matematika

Tato řada učebnic opět nepracuje přímo s tangramem, ale geometrickou skládanku nalezneme v učebnicích pro první a třetí ročník. V prvním ročníku mají děti za úkol poskládat čtverec z nepravidelně oblých tvarů. Ve třetím ročníku je skládankou sada čtyř pravoúhlých rovnoramenných trojúhelníků stejné velikosti. Úkolem žáků je složit základní geometrické tvary + šestiúhelník, lichoběžník a kosodélník. Práce se skládankou se však nijak pravidelně neopakuje a systematicky neprohlubuje.

5.2.2 Matematika a její aplikace

V této řadě učebnic zaznamenáváme skládání zadaného obrázku z různých geometrických tvarů.

5.3. ALTER

V řadě učebnic tohoto nakladatelství se objevuje tangram v příloze učebnice pro druhý ročník. Je zde však vložen bez jakékoliv přípravy, žáci mají skládat obrázky podle předlohy, která není slepá, tedy má naznačené jednotlivé dílky. Dále se tangram v učebnicích už nevyskytuje.

5.4. DIDAKTIS

V učebnicové řadě tohoto nakladatelství se tangram vyskytuje jako rozšiřující učivo v učebnici pro druhý ročník a jako základní učivo v ročníku pátém. Je zde sada obrázků ke skládání, žáci nejprve pracují s předlohami s naznačenými dílky, později s předlohami slepými. V tomto případě je nutno vyzvednout povedenou motivaci (kouzelník), která je pro žáky mladšího školního věku více než vhodná.

5.5 SPN

S tímto nakladatelstvím se dostáváme již k učebnicím, které se určitým způsobem snaží o budování geometrických představ. V učebnicích prvního ročníku se setkáváme s úlohami, kdy děti vybírají ze třech dílů dva, ze kterých se dají vytvořit určené obrazce

(●■). Ve druhém ročníku pracují autoři se skládankou ve tvaru obdélníku, jejíž části jsou tři trojúhelníky a jeden pravoúhlý lichoběžník. Ve třetím ročníku již zařazuje tangram a nabízí obrazce ke skládání s naznačenými díly i obrazce slepé. Navíc nabízí internetový odkaz na další obrazce. Třetím ročníkem však tato snaha končí.

5.6 PROMETHEUS

Toto nakladatelství vydalo učebnice matematiky pro první stupeň, s názvem „Svět čísel a tvarů“, ve které můžeme vysledovat systematickou práci k utváření geometrických představ v učebnicích od druhého do čtvrtého ročníku. Ve druhém ročníku žáci skládají obrázky podle předlohy z různých geometrických tvarů (pravoúhlé lichoběžníky, čtverce, pravoúhlé rovnoramenné trojúhelníky, obdélníky), později se obrázky ke skládání mění v geometrické tvary a různé složitější obrazce, zařazeny jsou i osově souměrné obrazce a jejich tvorba. V pracovním sešitě pro třetí ročník nalezneme sérii úloh, kdy žáci mají za úkol vyplnit dané obrysy různými geometrickými tvary z přílohy. Ve čtvrtém ročníku pak pokračují ve skládání obrazců podle předlohy.

5.7 FRAUS

5.7.1 Matematika se čtyřlístkem

V této nové řadě učebnic, která zatím vyšla pouze pro první ročník, se vyskytuje osamocená úloha, kde žáci skládají z geometrických tvarů obrázky dle předlohy. Jiné úlohy podobné tangramu se zde nevyskytují.

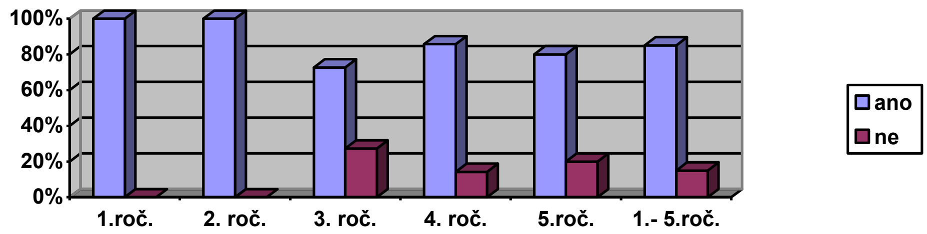
5.7.2 Matematika (prof.Hejný)

Kdo alespoň letmo slyšel o pojetí matematiky prof. Hejného, nemusí přemýšlet o tom, zda tyto učebnice budou či nebudou rozvíjet jakoukoliv matematickou představivost. Rozvoji geometrické představivosti pomocí různých her, tangram nevyjímaje, je zde věnován velký prostor. Poprvé se s podobnými úlohami setkáváme ve druhém ročníku, kdy žáci v různých pravidelně se opakujících úlohách skládají, většinou ze sady trojúhelníků, geometrické tvary. Vyskytují se zde i úlohy přetvářecí (3. ročník), kde děti z jednoho obrazce tvoří druhý. Manipulativní činnosti jsou často propojeny s prací ve čtvercové síti. S tangramem se žáci poprvé setkají ve čtvrtém ročníku. Úlohy s ním spojené se zaměřují na manipulaci s jednotlivými díly i s celou skládačkou. Podstatnou částí zadání jakékoliv úlohy v těchto učebnicích je věta: „Hledej různá řešení.“ Tato věta se zdá být velmi podstatnou, jelikož v tradičním pojetí vyučování, se kterým se stále na českých školách setkáváme, často není pro takové věty místo. Mnohdy se pak stává, že se učitelé i děti spokojí s řešením jedním, a když se žáci s požadavkem najít více řešení setkávají v pozdějším věku na druhém stupni či na gymnáziu, stává se pro ně tato věta noční můrou, protože jejich myšlení nebylo cvičeno k takové pružnosti.

6. DOTAZNÍKOVÉ ŠETŘENÍ

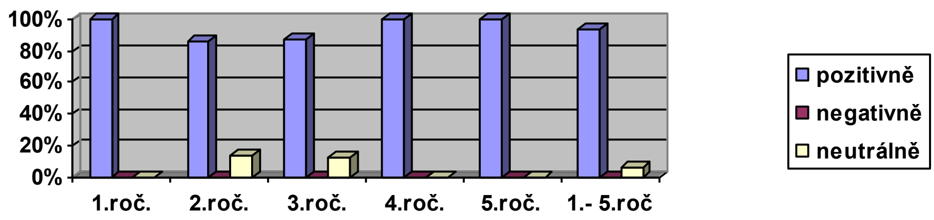
Než jsem započala experimenty s dětmi, chtěla jsem zjistit, jaký mají k tangramu postoj učitelé. Vypracovala jsem proto dotazník pro učitele (Příloha 1), který zjišťoval, zda používají tangram jako pomůcku pro výuku geometrie, zda a jaký v něm spatřují přínos a jaká je reakce žáků. Dotazník zjišťoval i další informace, ale z důvodu rozsahu práce zde uvedu jen výše jmenované body. Dotazníkového šetření se účastnilo 40 učitelů. Výsledky dotazníkového šetření zpřehledním v grafech.

Graf 1: Použití tangramu jako pomůcky v geometrii



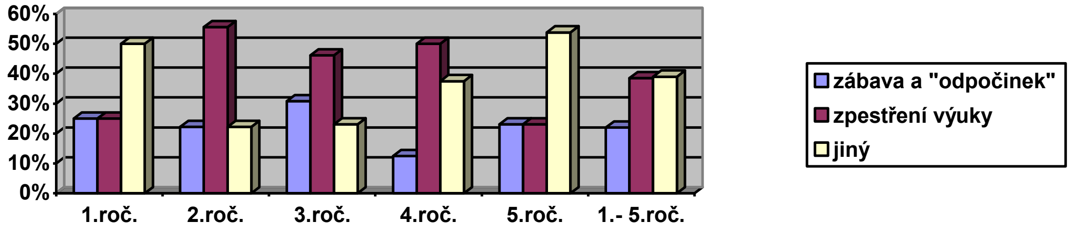
Z grafu vyplývá, že všichni dotazovaní učitelé 1. a 2. ročníků tangram již někdy použili. Ve třetím ročníku použilo tangram 73% učitelů, ve čtvrtém pak 86%. V pátém ročníku 80%. V rámci celého dotazníkového šetření tedy použilo tangram pro výuku geometrie 85% dotázaných učitelů.

Graf 2: Reakce žáků na pomůcku



Žáci dotazovaných učitelů reagovali na tangram pozitivně v 94%, v 6% neutrálně.

Graf 3: V čem spatřují učitelé přínos tangramu



Dotazovaní učitelé považují v 22% tangram za zábavu a „odpočinek“,ve 39% ho považují za zpestření výuky. Zbylých 39% učitelů v něm spatřuje jiný přínos. Charakter jiných přínosů bude ještě uveden v následujícím grafu.

Graf 4: Specifikace odpovědí „jiný” přínos

Učitelé, kteří označili v otázce zjišťující přínos tangramu možnost „jiné“, dále specifikovali svou odpověď. Přínos tangramu v rozvoji prostorové představivosti vidí 51,7% těchto učitelů. Dále vidělo 17,2% učitelů přínos této pomůcky v tom, že se žáci učí rozpoznávat geometrické tvary. Stejné procento učitelů považuje za přínos možnost s díly manipulovat. Poslední z odpovědí byly rozvoj logického myšlení (6,9%), rozvoj kombinatorických schopností (3,5%) a rozvoj myšlenkové operace analýzy a syntézy (3,5%).

7. EXPERIMENTY

Předtím, než jsem uskutečnila experimenty hlavní, provedla jsem experimenty pilotní. Nástrojem experimentů byly úlohy, které budu podrobně popisovat v kap. 6.2. Cílem těchto experimentů bylo získat zkušenosti a důležité informace pro uskutečnění experimentů hlavních (reakce žáků na úlohy, množství času pro řešení úloh, technická stránka věci, stanovení cílů pro hlavní experimenty na základě analýzy záznamů).

Před zahájením experimentů proběhl motivační rozhovor o tangramu . Žáci se dozvěděli něco o historii, pojmenovali díly, postavili si obrázek podle vlastní fantazie. Starší žáci si zahráli hru na detektivy (vlastně řešili úlohu: Které z uvedených geometrických tvarů lze sestavit z kosodélníku a dvou malých trojúhelníků? Musíš použít všechny 3 díly. Čtverec, obdélník, trojúhelník, kosočtverec, kosodélník, lichoběžník. – jsem si vědoma diagnostického potenciálu úlohy, nemohu však s ohledem na rozsah práce uvádět výsledky analýzy). Potom žáci vyplnili přípravný a motivační pracovní list (autorská práce.) – Příloha 2. Po těchto motivačních hrách začaly jednotlivé experimenty.

7.1 ZÁKLADNÍ ÚDAJE O EXPERIMENTECH

Nejprve je nutno definovat experiment.

Experiment = jedno sezení se skupinou žáků, které se odehrává za nezměněných podmínek. Změnou podmínek se rozumí změna nástroje experimentu.

Cílem experimentů je odpozorovat a popsat strategie řešení tangramových úloh, které žáci použili. Pokusit se odhalit geometrické jevy, které mohou žáci v tangramových úlohách objevit, a jaká je momentální úroveň poznání těchto jevů.

Strategií řešení rozumím postup, který žák uplatňuje při řešení tangramových úloh.

Experimenty se odehrávaly ve školní třídě. Tato třída byla určena pouze pro experimenty a žádní jiní žáci se zde nevyskytovali.

Pomůckou, se kterou byly experimenty realizovány, byl čtvercový sedmidílný tangram (viz Obr.1).

Z každého ročníku se experimentů účastnilo 6 žáků, 3 dívky a 3 chlapci, různých schopností (žáci byli doporučeni třídními učitelkami). Tedy celkem 30 žáků, z toho 15 dívek a 15 chlapců.

Doba trvání jedné série experimentů s jedním ročníkem byla 45 minut. Se žáky 1. a 2. ročníku byla realizována série 2 experimentů, se žáky 3.-5. ročníku byla realizována série 3 experimentů.

Záznam experimentů probíhal pomocí videokamery a fotoaparátů. Dále jsem si psala průběžné poznámky. Videozáznamy nebudou prezentovány v přílohách, jelikož povolení rodičů žáků, kteří se experimentu účastnili, se vztahovalo pouze na použití videozáznamu ke zpracování údajů. Tyto videozáznamy jsou uloženy v domácím archivu. V případě nutnosti mohu záznamy předložit. Z důvodu ochrany osobních údajů jsem v popisech experimentů změnila jména žáků.

7.2 NÁSTROJE EXPERIMENTŮ

V následujících řádcích popíšu nástroje experimentů. Jednotlivé úlohy označím písmeny abecedy. V názvu experimentu se pak objeví písmeno, které bude udávat, jakou úlohu žáci během tohoto experimentu řešili. Číslice pak značí ročník.

7.2.1 Úloha A – Malé trojúhelníky

Formulace úlohy : Které z ostatních dílů tangramu je možno složit ze dvou malých trojúhelníků?

Analýza úlohy
Tato úloha vede ke třem řešení (čtverec, kosodélník, trojúhelník). Úlohu nepovažuji za obtížnou, žáci mají možnost své řešení porovnat s reálnými objekty. Soubor zbylých tangramových dílů navíc poskytuje galerii objektů, z níž žáci mají možnost řešení vybrat. Úloha se tedy dá považovat za úlohu s možností výběru odpovědi.

Scénář Experimentu A
Cíl: Pozorovat a popsat způsoby záznamu řešení. Zjistit, zda bude některé z řešení častěji odhaleno než jiné.
Předpokládaná doba trvání: 4 minuty
Evidence: videozáznam, osobní poznámky

1) Zadání úlohy

„ S tangramem jsme se už trochu seznámili. Ted si budeme hrát s jeho dílky. Pokuste se zjistit, které z ostatních dílů tangramu můžete složit ze dvou malých trojúhelníků. Na řešení máte 2 minuty. Své objevy si zatím nechte pro sebe, po ukončení práce si výsledky vašeho bádání řekneme společně.“

2) Čas pro řešení úlohy (2 – 3 minuty – po uplynutí doby bude experiment ukončen)

3) Společná prezentace řešení, argumentace

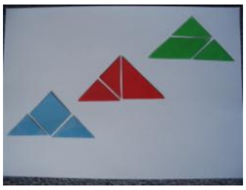
„ Které dílky jsi našel/ našla?“ Ukaž ostatním své řešení. Proč nelze složit velký trojúhelník?“

7.2.2 Úloha B – Velký trojúhelník

Formulace úlohy: Ze kterých dílků tangramu lze složit velký trojúhelník? Najdi všechna řešení.

Analýza úlohy

Úloha má tři řešením (Obr.15). Oproti nástroji experimentu A považuji tuto úlohu za obtížnější, jelikož hledáme více způsobů dělení plochy jednoho objektu. Žák se tedy musí myšlenkově odpoutat od řešení, které našel, aby mohl hledat řešení další. V každém řešení se totiž opakuje použití 2 dílů (malé trojúhelníky), umístění těchto dílů je však rozdílné.



(Obr.15)

Scénář Experimentu B

Cíl: Pozorovat a popsat způsoby záznamu řešení. Zjistit, zda bude některé z řešení častěji odhaleno než jiné.

Předpokládaná doba trvání: 4 minuty

Evidence: videozáznam, osobní poznámky

1) Zadání úlohy

„ Naším dalším úkolem bude zjistit, ze kterých dílků tangramu můžeme složit velký trojúhelník. Pokuste se najít všechny způsoby. Na řešení máte opět 3 minuty. Výsledky vaší práce si opět řekneme společně.“

2) Čas pro řešení úlohy (3 minuty – po uplynutí doby bude experiment ukončen)

3) Společná prezentace řešení, argumentace

„ Jaká řešení jsi našel/našla? Myslíš, že jsou všechna? Umíš to dokázat? “

7.2.3 Úloha C – Skládání obrázků do obrysů

Formulace úlohy: Ze všech dílů tangramu slož tyto obrázky. Díly se nesmí překrývat.

Analýza úlohy

Tuto úlohu tvoří soubor obrysů obrazců. Tento soubor se skládá ze 3 úrovní obtížnosti obrazců (Lehké, Středně těžké, Těžké). Pro rozhodování o obtížnosti jsem zvolila následující kriteria:

1) Počet mnohoúhelníků, ze kterých se obrázek skládá
2) Počet mnohoúhelníků odpovídajících jednomu dílu
3) Počet míst v mnohoúhelníku, jejichž vystupující obrys nápadně poukazuje na umístění některého z dílů.
4) Počet dílů (>1) v jednom mnohoúhelníku

Čím vyšší číslo u Kriteria 1, Kriteria 2 a Kriteria 3, tím je obrázek jednodušší.
Čím nižší je číslo u kriteria 4, tím je obrázek těžší.

V následujících řádcích bude uveden název obrázků a popis jeho obtížnosti na základě výše uvedených kritérií. V přílohách 3-16 jsou uvedeny jednotlivé obrysy, jejich popis a řešení. Přílohu s popisem obrázků si může čtenář při čtení rozevřít, aby se mohl lépe orientovat v tabulce. K první tabulce je uveden komentář, aby měl čtenář možnost pochopit proces vzniku tabulky.

Pro zjednodušení popisu budou použity následující zkratky pro jednotlivé díly:
KD – kosodélník, MT – malý trojúhelník, ST – středně velký trojúhelník, VT – velký trojúhelník, ČT – čtverec

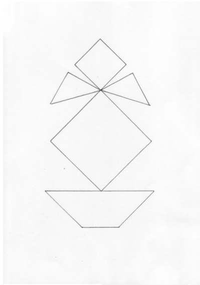
Kaktus (Příloha 3, Obr. 16)

Tabulka 1: Kriteria obtížnosti obrázku Kaktus

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	5	-	-
Kriterium 2	3	květ, levý spodní květ,pravý spodní květ	ČT, MT, MT
Kriterium 3	0	-	-
Kriterium 4	2	tělo kaktusu	VT, VT
	2	květináč	KD, ST

(Obr.16)

Komentář: Počet mnohoúhelníků, ze kterých se obrázek skládá, je 5, číslo 5 proto zapisuji do kolonky počet v řádku Kriterium 1. Počet mnohoúhelníků, které přímo odpovídají některému z dílů, jsou 3, tedy číslo 3 napíši do kolonky počet v řádku Kriterium 2. Dále ještě uvádím názvy těchto mnohoúhelníků a zkratky názvů dílů, které do těchto částí obrázku patří. V řádku Kriterium 3 je počet 0, protože zde není žádná část mnohoúhelníku, jejíž obrys by nápadně připomínal tvar některého z dílů. Rozdělený řádek u Kriteria 4 značí, že jsou zde dva mnohoúhelníky, které se skládají z více než jednoho dílu. Tedy dva mnohoúhelníky, které s skládají ze 2 dílů. V kolonkách Název části a Přítomné díly je též název tohoto mnohoúhelníku (nebo jeho části) užitý v popisu obrázku v příloze a díly, ze kterých se skládá. Pokud má některý obrázek pouze jeden mnohoúhelník, jednotlivé díly nevypisuji.



Z počtu mnohoúhelníků obrázku vidíme, že obrázek je velmi členitý. Vzhledem k tomu, že větší počet mnohoúhelníků odpovídá kritériu 2 a jeden ze zbývajících dvou má tvar čtverce, tedy pro děti tvar velmi známý, ředím tento obrázek do kategorie Lehké.

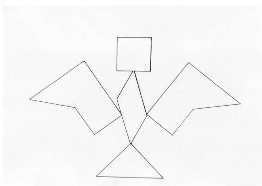
Motýl (Příloha 4, Obr.17)

Tabulka 2: Kriteria obtížnosti obrázku Motýl

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	5	-	-
Kriterium 2	3	hlava, tělo, ocas	ČT, KD, ST
Kriterium 3	0		
Kriterium 4	2	levé křídlo	VT, MT
	2	pravé křídlo	VT, MT

(Obr.17)

Tento obrázek má podobnou strukturu jako obrázek předcházející. Shodují se ve všech parametrech. V tomto případě však ještě musíme upozornit na shodnost dvou mnohoúhelníků – křídel. Na základě předchozích argumentů bude tento obrázek zařazen do kategorie Lehké.

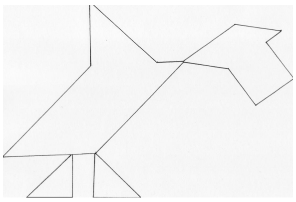


Kachna (Příloha 5, Obr.18)

Tabulka 3: Kriteria obtížnosti obrázku Kachna

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	4	-	-
Kriterium 2	2	nožičky	MT,MT
Kriterium 3	2	hlava, zobák	KD, ČT
	1	křídlo	ST
Kriterium 4	3	tělo, křídlo	VT+VT, ST
	2	hlava, zobák	KD, ČT

(Obr.18)



Počet ukazuje na velkou členitost obrázku. Kriterium 2 splňují 2 mnohoúhelníky, které jsou shodné, osově souměrné. Mnohoúhelník skládající se ze dvou dílů celý splňuje kriterium 3. Nejvyšší počet dílů v jednom mnohoúhelníku je 3, z toho jedna část odpovídá kritériu 3. Obrázek bude zařazen do kategorie Lehké.

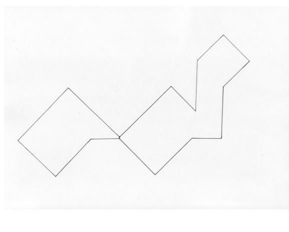
Dinosaurus (Příloha 6, Obr.19)

Tabulka 4: Kriteria obtížnosti obrázku Dinosaurus

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	2	-	-
Kriterium 2	0	-	-
Kriterium 3	2	hlava, krk	ČT, KD
Kriterium 4	4 (5)*	hlava, krk, 1. hrb, přední noha	ČT,KD,VT,ST (MT, MT)
	3 (2)*	2. hrb, zadní noha	VT, MT, MT (ST)

* Počet závisí na způsobu řešení.

(Obr.19)



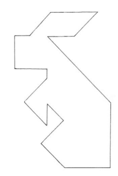
I přes nízký počet mnohoúhelníků bude tento obrazec zařazen do kategorie Lehké. Argumentem pro toto zařazení je splnění kritéria 3 dvěma díly, také podobnost obou mnohoúhelníků. Je zřejmé, že je tento obrázek mírně obtížnější než obrázky předchozí. Dítě, které si všimne podobnosti mnohoúhelníků, by ale nemělo mít s řešením obtíže.

Zajíc (Příloha 7, Obr.20)

Tabulka 5: Kriteria obtížnosti obrázku Zajíc

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	1	-	-
Kriterium 2	0	-	-
Kriterium 3	3	uši,hlava, přední packy	KD, ČT, MT
Kriterium 4	7	-	-

(Obr.20)



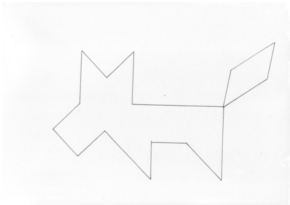
Z tabulky vyplývá, že obrázek zajíc nesplňuje kriterium 2. To, že má pouze jeden mnohoúhelník vypovídá o jisté složitosti obrázku, kterou však snižují 3 části odpovídající kriteriu 3. Tímto obrázkem přecházíme ke skupině, kde je klíčové umístění dvou VT. Bude ho však řadit do obtížnosti Lehké.

Liška (Příloha 8, Obr. 21)

Tabulka 6: Kriteria obtížnosti obrázku Liška

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	2	-	-
Kriterium 2	1	ocas	KD
Kriterium 3	1	tlama	ČT
Kriterium 4	6	-	-

Nevyváženost počtu dílků v mnohoúhelnících naznačuje vyšší obtížnost obrázku. Jeden mnohoúhelník splňuje kriterium 2 a jedna část mnohoúhelníku kriterium 3. To snižuje obtížnost obrázku. Některé části sice mohou zdánlivě splňovat kriterium 3 (uši), ale při skládání zjistíme, že je více kombinací dílů, které do oblasti pasují, pouze jedna je však správná. Správné řešení vyžaduje shodné umístění VT do nohou lišky. Obrázek bude zařazen do kategorie Středně těžké.



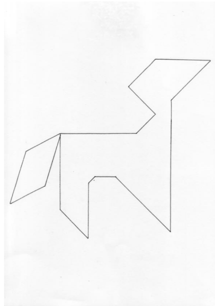
(Obr.21)

Pes (Příloha 9, Obr.22)

Tabulka 7: Kriteria obtížnosti obrázku Pes

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	2	-	-
Kriterium 2	1	ocas	KD
Kriterium 3	1	hlava	ČT, MT
Kriterium 4	6	-	-

Charakter 2 mnohoúhelníků je stejný jako u předcházejícího obrázku, Jedním odděleným mnohoúhelníkem je pouze ocas, druhým je celý zbytek psa. Kriterium 3 splňuje hlava psa, ale je zde možnost, že děti umístí místo ČT a MT, ST a MT. Poměrně obtížné je rozmístění VT, je sice středově souměrné, ale pravděpodobně bude činit potíže. Obrázek budu řadit ke kategorii Středně těžké.



(Obr.22)

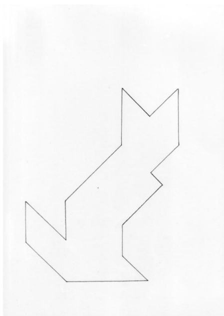
Kočka (Příloha 10, Obr.23)

Tabulka 8: Kriteria obtížnosti obrázku Kočka

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	1	-	-
Kriterium 2	0	-	-
Kriterium 3	4	ocas, hlava	KD, ČT, MT, MT
Kriterium 4	7	-	-

(Obr.23)

Podle tabulky vypadá obrázek kočka poměrně snadno. Nutno však podotknout, že při skládání hlavy a uší je možno tyto díly i zaměnit za jiné. Předpokládám však, že tvar hlavy by mohl dětem evokovat skutečnou kočku a tím umístění správných dílů. Obrázek má poměrně členitý obrys, což může skládání zjednodušovat. Obrázek budeme řadit ke kategorii Středně těžké.



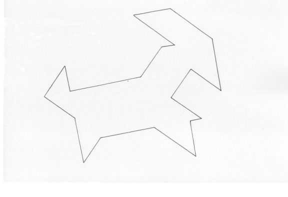
Koza (Příloha 11, Obr.24)

Tabulka 9: Kriteria obtížnosti obrázku Koza

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	1	-	-
Kriterium 2	0	-	-
Kriterium 3	4	ocas, rohy, krk, přední noha	MT, KD, ČT, MT
Kriterium 4	7	-	-

(Obr.24)

Tento obrázek se sice skládá pouze z jednoho mnohoúhelníku, má však velké množství nápadných částí odpovídajících kriteriu 3. Jeho členitý obrys by měl dítěti pomoci v řešení. Pro



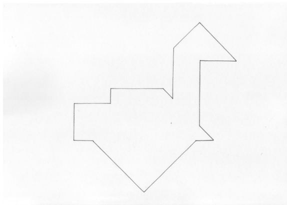
dítě s horší představivostí by však přesto mohl být poměrně obtížný. Obrázek bude zařazen do kategorie Středně těžké.

Labuť (Příloha 12, Obr.25)

Tabulka 10: Kriteria obtížnosti obrázku Labuť

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	1	-	-
Kriterium 2	0	-	
Kriterium 3	3	ocas, krk, spodní část těla	ČT, KD (nebo i část MT), VT
Kriterium 4	7	-	-

(Obr.25)



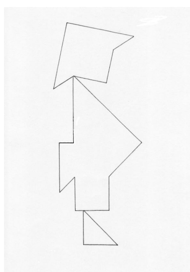
V tomto obrázku záměrně nebyla označena hlava jako nápadná část splňující kriterium 3, jelikož se skládá ze dvou dílků, což předpokládám, že bude pro děti matoucí. Obrys je poměrně členitý, ale velký prostor v oblasti těla může dětem způsobovat potíže. Naopak části splňující kriterium 3 by mohly být pro žáky vodítkem k řešení. Obrázek bude zařazen do kategorie Středně těžké.

Čínská dívka (Příloha 13, Obr.26)

Tabulka 11: Kriteria obtížnosti obrázku Čínská dívka

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	3	-	-
Kriterium 2	1	noha	MT
Kriterium 3	4	sukně, mašle, hlava klobouk	ČT, ST, MT, ST
Kriterium 4	4	tělo, sukně, mašle	VT+KD, ST, ČT
	2	hlava, klobouk	MT, VT

(Obr.26)



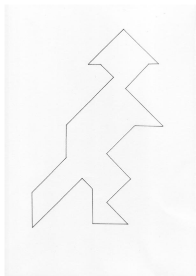
Poměrně velké množství mnohoúhelníků naznačuje, že by obrázek mohl být snadný. Je zde i poměrně hodně částí splňující kriterium 3. Přesto jsem se však rozhodla zařadit obrázek do kategorie Středně těžké. Za obtížné považuji umístění kombinace ST a KD.

Číňan na bruslích (Příloha 14, Obr.27)

Tabulka 12: Kriteria obtížnosti obrázku Číňan na bruslích

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	1	-	-
Kriterium 2	0	-	-
Kriterium 3	3	natažená noha, koleno, chodidlo	KD, ČT, MT
Kriterium 4	7	-	-

(Obr.27)



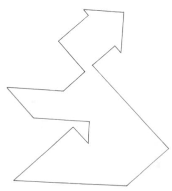
Obtížnost obrázku naznačuje přítomnost pouze jednoho mnohoúhelníku, části splňující kriterium 3 však tuto obtížnost snižují. Dítě může v obrázku jasně spatřovat postavu, což mu, podle mého názoru, značně ulehčí práci. Za obtížnější kombinaci považuji propojení natažené nohy a těla, tedy KD a VT. Obrázek zařadíme do kategorie Středně těžké, ale předpokládám, že jeho složení bude pro děti jednodušší než např. Liška nebo Pes.

Číňan s polévkou (Příloha 15, Obr. 28)

Tabulka 13: Kriteria obtížnosti obrázku Číňan s polévkou

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	1	-	-
Kriterium 2	0	-	-
Kriterium 3	2	klobouk, hlava	MT, ČT
Kriterium 4	7	-	-

(Obr.28)



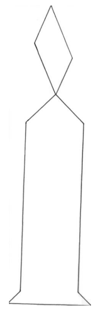
Přítomnost jednoho mnohoúhelníku a pouze dvou částí splňující kriterium 3 naznačuje obtížnost obrázku. Přestože je obrázek poměrně členitý, rozmístění dílů v rukou a těle postavy považuji za obtížné, protože si myslím, že horní část těla bude na děti opticky působit jako paralela pokrčených nohou. Budou se zde tedy pokoušet umístit VT. Na základě této úvahy bude tento obrázek zařazen do kategorie Těžké.

Svíčka (Příloha 16, Obr.29)

Tabulka 14: Kriteria obtížnosti obrázku Svíčka

Kriterium	Počet	Název části	Přítomné díly
Kriterium 1	2	-	-
Kriterium 2	1	plamen	KD
Kriterium 3	1	základna	ST
Kriterium 4	6	-	-

(Obr.29)



Přítomnost dvou mnohoúhelníků nijak významně nesnižuje obtížnost tohoto obrázku. Vzhledem k tomu, že celý druhý mnohoúhelník je pak téměř kompaktní, je zde pouze lehké naznačení odpovídající kriteriu 3, považuji za vhodné zařadit tento obrazec do kategorie Těžké. Zvláště umístění ČT ve špičce bude pravděpodobně působit problémy.

Scénář Experimentu C

Cíl: Pozorovat práci žáka a pokusit se popsat jevy poukazující na úroveň prostorové představivosti žáka. Pozorovat a popsat strategie řešení žáků. Pozorovat a popsat schopnost manipulace s díly. Vypozorovat a popsat některé jevy společné pro určité skupiny žáků.

Předpokládaná doba trvání: 20 minut

Evidence: videozáznam, osobní poznámky

1) Zadání úlohy
2) Čas na řešení

7.3 PŘEHLED EXPERIMENTŮ

Následující tabulka poskytuje informace o provedených experimentech a jejich přehled.

Tabulka 15: Přehled experimentů

Roč.	Hod.	Počet ch.	Počet d.	Malé ▼	Velký ▼	Obrysy
1.	2.h.	3	3	1A	-	1C
2.	1.h.	3	3	2A	-	2C
3.	4.h.	3	3	3A	3B	3C
4.	2.h.	3	3	4A	4B	4C
5.	3.h.	3	3	5A	5B	5C

7.4 EXPERIMENT A

Vzhledem k tomu, že určité skupiny žáků volily stejné strategie řešení a způsoby záznamu řešení, popíšu pouze žáky, u kterých se vyskytne nová strategie řešení nebo jiný způsob záznamu. Pro každý ročník pak uvedu tabulku celkových výsledků analýzy experimentu.

Experiment 1A

Průběh Experimentu 1A - Kryštof

Po zadání úlohy začal Kryštof ihned přikládat malé trojúhelníky k sobě. Dílky si skládal před sebou na lavici. Jako první složil čtverec. Podíval se, zda odpovídá některému z dílů. Zjistil, že ano. Tento díl si odsunul na stranu a pokračoval ve skládání. Dále našel trojúhelník. Opět ho vyhledal v tangramu, odsunul ho na stranu a pokračoval. Posledním nalezeným dílem byl kosodélník.

Strategie řešení

Chlapec skládá díly přímo na lavici. První tvar, který začal skládat, byl čtverec. Předpokládám, že čtverec byl pro něj nejznámější tvar a byl si jist, že z takových trojúhelníků lze složit. Tuto jeho strategii nazvu *Strategie známého tvaru.*. Porovnání složeného obrazce s dílem prováděl pouze vizuálně. Tuto jeho strategii budu dále nazývat *Strategie vizuálního porovnání.*

Způsob záznamu řešení

Pokud Kryštof našel některý z tvarů, který odpovídal dílu, odsunul si tento díl na stranu a pokračoval v práci. Tento způsob záznamu budu dále nazývat *Záznam dílkem*.

Průběh Experimentu 1A - Eva

Po zaznění úkolu začala dívka ihned pracovat. Uchopila čtvercový díl a začala přímo na něj přikládat malé trojúhelníky. Dívka zjistila, že tento tvar lze složit. Posunula čtvercový díl zpět do hromádky dílků a vzala kosodélník. Po chvilce zkoušení zjistila, že i tento tvar lze složit. Vrátila ho do hromádky a našla středně velký trojúhelník. Přiložila jeden dílek, chvilku otáčela s druhým, než nalezla správnou polohu. Velký trojúhelník pouze vytáhla z hromádky, podívala se na něj a zase jej odložila.

Strategie řešení

První strategie, kterou Eva použila, byla stejná jako ta Kryštofova. Byla to *Strategie známého tvaru.* Dívka okamžitě sáhla po čtverci, tedy známém tvaru. Její další strategie se však už lišila. Přikládala trojúhelníky přímo na konkrétní dílky tangramu. Tuto její strategii nazvu *Strategie přikládání na díl*.

Způsob záznamu řešení

Tato dívka použila pro záznam řešení pouze svou paměť. Všechny díly, které složila, si zapamatovala. Tento její způsob nazvu *Záznam pamětí*.

Celkové výsledky analýzy Experimentu 1A

V následující tabulce uvedu přehled výsledků analýzy celé skupiny.

Tabulka 16: Celkové výsledky Experimentu 1A

Jméno	Nalezená řešení	Strategie řešení	Záznam řešení
Ilona	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam Dílem*
Eva	ČT, ST, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*
Jana	ČT, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*
Přemek	ČT, ST	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam pamětí*
David	ČT, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*
Kryštof	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam Dílem*

Kromě strategií uvedených v tabulce použili všichni žáci *Strategii známého tvaru*. Všichni žáci složili jako první čtverec.

Experiment 2A

Průběh Experimentu 2A – Marie

Dívka začala skládat trojúhelníky přímo na dílky. První díl, na který pokládala trojúhelníky, byl čtverec. Po tom, co zjistila, že dílek jde složit, posunula si dílek na kraj lavice a uchopila trojúhelník. Znovu otáčela trojúhelníky, dokud nedosáhla pokrytí celého dílku. Opět odsunula na stranu. Uchopila VT a přiložila na něj oba MT. Zjistila, že dílky nepokrývají celou plochu VT. Odsunula jej na druhou stranu lavice než předešlé dva dílky. Pak uchopila KD. Položila na něj oba MT, pak jej uchopila a položila na stranu lavice k ČT a ST.

Strategie řešení se shodovaly se strategiemi ostatních žáků, lišil se však způsob záznamu řešení. Vedle *Záznamu dílkem* použila ještě jeden způsob, a to třídění. Dívka si na jednu stranu odkládala díly, které řešením jsou a na druhou ty, které řešením nejsou. Tento způsob budu dále nazývat *Záznam tříděním*.

Celkové výsledky analýzy Experimentu 2A

Přehled výsledků analýzy celého tohoto experimentu nabízí následující tabulka.

Tabulka 17: Celkové výsledky Experimentu 2A

Jméno	Nalezená řešení	Strategie řešení	Záznam řešení
Nikola	ČT, ST	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*
Marie	ČT, ST, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam dílkem* *Záznam tříděním*
Anna	ČT, ST, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*
Daniel	ČT, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam dílkem*
Patrik	ČT, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*
Karel	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam pamětí*

Všichni žáci použili *Strategie známého tvaru.*

Experiment 3A

V této skupině se všechny strategie i záznamy řešení shodovaly s předchozími žáky, nevyskytly se žádné nové.

Celkové výsledky analýzy Experimentu 3A

Přehled výsledků analýzy celé skupiny poskytuje následující tabulka.

Tabulka 18: Celkové výsledky Experimentu 3A

Jméno	Nalezená řešení	Strategie řešení	Záznam řešení
Vendulka	ČT, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam dílkem*
Květa	ČT, ST	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam pamětí*
Vanda	ČT, ST, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam dílkem*
Toník	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam pamětí*
Pavel	ČT, ST	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam pamětí*
Teo	ČT, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*

Kromě Toníka použili všichni žáci i *Strategii známého tvaru*.

Experiment 4A

Průběh Experimentu 4A – Josef

Ihned po zadání úkolu začal chlapec přímo na lavici různě přikládat MT k sobě. Prvním nalezeným řešením byl čtverec. Josef nalezl čtverec v sadě tangramových dílků a odložil ho na stranu lavice. Začal skládat znovu, na lavici otáčel dílky, až nalezl kosodélník. Jeho sestavený obrazec byl však převrácený. Chlapec na oba tvary chvíli hleděl, pak uchopil kosodélníkový díl a převrátil ho přesně na složený útvar. Tím se přesvědčil, že tento útvar je shodný a položil si KD na stranu lavice. Chlapec otáčel dílky dále a nalezl trojúhelník. Tam proběhla kontrola správnosti pouze vizuálně.

Strategie řešení

Chlapec začal složením čtverce, tedy užil *Strategii známého tvaru*. Své vytvořené obrazce porovnával s dílky tangramu pohledem, použil tedy *Strategii vizuálního porovnání*. Josef však narazil na dva objekty, které neuměl porovnat pouze vizuálně. Rozhodl se tedy dílek položit přímo na sestavený objekt.Takovému způsobu řešení, tedy přiložení dílku na složený tvar, budu říkat *Strategie přímého fyzického porovnání*.

Celkové výsledky analýzy Experimentu 4A

Výsledky analýzy experimentu pro celou skupinu žáků podává následující tabulka.

Tabulka 19: Celkové výsledky Experimentu 4A

Jméno	Nalezená řešení	Strategie řešení	Záznam řešení
Táňa	ČT, ST	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam dílkem*
Běta	ČT	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*
Naďa	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam dílkem*
Martin	ČT, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam pamětí*
Josef	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání, Strategie přímého fyzického porovnání*	*Záznam dílkem*
Kamil	ČT, ST	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*

Všichni žáci navíc použili *Strategii známého tvaru*.

Experiment 5A

V této skupině se opět opakovaly strategie a záznamy řešení popsané výše.

Celkové výsledky analýzy Experimentu 5A

V následující tabulce uvedu přehled výsledků analýzy celé skupiny.

Tabulka 20: Celkové výsledky Experimentu 5A

Jméno	Nalezená řešení	Strategie řešení	Záznam řešení
Alena	ČT, ST, KD	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam dílkem*
Klára	ČT, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam dílkem*
Tina	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam dílkem*
Denis	ČT, ST	*Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*
Filip	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*	*Záznam dílkem*
Jarda	ČT, ST	*Strategie vizuálního porovnání, Strategie přikládání na díl*	*Záznam pamětí*

Všichni žáci použili *Strategie známého tvaru.*

7.5 EXPERIMENT B

Po zkušenostech s Úlohou A žáci používali dva druhy strategií, které byly popsány v experimentech s označením A. Tyto strategie byly *Strategie přikládání na díl* a *Strategie vizuálního porovnání.* Tedy buď žáci skládali dílky přímo na VT, nebo na lavici a porovnávali svůj složený tvar s tvarem VT pohledem, čili vizuálně.

Následující tabulky ukazují, kterou strategii kdo použil a jaká řešení konkrétní žáci nalezli. Jelikož v každém řešení se nachází dva MT a jeden jiný dílek (ST, KD, ČT), budu označovat jednotlivá řešení právě názvy těchto jiných dílků. Tedy označení ST v této tabulce znamená, že žák našel řešení, kdy k seskládání VT použil MT, MT a ST.

Tohoto experimentu se účastnily pouze 3.-5. ročníky . Tabulky ukazují celkové výsledky jednotlivých experimentů

Experiment 3B

Tabulka 21: Celkové výsledky Experimentu 3B

Jméno	Nalezená řešení	Strategie řešení
Vendulka	ČT, ST	*Strategie vizuálního porovnání*
Květa	ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*
Vanda	ČT, KD	*Strategie přikládání na díl*
Toník	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*
Pavel	ST	*Strategie vizuálního porovnání*
Teo	ST, KD	*Strategie přikládání na díl*

Z tabulky vyplývá, že pouze 1 žák nalezl všechna řešení této úlohy. Překvapující je, že řešení se čtvercem nenalezla polovina žáků. Předpokládám, že je to způsobeno nezvyklou polohou čtverce v tomto řešení (je postavený na vrcholu).

Experiment 4B

Tabulka 22: Celkové výsledky Experimentu 4B

Jméno	Nalezená řešení	Strategie řešení
Táňa	KD	*Strategie vizuálního porovnání*
Běta	ST	*Strategie přikládání na díl*
Naďa	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*
Martin	ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*
Josef	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*
Kamil	ČT, KD	*Strategie přikládání na díl*

Zajímavým a překvapivým výsledkem tohoto experimentu bylo, že téměř všichni žáci nalezli řešení s KD, naopak nejméně žáků nalezlo řešení se ČT. Pravděpodobně je opět příčinou nezvyklá poloha čtverce v tomto řešení.

Experiment 5B

Tabulka 23: Celkové výsledky Experimentu 5B

Jméno	Nalezená řešení	Strategie řešení
Alena	ČT, ST, KD	*Strategie přikládání na díl*
Klára	ST, KD	*Strategie přikládání na díl*
Tina	ČT, ST	*Strategie vizuálního porovnání*
Denis	KD, ST	*Strategie přikládání na díl*
Filip	ČT, ST, KD	*Strategie vizuálního porovnání*
Jarda	ČT, ST	*Strategie přikládání na díl*

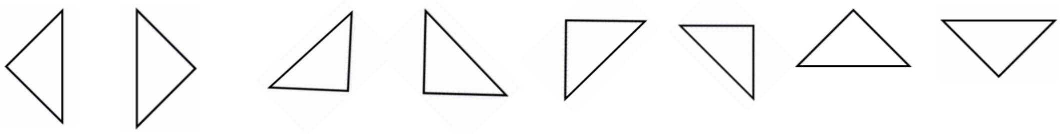
V této třídě jsem u jedné dívky zaznamenala změnu strategie oproti Experimentu A. Jinak žáci používali strategie stejné. Všichni žáci nalezli řešení se ST.

7.6 EXPERIMENT C

Pro zjednodušení popisu budou použity následující zkratky pro jednotlivé díly a pozice trojúhelníků:

KD – kosodélník, MT – malý trojúhelník, ST – středně velký trojúhelník, VT – velký trojúhelník, ČT – čtverec

Pozice trojúhelníků:



SV-L SV-P ŠI-PD ŠI-LD ŠI-LH ŠI-PH V-H V-S

Zkratky pozic trojúhelníků vyjadřují polohu přepony a pravého úhlu (SV-L = svislá poloha přepony, pravý úhel vlevo).

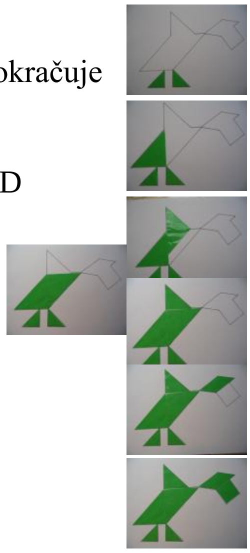
V závorce u kroku v popisu je uvedeno, kolik sekund dítěti konkrétní krok trval. Při čtení popisů žákovských řešení si může čtenář rozevřít arch přílohy každého obrázku, kde se nachází jeho obrys s názvy jednotlivých částí obrázku. To zjednoduší čtenáři orientaci v obrázku, jelikož jsou tyto názvy použity v popisech žákovských řešení. Čtenář najde u obrázku i pozice trojúhelníků zmíněné výše.

U každého ročníku popíši práci vybraných žáků a pokusím se vysvětlit některé jevy, které se zde vyskytnou. Po popisech jednotlivých žáků uvedu celkové výsledky analýzy pro celý ročník. Na konci kapitoly pak popíši některé jevy společné pro všech 5 ročníků, tyto popisy doplním tabulkami.

7.6.1 Experiment 1C

Průběh experimentu 1C –Přemek

Kachna (Příloha 5) - Celkový čas 31 sekund.

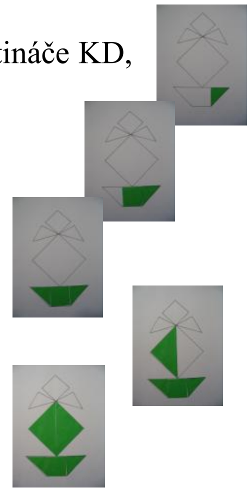


1. (6) uchopí MT a umístí ho správně do levé nožičky, pokračuje druhým MT do pravé
2. (6) VT přiměřuje do zadní části těla, pak umístí v pozici ŠI-PD
3. (5) VT dá do přední části těla a křídla v pozici SV-P
4. (3) chybný VT odstraní a umístí správně v pozici ŠI-LH
5. (4) ST otáčí nad křídlem a umístí v pozici ŠI-LD
6. (5) KD dává do hlavy, ale musí převrátit, převrátí hned
7. (2) ČT do zobáku

Analýza řešení obrázku Kachna

Chlapec se podívá na obrázek a začne od nápadných částí – prvním umístěným tvarem je MT. Postupuje od obrázku k dílům, snaží se otáčet si díly v ruce, aby je mohl umístit přesně, VT dokonce přiměřuje k obrázku, aby si byl jist polohou. V tomto obrázku okamžitě napraví chybu, kterou udělá, vidí nesmyslný prostor, který zde vznikl (bod 3.).

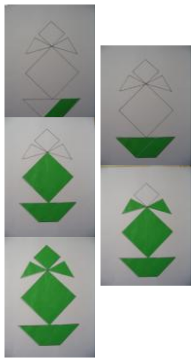
Kaktus (Příloha 3) - Celkový čas 85 sekund.



1. (6) podívá se na spodní část obrázku a začne skládat do květináče KD, který dá do špatné pozice, hned odstraní
2. (3) MT umístí do pravé části květináče v pozici ŠI-LH
3. (2) ČT umístí doprostřed květináče
4. (4) MT umístí do levé části květináče v pozici ŠI-PH
5. (5) VT dá do levé části těla v pozici SV-L
6. (4) VT do pravé části těla v pozici SV-P
7. (30) v ruce drží ST a KD, kouká na obrázek, hledá nějaké

další dílky na lavici, pod papírem, pod lavicí

8. (10) kouká na obrázek a pak ho celý shodí z papíru
9. (3) KD umístí do pravé části květináče
10. (4) ST umístí do květináče
11. (5) oba VT umístí do těla najednou
12. (7) postupně umístí oba MT do spodních květů
13. (2) ČT umístí do květu



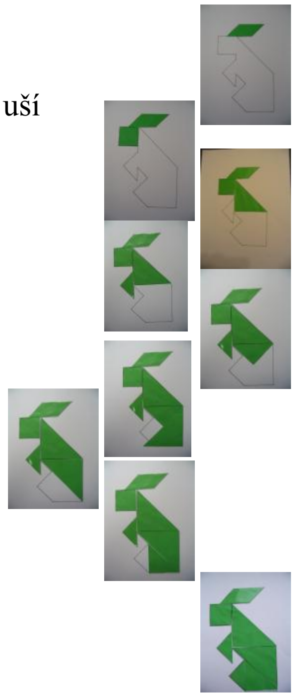
Analýza řešení obrázku Kaktus

Chlapec se podívá pouze na spodní část obrázku a začne skládat květináč, do kterého umístí špatné díly, ty mu pak chybí jinde. Dívá se na obrázek a situaci okomentuje slovy: „Jak mám tohle postavit z tadytěch dílků?“ Chlapec dílky hledá pod lavicí, což by mohlo naznačovat, že nespojuje celek tangramu s jeho částmi. Na myšlenku spočítat dílky však nepřijde. Na druhý pokus již skládá bez potíží a vidí, co má kam položit, dílky přesně otáčí ve vzduchu do správné polohy.

Zajíc (Příloha 7) – Celkový čas 58 sekund.

1. (5) podívá se na obrázek a vezme KD, otáčí, pak převrátí, do uší
2. (4) ČT umístí do hlavy
3. (8) VT se pokouší dát v pozici SV-P, ale pak otočí do ŠI-LD
4. (6) MT umístí do předních pacek v pozici SV-L
5. (5) ST umístí pod VT do těla v pozici V-S
6. (6) VT umístí do dolní části těla v pozici ŠI-PD

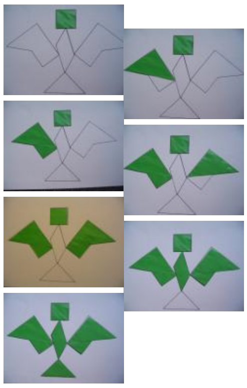
7. (5) odstraní ST i VT ze spodní části těla
8. (7) VT umístí do spodní části těla v pozici ŠI-PH
9. (8) ST umístí do spodní části těla v pozici ŠI-LD
10. (4) MT umístí do zadních pacek V pozici SV-L



Analýza řešení obrázku Zajíc

Chlapec se podívá na obrázek (analyzuje), tentokrát začne od horní části-KD, tedy od nápadného tvaru. Postupuje od obrázku k dílu (na základě pohledu na obrázek uchopí díl). Díly otáčí a převrací ve vzduchu. Snaží se je umisťovat přesně. Při práci se chová chaoticky, často hledá dílky pod lavicí. V poslední fázi (po 8. bodě) už vidí, co kam umístit.

Motýl (Příloha 4) - Celkový čas 28 sekund.



1. (3) ČT umístí do hlavy
2. (4) VT položí do horní části levého křídla v pozici V-H
3. (3) MT umístí do dolní části levého křídla v pozici V-S
4. (5) VT umístí do horní části pravého křídla v pozici V-H
5. (4) MT umístí do dolní části pravého křídla v pozici V-S
6. (5) KD dává do těla, ale nejde umístit, hned převrátí
7. (4) ST umístí do ocasu

Analýza řešení obrázku Motýl

Chlapec postupuje od obrázku k dílu. Po krátkém pohledu umístí jako první ČT, začíná nápadnou částí. Pak postupuje systematicky skládáním křídel. Podle způsobu práce usuzuji, že vnímá shodnost křídel. Při umisťování KD nemá problém ho převrátit. S díly nijak neotáčí, umisťuje je přesně.

Strategie řešení

U tohoto chlapce můžeme vidět několik dílčích strategií řešení. Podívá se na obrázek a jeho části, tedy použije *Strategii prvotní analýzy obrázku* (s výjimkou obrázku Kaktus, kdy zaměřil pozornost pouze na spodní část tohoto obrázku). Začíná skládat *Strategií Obrázek→Díl*. To znamená, že se podívá na obrázek a podle toho uchopuje díly a umisťuje je. Kromě obrázku Kaktus začne od nápadných částí obrázku, což jsou ty části, které se tvarem podobají některému z dílů. Tomuto postupu budu říkat *Strategie nápadných částí obrázku.* Předpokládám, že se u chlapce tyto strategie vyvíjely, použil je u obrázku prvního, ale ne u druhého. Objevil je znovu až při dalších pokusech. Při skládání obrázku Zajíc použil novou *Strategii přiměřování*, kdy dílky přiměřuje nad obrázkem a zjišťuje, zda je konkrétní poloha správná. Použití této strategie značí, že otočil postup, tedy přešel na *Strategii Díl→Obrázek* (hledá v obrázku umístění pro konkrétní díl).

Geometrické jevy, které jsou osobností

Čtverec (složený ze dvou trojúhelníků)

Postupem, který je popsán u obrázku Kaktus v bodech 5.,6., mě chlapec přivedl k názoru, že čtverec je v jeho vědomí již osobností. Při práci neváhal nad jeho složením, okamžitě sáhl po velkých trojúhelnících.

Geometrické jevy, které nejsou osobností

Shodnost

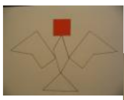
Při práci na obrázku Motýl se ukázalo, že chlapec je schopen vnímat shodnost mnohoúhelníků znázorňující křídla. Velmi rychle pochopil, že tyto shodné části může složit ze shodných dílů. Pravděpodobně by však neuměl vysvětlit tento pojem, spíš by jev popsal jako „stejnost“. Myslím si ale, že tato zkušenost pro něj bude cenná při dalším poznávání tohoto jevu a získal tak jeden z izolovaných modelů budoucího poznání shodnosti.

Problém kosodélník

S úkolem převrátit kosodélník se chlapec setkal hned při skládání prvního obrázku. Vyrovnal se s ním však okamžitě, což dokládá bod 6. v popisu řešení obrázku Kachna. V dalším obrázku (Kaktus) bylo nutné tento díl převrátit hned v prvním bodě, ale to Přemek neudělal. Předpokládám, že chlapec tak neučinil, protože se jednalo o větší plochu, která nijak umístění KD nenaznačovala.

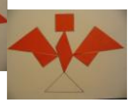
<u>Průběh experimentu 1C – Ilona</u>

Motýl (Příloha 4) – Celkový čas 33 sekund.




1. (3) na obrázek se podívá a ČT umístí do hlavy
2. (7) KD položí do těla, otáčí s ním, pak převrátí a umístí
3. (6) VT umístí do horní části pravého křídla v pozici V-H
4. (7) MT položí do spodní části pravého křídla v pozici V-S
5. (5) VT položí do horní části levého křídla v pozici V-H
6. (7) MT umístí to spodní části levého křídla v pozici V-S
7. (8) ST položí do ocasu v pozici V-H

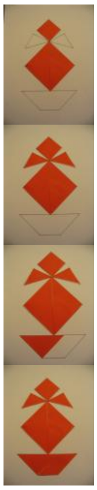



Analýza řešení obrázku Motýl

Dívka se podívala na obrázek a okamžitě umístila ČT jako první díl. Provedla tedy analýzu a základě toho začala od nápadných částí obrázku, od známého dílu. Postupovala systematicky, nejprve složila první křídlo a stejným způsobem druhé. Pravděpodobně si všimla jejich shodnosti (body 3.-6.).

Kaktus (Příloha 3) – Celkový čas 29 sekund.



1. (3) na obrázek se podívá a ČT umístí do květu
2. (6) oba VT umístí v rychlém sledu do těla, nejprve vlevo (SV-L) , pak vpravo (SV-P)
3. (8) Oba MT umístí do dolních květů v pozici V-H, nejprve vlevo, pak vpravo
4. (6) ST položí přesně do levé části květináče v pozici V-S
5. (6) KD umístí do pravé části květináče, nejprve ve špatné poloze, otočí ho, nakonec převrátí

Analýza řešení obrázku Kaktus

Při řešení tohoto obrázku dívka postupuje stejně jako u obrázků předchozích. Zvláštností je, že shodné dílky, které umisťuje na obě strany od pomyslné osy souměrnosti, umisťuje vždy od levé strany (body 2. a 3.). Myslím si, že se zde i při skládání obrázků projevuje návyk z hodin ČJ, kdy děti z levé strany čtou a píšou.

Dinosaurus (Příloha 6) – Celkový čas 36 sekund.





1. (5) obrázek má špatně položený, hlavou k sobě, ČT umístí do zadní nohy
2. (3) ČT odstraní a MT umístí do zadní nohy v pozici ŠI-PH
3. (5) druhý MT umístí do zadní nohy dinosaura v pozici ŠI-PD
4. (3) VT umístí do 2. hrbu v pozici SV-P
5. (5) ST umístí do přední nohy v pozici SV-L
6. (4) VT umístí do 1. hrbu v pozici SV-P
7. (5) ČT položí do hlavy
8. (3) KD dá do krku, nemusí otáčet



Analýza řešení obrázku Dinosaurus

Dívka opět jako první díl umístí ČT, avšak chybně. Chybu hned napraví a okamžitě složí správně trojúhelník ze dvou malých. Tento „první“ krok se dále již neopakoval u žádného z žáků v této skupině. Dívka postupuje od obrázku k dílům, vždy uchopí díl, otočí ho v ruce a přesně umístí. Nemá problém vidět, že v 1. i 2. hrbu bude umístění dílů stejné.

Kočka (Příloha 10) – nedokončí, po 90 sekundách, musí ukončit práci

1. (4) MT umístí do pravého ucha v pozici ŠI-PD
2. (4) MT umístí do pravého ucha v pozici ŠI-LD,což jí nevychází, odstraní oba MT

3. (3) KD umístí do pravého ucha

4. (6) MT opět umístí do levého ucha v pozici ŠI-LD, čímž si odstrčí KD z druhého ucha

5. (4) MT otočí do pozice SV-P
6. (7) KD si posune zpět do ucha
7. (12) druhý MT umístí do hlavy v pozici SV-L a ST umístí do hrudi v pozici ŠI-LH

8. (12) VT pootáčí a pohybuje v těle a hřbetu, nakonec si odstrčí ST a umístí v pozici SV-L do hřbetu a těla

9. (25) dlouho kouká okolo, zkouší ČT do hrudi, ST do spodní části těla, nakonec umístí ST do hrudi

10. (6) VT umístí do dolní části těla v pozici ŠI-LD

- zbývá jí čtverec do místa kosodélníkového tvaru, přesto zkouší ČT umístit
- obrázek nedoskládala, musela ukončit práci

Analýza řešení obrázku Kočka

Dívka si obrázek prohlédla a začala od nápadných částí, ale chybně. U tohoto obrázku si dívka již nedokázala správně rozdělit plochu a začala postupovat od dílu k obrázku, což dokazuje otáčení VT v těle kočky (bod 9.). Tento způsob práce poukazuje také na použití pokusu-omylu.

Strategie řešení

Při skládání tangramových obrazců používá tato dívka několik dílčích strategií. Nejprve se na obrázek podívá, použije *Strategii prvotní analýzy obrázku*. Po této analýze nalezne nápadné části a u nich začne, použije tedy *Strategii Obrázek→Díl* a *Strategii nápadných částí obrázku*. Nápadné části obrázku však neosadila všechny po sobě, nýbrž začala z jedné strany, např. horní, a pokračovala postupně dolů. Zvláštností u skládání prvních obrázků bylo, že vždy začala čtvercem. Předpokládám, že důvodem tohoto kroku bylo to, že tento tvar je pro ni velmi známý. Nazveme tedy tuto její strategii *Strategie primárního umístění známého tvaru.* Tento tvar však musí být jasně viditelný na obrázku, jakmile tomu tak není, tuto strategii vynechá (to dokládá bod 1. v popisu obrázku Kočka). Při skládání obrázků z kategorie Lehké si můžeme všimnout, že dívce se postupně (na základě užití výše uvedených strategií) zaplňovala plocha obrázku a podle toho osazovala díly plochu zbývající. Tedy ve zbývající ploše viděla umístění dalšího dílu. To můžeme považovat za elementární formu *Strategie představy dílu*. Pokud toto neviděla (u kategorie Středně těžké), použila *Strategii pokus-omyl.* Použití této strategie dokládá např. bod 9. v popisu řešení obrázku Kočka.

Geometrické jevy, které jsou osobností

Čtverec (složený ze dvou trojúhelníků)

Ve vědomí dívky je tento jev již osobností. Dokládá to nejen postup při skládání obrázku Kaktus, ale i fakt, že při skládání jednoduchých obrázků uchopovala a umisťovala čtvercový díl jako první.

Trojúhelník (složený ze dvou trojúhelníků)

Při skládání obrázku Dinosaurus dívka hned v 2. a 3. bodu sestavila ST ze dvou MT. Toto považuji za dobrý argument pro názor, že v Ilonině vědomí je tento jev již osobností.

Shodnost

Dívka vnímala shodnost mnohoúhelníků, které tvoří křídla, v obrázku Motýl. Podle toho také postupovala ve své práci. Nejprve postavila levé křídlo a pak ve stejném pořadí dílů postavila křídlo pravé. Při skládání obrázku Dinosaurus taktéž objevila, že 1. a

2. hrb i přední a zadní noha se budou skládat ze stejných dílů. Bez problémů umístila oba VT, poradila si i s kopií ST vytvořenou z MT.

Problém Kosodélník

Během skládání obrazců narazila Ilona i na úkol převrátit KD. Ten převrátila hned, jakmile s ním otočila a zjistila, že tato cesta není správná.

<u>Celková analýza Experimentu 1C</u>

Strategie řešení

Žáci popisovaní výše užili všechny strategie řešení, které se v této skupině vyskytly. Nejprve se na obrázek podívali, což poukazuje na *Strategii prvotní analýzy obrázku* (s výjimkou Přemka, který tuto analýzu provedl nedostatečně v případě obrázku Kaktus) , následně nasazují *Strategii Obrázek → Díl,* prvními díly jsou většinou ty, které jsou v obrázku rozpoznatelné na první pohled. Uplatňují tedy *Strategii nápadných dílů.* Výše popisovaná dívka ještě navíc použila *Strategii primárního umístění známého tvaru,* kdy umisťovala jako první čtverec, který je pro ni dobře známým tvarem. Tuto strategii žádný jiný žák nepoužil, stejně tak *Strategii představy dílu*. Naopak *Strategii přiměřování*, která byla popsána u Přemka, použily ještě další dvě dívky (Eva, Jana) a jeden chlapec (Kryštof). U všech žáků se objevily další strategie, a to *Strategie Díl→Obrázek* , nejčastěji kombinovaná se *Strategií pokus-omyl.*

Následující tabulka ukazuje, které obrázky konkrétní žáci skládali a jak dlouho. Uvedené časové údaje jsou v sekundách. Symbol x značí nedokončení obrázku.

Tabulka 24: Porovnání časových údajů u jednotlivých žáků – Experiment 1C

	Ilona	Eva	Jana	Přemek	David	Kryštof
Motýl	33	43	32	28	49	-
Kaktus	29	39	30	85	37	85
Kachna	39	80	27	31	127	49
Dinosaurus	36	112	146	-	315x	182
Zajíc	38	46	248x,37	58	451	156
Kočka	90x	94	320	66x	-	54
Pes	-	317	80	-	-	198
Labuť	54	120	79	184	-	-
Koza	-	62x	40	-	-	-
Liška	-	-	50x	-	-	-

Geometrické jevy, které jsou či nejsou osobností

Čtverec (složený ze dvou trojúhelníků)

Všichni žáci se s úkolem složit čtverec z dvou trojúhelníků vyrovnali dobře a bez potíží. Při skládání obrázku kaktus automaticky sahali po VT. Pro děti je to tvar známý, proto ho také nejčastěji umisťovaly jako první. Domnívám se tedy, že tento jev je již v jejich vědomí osobností.

Trojúhelník (složený ze dvou trojúhelníků)

S úkolem složit trojúhelník ze dvou menších trojúhelníků se žáci setkali při skládání obrázku Dinosaurus. Bez váhání se s tímto úkolem vyrovnaly pouze dvě dívky (výše popisovaná Ilona a Jana, která si tvar složila v ruce a položila do obrázku). Předpokládám, že u těchto dívek, je již tento jev v jejich vědomí jako osobnost. U zbylých žáků tato představa automaticky nevystoupila, a tak prošli při objevování tohoto vztahu třemi fázemi postupu: přiložení pravého úhlu MT na pravý úhel prostoru o velikosti a tvaru ST, přiložení ostrého úhlu MT na jeden z ostrých úhlů prostoru o velikosti a tvaru ST, přiložení přepon MT k odvěsnám prostoru o velikosti a tvaru ST.

Shodnost

S tímto jevem se žáci setkali v obrázku Motýl, částečně i v obrázku Dinosaurus. Zatímco v prvním jmenovaném ho objevili všichni žáci, tedy shodné mnohoúhelníky tvořící křídla bez problémů postavili ze stejných dílů, v druhém pouze 2/3 z nich. Myslím si, že příčiny byly dvě. Žáci si Dinosaura položili špatně, čímž trojúhelníky v hrbech neležely v obvyklé poloze na přeponě. Druhým faktorem způsobující to, že žáci měli problém s umístěním VT do 1.hrbu byl fakt, že hrb navazuje na krk a hlavu dinosaura, tudíž je složitější této části odhalit.

Problém Kosodélník

Jediný žák, který si hned neporadil s úkolem převrátit kosodélník, byl David. Ostatní žáci s tvarem otočili a hned jej převrátili. Davidovi tento objev trval podstatně déle, okolo půl minuty.

7.6.2 Experiment 2

<u>Průběh Experimentu 2C – Daniel</u>

Kaktus (Příloha 3) – Celkový čas 31 sekund

1. (4) VT najde pod lavicí a přesně umístí do levé části těla v pozici SV-L
2. (2) druhý VT umístí do pravé části těla v pozici SV-P
3. (7) KD položí do pravé části květináče, ale ve špatné poloze, ve stejně chybné poloze (převrátí) ho položí i do levé části a odloží
4. (3) ST umístí do levé části květináče v poloze V-S
5. (3) KD chce umístit vedle ST, přiloží, ten nesedí, ihned převrátí
6. (7) do obou rukou najednou bere oba MT, otočí je v ruce a přesně umístí nejprve do levého spodního květu a pak do pravého
7. (5) ČT si ve vzduchu nad obrázkem otočí do správné polohy a umístí do květu

Analýza řešení obrázku Kaktus

Chlapec se na obrázek podívá (tedy analyzuje) a jako první umístí VT. Předpokládám, že se u tohoto kroku nejedná o Strategii primárního umístění VT, spíše chlapce zaujal známý tvar, který dva VT vytváří – čtverec. Zajímavé je, že v případě tohoto obrázku chlapec nejprve umisťuje díly do těch mnohoúhelníků, které se skládají z více dílů. Umístění dílů do nápadných částí obrázku nechává až naposledy.

Zajíc (Příloha 7) – Celkový čas 127 sekund

1. (4) obrázek si položí opačně – hlavou k sobě a KD umístí do uší, ten nesedí, hned převrátí
2. (5) ČT umístí do hlavy
3. (3) VT položí do horní části těla v pozici SV-L
4. (6) odstraní VT a nahradí ho ST ve stejné pozici
5. (6) uchopí MT, otočí si obrázek do správné polohy a umístí ho do předních pacek v pozici SV-L
6. (7) chvíli se rozhoduje, který trojúhelník si vezme, pak MT a

umístí ho do zadních pacek v pozici SV-L

7. (11) chvíli zkouší VT ve vzduchu nad tělem, pak odstraní MT ze zadních pacek a ST z horní části těla a MT umístí za hlavu v pozici SV-P


8. (10) ST chvilku točí a pak umístí do zadních pacek v pozici SV-L

9. (6) ST přesune do spodní části těla v pozici ŠI-PD

10. (12) VT poměřuje k tělu, ale pak odstraní MT od hlavy a v pozici ŠI-LD tam umístí ST

11. (6) VT přiměřuje u dolní části těla, pak dá MT do dolní části těla v pozici ŠI-PD a uloží VT v pozici SV-P do těla


12. (8) kouká na obrázek a odstraní díly ze spodní části těla

13. (6) opět kouká na obrázek a ST vymění za VT ve stejné pozici
14. (3) ST umístí do těla pod VT v pozici V-S

15. (8) VT položí do spodní části těla v pozici ŠI-PD, pak se dívá, znovu uchopí VT, převrátí a umístí totožně

16. (5) pokouší se umístit MT do zbylého místa a otáčí s ním, nechá ho v dolních packách pozici SV-L

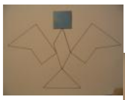
17. (15) odstraní ST, pak dlouho převrací VT v ruce, baví se s kamarádkou a pak správně umístí do těla v pozici ŠI-PH

18. (6) ST umístí do zbylého místa v pozici ŠI-LD

Analýza řešení obrázku Zajíc

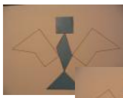
Daniel se na obrázek podívá a začne od nápadných částí, konkrétně umístí KD. Nejprve postupuje od obrázku k dílu, ale později se uchýlí k hledání pozic pro konkrétní díly – VT. To dokládá např. bod 11. K dořešení obrázku bylo klíčové nalézt polohu obou VT. Chlapec obratně zachází s kosodélníkem, převrací ho ihned, jakmile zjistí, že točením ho neumístí.

Motýl (Příloha 4) – Celkový čas 39 sekund

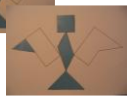



1. (3) na obrázek se podívá a umístí ČT do hlavy
2. (4) KD dává do těla, ale nesedí, ihned převrátí

3. (4) uchopí VT, hned odloží a vezme ST, umístí přesně do ocasu v pozici V-H



4. (3) MT uchopí a umístí do levé části horního křídla v pozici V-H



5. (7) podívá se na obrázek, uchopí oba VT do obou rukou, odstraní MT z křídla a VT umístí do levé horní části křídla (pozice V-H), pak MT umístí do spodní části levého křídla (pozice V-S)

6. (5) VT dlouho převrací v ruce a nemůže najít pozici v křídle
7. (10) podívá se na levé křídlo, ale přesto stále nemůže najít pozici VT, nakonec po delším převracení najde pozici V-H a umístí

8. (3) MT už umístí bez váhání do dolní části levého křídla v pozici V-S

Analýza řešení obrázku Motýl

Daniel se podívá na obrázek a pak začne od nápadných částí obrázku. Prvním umístěným dílem je ČT. Tělo i ocas osadí díly bez problémů, ten však nastává u křídel. Když dobře složí první z nich, nevidí shodnost těchto dílů a musí hledat umístění VT znovu.

Dinosaurus (Příloha 6) – Celkový čas 44 sekund

1. (3) obrázek má hlavou dolů, začne umístěním ST do zadní nohy v pozici V-H

2. (3) VT ve vzduchu převrátí a umístí v pozici V-S do 2. hrbu

3. (5) uchopí ČT i MT najednou, umístí ČT do hlavy a MT pod něj do krku v pozici SV-L

4. (4) druhý MT umístí pod první v pozici SV-P

5. (9) VT obrací nad 1. hrbem tak dlouho, dokud ho neobrátí do správné pozice (V-S)

6. (7) kouká na obrázek, odstraní si hlavu a krk a ST přemístí ze zadní nohy do přední

7. (5) oba MT umístí postupně do zadní nohy ve správných pozicích (ŠI-PD a ŠI-LD)

8. (8) KD převrátí a umístí do krku, následuje ČT do hlavy

Analýza řešení obrázku Dinosaurus

Chlapec se na obrázek podívá a nezvykle začne ST. Z řešení problému, kdy potřebuje dva MT a ty jsou již umístěny v krku můžeme vyčíst, že ještě nemá představu o možné záměnnosti dílů. Odstraní totiž nejen díly z krku, ale i z hlavy (bod 6.). Podobný problém můžeme sledovat v bodu 6., kdy přemisťuje ST z jedné nohy do druhé.

Strategie řešení

Strategie řešení tangramových obrazců se u chlapce skládá z několika dílčích strategií. V počátku řešení každého obrazce můžeme najít *Strategii prvotní analýzy obrázku*, následuje *Strategie Obrázek→Díl.* Prvním umístěným dílem je vždy některý z těch, který se nápadně podobá některé části obrázku, což poukazuje na užití *Strategie nápadných částí obrázku*. U složitějších obrazců, kde není umístění VT viditelní, skládá chlapec nejprve z malých dílů, tam ještě postupuje od obrázku k dílu za používání *Strategie pokus-omyl*. Později však zjistí, že musí najít místo pro VT a zde se uchyluje ke *Strategii Díl→Obrázek.* Pro dořešení obrázků se ukázala tato změna jako klíčová, ve většině případů dořešil chlapec obrázek po tom, co odhalil správné polohy VT.

Geometrické jevy, které jsou osobností

Čtverec (složený ze dvou trojúhelníků)

Tento jev je již ve vědomí chlapce osobností. Dokládají to body 1. a 2. v postupu řešení obrázku Kaktus, kdy chlapec automaticky sahá po trojúhelnících při pohledu na čtverec. I další práce se čtvercovým dílem naznačuje, že chlapec nemá problém rozpoznávat a manipulovat s tímto tvarem.

Geometrické jevy, které nejsou osobností

Trojúhelník (složený ze dvou trojúhelníků)

Postup, který chlapec volil při skládání obrázku Dinosaurus v oblasti jeho zadní nohy (bod 7.) by mohl naznačovat, že trojúhelník osobností již je. Důvodem, proč jsem zařadila tento jev pod výše uvedený nadpis, je chlapcova manipulace s VT v obrázku Motýl (i Kočka). Chlapec si dokáže představit různé polohy trojúhelníka, pokud manipuluje v MT nebo ST. V případě VT tomu již tak není.

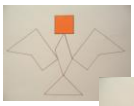
Shodnost

V popisu obrázku Motýl si můžeme povšimnout, jak hoch nakládá s VT, přestože druhý VT už má správně položený v jednom z křídel. Pravděpodobně vnímání shodnosti není na takové úrovni, aby představa shodnosti dokázala řídit chlapcovo chování. Z bodů 5. - 7. je jasné, že chlapec u každého křídla hledá pozici VT znovu.

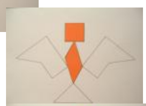
Problém kosodélník

Z popisů můžeme vyčíst, že chlapec nemá s manipulací s tímto tvarem žádné problémy. Pokud nemůže najít pozici KD otočením, ihned ho převrátí. Není zde však pevná představa o náhradě KD za dva MT a naopak. To se ukázalo při práci s obrázkem Dinosaurus, kde bylo nutno znalost tohoto vztahu uplatnit. Chlapec však z obrázku odstranil i čtverec (hlavu), který byl správně umístěn a později musel tvar na místo pokládat znovu.

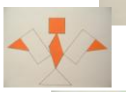
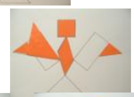
<u>Průběh Experimentu 2C – Patrik</u>



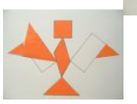
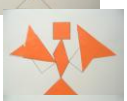
Motýl (Příloha 4) – Celkový čas 211 sekund.



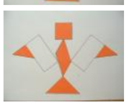


1. (5) na obrázek se podívá a ČT umístí do hlavy, přesně, neotáčí
2. (6) KD umístí do těla, nemusí převracet, přesně
3. (7) vezme VT, umístí do horní části levého křídla v pozici ŠI-LD, pak ale odstraní a ve stejné pozici dá na stejné místo ST
4. (2) MT umístí do levého křídla v pozici SV-L
5. (5) odstraní oba díly z křídla a VT otáčí v oblasti levého křídla a nakonec znovu umístí v pozici ŠI-LD
6. (7) MT umístí do levé části levého křídla v pozici V-H a odstraní VT
7. (8) stejně umístí do křídla pravého (V-H)
8. (7) do levého křídla opět umístí VT ve stejné pozici jako v bodě 5.

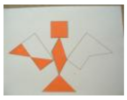





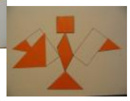


9. (5) ST umístí do ocasu
10. (6) VT umístí do pravého křídla v pozici SV-P
11. (9) odstraní VT z levého křídla a MT přesune nad dolní část, potom MT z pravého umístí do dolní části levého křídla v pozici V-S
12. (6) VT umístí do levého křídla v pozici SV-L
13. (20) dlouho kouká na děti, pak odstraní vše z levého křídla a MT umístí do leva do horní části levého křídla v pozici V-H jako v bodě 6.
14. (3) odstraní VT a to samé opět opakuje u pravého křídla jako v bodě 7.

15. (8) Kouká k sousedce, která motýla doskládala, pak přesune MT z pravého křídla do levé dolní části levého křídla v pozici V-S a chce umístit VT, protože viděl, že tam patří

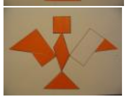


16. (5) převrací s VT nad levým křídlem, ale nenajde správnou polohu
17. (4) spodní MT opět odstraní



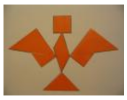
18. (27) kouká střídavě na obrázek a děti okolo
19. (6) MT opět vrátí do pravého křídla jako v bodě 7.
20. (12) kouká okolo, převrací VT v ruce, pak ho umístí do pravého křídla v pozici ŠI-LD

21. (8) VT opět odstraní a to samé opakuje v křídle levém (pozice) ŠI-PD



22. (20) různě pokládá a zase zvedá VT v levém křídle, pak nakonec otočí a umístí do správné pozice V-H, MT umístí do spodní části křídla pozice (V-S)

23. (12) v pravém křídle se snaží kopírovat pozici VT z levého, nakonec otočením umístí správně



24. (9) MT otočí v ruce a umístí do dolní části křídla v pozici V-S

Analýza řešení obrázku Motýl

Chlapec se na obrázek podívá a umístí díly do nápadných částí obrázku. Jako první umístí čtverec, tedy známý tvar. Další chlapcova strategie je pokus-omyl, který je však doprovázen chlapcovou neschopností vnímat ohraničení plochy. Ve svém postupu neustále opakuje umístění dílů (až třikrát – body 7., 14., 19.) Chlapec s díly téměř neotáčí, spíše je převrací a posouvá. Otočení nakonec vede k řešení.

S ohledem na rozsah práce uvedu u tohoto chlapce pouze řešení jednoho obrázku. Řešení ostatních obrázků probíhalo podobným způsobem, chlapec se v obrázku neorientoval, nerespektoval jeho hranice. Vzhledem k těmto okolnostem bude vynechán i obvyklý soupis jevů, které jsou a nejsou osobnostmi. Z výše uvedeného popisu práce odhaduji, že jako osobnost chlapec vnímá pouze čtverec. Z informace uvedené v bodu 23. usuzuji, že chlapec vnímá shodnost dvou mnohoúhelníků (křídel), není však schopen ihned otočit VT do shodné polohy. Chlapec se za celou dobu skládání nesetkal s nutností převrátit kosodélník.

Strategie řešení

Chlapec používá Strategii *Obrázek→Díl, Strategii prvotní analýzy obrázku* a *Strategii nápadných částí obrázku*. To můžeme usoudit z popisu v bodech 1. a 2., pak ale nasazuje *Strategii pokus-omyl* a *Strategii Díl→Obrázek.*

Celkové výsledky analýzy Experimentu 2C

Strategie řešení

Strategie řešení všech žáků v této skupině byly stejné. Bohužel se zde nevyskytla žádná nová či originální strategie. Žáci vždy po pohledu na obrázek začali nápadnými částmi, což ukazuje na *Strategii Obrázek→Díl, Strategii prvotní analýzy obrázku* a *Strategii nápadných částí obrázku*. Posléze se snažili umisťovat díly, různě s nimi otáčet a měnit jejich polohy. Většina žáků přitom respektovala alespoň hrance obrysu, pouze výše uvedený žák Patrik toto nerespektoval. Žáci pak přešli ke *Strategii Díl → Obrázek,* jelikož se často stávalo, že jim při skládání zbyly dva VT, které pak museli umístit, což často vedlo k opětovnému přemisťování dílů. Ani v jednom případě však nedošlo k rozboření celého obrázku. Objevila se i *Strategie pokus-omyl.*

Následující tabulka ukazuje, které obrázky konkrétní žáci skládali a jak dlouho. Uvedené časové údaje jsou v sekundách. Symbol x značí nedokončení obrázku.

Tabulka 25: Porovnání časových údajů u jednotlivých žáků – Experiment 2C

	Nikola	Marie	Anna	Daniel	Patrik	Karel
Motýl	86	38	21	39	211	148
Kaktus	55	32	45	31	290	36
Kachna	92	30	22	24	-	74
Dinosaurus	102	108	356	44	608	281
Zajíc	93	96	40	127	-	89
Liška	-	324	220x	40x	-	274
Kočka	492	78	-	173	-	100
Pes	110	130	-	97	-	-
Labuť	-	151	95	-	-	-
Koza	89	71	289	-	-	83
Svíčka	-	60x	-	-	-	-

Geometrické jevy, které jsou či nejsou osobností

Čtverec (složený ze dvou trojúhelníků)

Čtverec se ukázal být osobností ve vědomí všech zúčastněných žáků. Všichni žáci byli schopni čtverec utvořit ze dvou trojúhelníků, neměli problém s dílem manipulovat.

Trojúhelník (složený ze dvou trojúhelníků)

S výjimkou dvou žáků byli všichni žáci schopni vytvořit trojúhelník ze dvou menších. Tito čtyři žáci se u tohoto kroku, který bylo nutno učinit při řešení obrázku Dinosaurus, téměř nezastavili, neváhali. Dva zbylí žáci řešili tento úkol déle a prošli třemi fázemi postupu, které byly již popsány u žáků z prvního ročníku.

Shodnost

Pouze polovina žáků (všechny dívky) odhalily shodnost v křídlech motýla. Jejich postup pak odpovídal jejich poznatku. Výše popsaný postup Patrikův naznačoval, že si shodnosti v křídlech všiml také, ale nebyl chopen řídit svou práci tak, aby poznatku využil. V obrázku Dinosaurus byla shodnost více skryta a žáci ji ve většině případů neodhalili.

Problém kosodélník

Všichni žáci, u kterých bylo možno pozorovat práci s kosodélníkem, neměli problém odhalit, že ho v určitých případech musí převrátit. U Patrika nebylo možno zjistit, jak s kosodélníkem pracuje, protože se nikdy nedostal do situace, kdy by ho musel převracet.

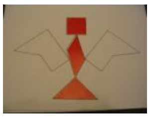
7.6.3 Experiment 3C

<u>Průběh Experimentu 3C – Vendulka</u>

Motýl (Příloha 4) - Celkový čas 29 sekund.

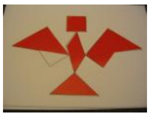
1. (5) KD umístí do těla motýla, následuje umístění ČT do hlavy, dílky pokládá přesně, neotáčí s nimi, pracuje levou rukou

2. (8) Vybírá správnou velikost trojúhelníka, nejdříve uchopí VT, pak položí, vezme ST a ten umístí do ocasu



3. (10) Nejprve uchopí MT, položí ho, pak uchopí VT a ve vzduchu ho převrátí, aby ho mohla přesně umístit do horní části levého křídla, to samé opakuje s druhým VT v případě horní části pravého křídla (zde si díl předá do ruky pravé a umisťuje ho rukou pravou)

4. (3) MT si opět přendá z levé ruky do pravé, ve vzduchu otočí a umístí do spodní části pravého křídla



5. (3) Do spodní části levého křídla umístí MT opět levou rukou, přesně, s dílem neotáčí, do ruky ho uchopila už tak, jak ho bude pokládat

Analýza řešení obrázku Motýl

Dívka se krátce (1 sekunda) podívá na obrázek a potom teprve vybírá díl. Začíná od nápadných částí obrázku, které se podobají některému z dílů tangramu. Prvním umístěným dílem je KD. Díly má rozmístěné pod levou rukou vedle obrázku. Dál vždy vybírá díl po tom, co se na obrázek podívá. Můžeme tedy pozorovat systém: Umístění dílu → pohled na obrázek a jeho prázdná místa→ uchopení dílu → umístění dílu. Při usazování dílů do křídel motýla lze zaznamenat systematický postup, kdy dívka umisťuje shodné díly po sobě – nejprve VT, pak MT.

Kaktus (Příloha 3) - Celkový čas 22 sekund.

1. (1) levou rukou si drží papír, pravou umisťuje ČT do květu kaktusu, přesně, na papíře s dílkem neotáčí

2. (5) rozhrnuje si hromádku s díly, chce uchopit oběma rukama najednou oba VT, pak ale uchopí pouze jeden do pravé ruky, otočí s ním cestou ve vzduchu, umístí do pravé části těla kaktusu a levou rukou díl přisune k čáře

3. (2) druhý VT uchopí do levé ruky a přesně umístí do levé části těla kaktusu

4. (4) MT uchopí do levé ruky, ve vzduchu převrátí a umístí do levého spodního květu kaktusu, to samé udělá s druhým MT, ale rukou pravou a umístí ho do pravého spodního květu kaktusu.

5. (10) do obou rukou zároveň vezme ST a KD, nejprve dvakrát v levé ruce převrátí ST a umístí ho do levé části květináče v pozici V-S, pak pravou položí KD, otočí s ním, převrátí ho a oběma rukama upraví tak, aby přesně seděl na čáru

Analýza řešení obrázku Kaktus

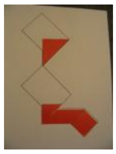
Dílky má umístěné nad obrázkem. Dívka začne okamžitě skládat, obrázku věnuje jen letmý pohled a hned umístí 1 díl -ČT. To by naznačovalo opakování strategie začít od nápadné části. Následné umístění VT tvořících čtverec ale činí dojem, že se v případě tohoto kroku řídila spíše podobností obrazců, která byla v tu chvíli dominantní. K této domněnce přispívá i fakt, že se původně snažila uchopit oba velké trojúhelníky najednou. Déle postupuje systematicky umístěním shodných dílů (MT). Uchopení obou posledních dílů najednou naznačuje, že dívka již při pohledu na prázdné místo chápe tyto dva díly jako části jednoho budoucího celku.

Dinosaurus (Příloha 6) - Celkový čas 119 sekund.

1. (1) obrázek si položila na výšku (hlavou dinosaura k sobě) místo na šířku (hlavou dinosaura doprava)

2. (5) levou rukou umístí ČT do hlavy dinosaura, díl otáčí cestou ve vzduchu, stejně tak KD ve vzduchu převrátí a přesně umístí do krku
3. (3) MT umístí do pravé části prvního hrbu pod krk v pozici ŠI-LD (chybně), s dílkem otáčí levou rukou na papíře

4. (5) VT položí na 2. hrb dinosaura a otočí s ním na papíře dvakrát o 360° , pak ho ještě převrátí a odloží
5. (6) ST položí do pravé části druhého hrbu v pozici ŠI-LD, pak v rychlém sledu uchopí a opět odloží MT, pak VT a odstraní ST



6. (2) pokusí se podobným způsobem jako v 4. bodě umístit VT do 1. hrbu, ale neúspěšně

7. (6) MT umístí do levé části přední nohy dinosaura v pozici ŠI-PH, ale díl opět zvedne, otáčí s ním v ruce a odloží
8. (11) dlouho otáčí ST v ruce a nakonec ho umístí do levé části 1. hrbu v pozici ŠI-PD

9. (3) MT umístí do levé části přední nohy v pozici V-S
10. (3) otáčí v ruce s VT a hledí na obrázek

11. (9) ST uchopí a opět položí do pravé části 2. hrbu v pozici ŠI-LD.(jako v 5. bodu) a MT přemístí z přední nohy do levé části 2. hrbu v pozici SV-L

12. (3) MT od krku přemístí do pravé části zadní nohy v pozici ŠI-LH

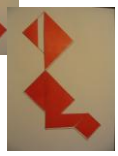
13. (10) v ruce a pak i na papíře otáčí s VT v oblasti 1. hrbu a přední nohy
14. (5) Dívá se na KD v krku, jestli sedí, odstraní všechny díly 2.hrbu a zadní nohy.

15. (13) opět vrací MT pod krk dinosaura v pozici ŠI-LD, ST do 2. hrbu a MT do zadní nohy

16. (8) VT položí správně do 1. hrbu dinosaura přes MT, který má u krku, kousek odsune a MT vyjme

17. (4) dívá se a ST přemístí do předních nohou dinosaura

18. (7) odstraní si MT ze zadních nohou dinosaura a VT umisťuje do hrbu, ale ne hned, otáčí s ním na papíře



19. (6) MT umístí do zadních nohou dinosaura v pozici V-S a snaží se umístit druhý MT

20. (6) Odstraní MT a otáčí s druhým MT na papíře, dokud nenajde správnou polohu
21. (3) MT si otočí v ruce a umístí již přesně

Analýza řešení obrázku Dinosaurus

Dívka začala od nápadných částí (musela tedy obrázek analyzovat). Nerozprostřela si dílky, jako v případech předcházejících, což mohlo být matoucí. Následovaly pokusy o umístění různých dílů na různá místa, při pokusech díly systematicky otáčela přímo na papíře. Posléze přišel radikální krok zboření většiny dílů. Následné umístění dílů bylo ale totožné. To signalizuje, že tento krok nebyl pro dívku v řešení přínosem. To nalezla poté, co se opět uchýlila k překrývání dílů dílem a postupovala směrem od dílu k obrázku.

Zajíc (Příloha 7) - Celkový čas 34 sekund.

1. (3) Na obrázek se chvilku dívá a pak začne rozhrnovat díly po lavici.
2. (4) levou rukou pokládá ČT do hlavy zajíce a zároveň pravou rukou KD do uší

3. (2) VT si otočí v ruce a umístí do horní části těla v pozici ŠI-LD

4. (5) MT levou rukou umístí do horních packek v pozici SV-L,

uchopí ST, ale odloží a umístí druhý MT do dolních pacek ve stejné pozici jako první

5. (4) ST umísťuje pod VT do těla zajíce v pozici V-S
6. (8) na obrázek hledí, v ruce si převrátí VT a položí ho přes chybně položený ST v pozici ŠI-PH

7. (8) ST vyjme z pod VT a do zbylého místa položí ST v pozici ŠI-LD

Analýza řešení obrázku Zajíc

Dívka analyzovala obrázek a začala skládat od nápadných částí obrázku (ČT, KD), je však jasné, že hlavu a uši zajíce vnímá jako celek, protože je umisťovala najednou. Pokaždé si obrázek prohlédla, vybrala díl a umístila ho již ve správném otočení. Opět použila metodu překrytí, čímž zjistila, který díl je chybně umístěn. To ji opět dovedlo k řešení.

Strategie řešení

Strategie řešení tangramových obrazců se u této dívky skládá z několika dílčích strategií, které kombinuje podle potřeby. Z popisů řešení výše uvedených můžeme vypozorovat, že si Vendulka obrázek nejprve prohlédne, což značí použití *Strategie prvotní analýzy obrázku*. Primárně umístí díly, které se tvarově viditelně shodují s některou částí obrázku (např. v obrázku Motýl hlava, tělo, ocas; v obrázku Zajíc uši, hlava, packy; v obrázku Dinosaurus hlava, krk; atd.). Užívá tedy *Strategii nápadných částí obrázku*. V tomto kroku také vidíme *Strategii Obrázek → Díl*, to znamená, že na základě pohledu na obrázek hledá a umístí vhodný díl. Další dílčí strategie se projevila při skládání obrázku Dinosaurus. Pokud umístění dílu hned „neviděla“, začala otáčet různými díly na místech, kam by teoreticky mohly patřit. Otáčení prováděla systematicky (o celých 360°). Dále zkoušela měnit polohu různých dílů a na základě této změny obrázek dořešit. Použila tedy *Strategii systematického pokusu-omylu*. V popisu řešení obrázků Dinosaurus a Zajíc můžeme najít poslední dvě z dílčích strategií řešení. Dívka vizuálně nalezne možné umístění konkrétního dílu – *Strategie Díl → Obrázek*. Přestože se na místě, kam chce díl položit, již nachází nějaký jiný díl tangramu, překryje ho dílem, jehož umístění zjišťuje. Pokud došla k závěru, že umístění tohoto dílu je správné, vyňala překrytý díl a hledala pro něj uplatnění jinde. V obou případech užití se tato strategie ukázala jako účinná. Tuto dílčí strategii nazveme *Strategie provizorního řešení - překrývání*.

Pozoruhodné je, že dívka používá při umisťování dílů obě ruce ve stejné míře. Její třídní učitelka vysvětlila tuto skutečnost faktem, že dívka pravděpodobně nemá vyhraněnou lateralitu a při běžných vyučovacích hodinách často střídá ruce i při činnostech jako je psaní či kreslení.

Geometrické jevy, které jsou osobností

Čtverec (složený ze dvou trojúhelníků)

Domnívám se, že pro dívku je čtverec již osobností. To dokázala při skládání obrázku Kaktus v bodech 1. a 2. Při pohledu na čtverec v obrázku automaticky sahá po dvou trojúhelnících. Dívka se patrně setkala s dodatečným množstvím takových modelů čtverce.

Geometrické jevy, které nejsou osobnostmi

Shodnost

Poznatek, že dva shodné obrazce se dají složit ze stejných dílů, bylo nutno využít v obrázcích Motýl a Dinosaurus. Dívce se toto podařilo aplikovat pouze v prvním jmenovaném obrazci - body 2.,3. a 4.. Příčinu neúspěchu v případě druhém přikládám tomu, že obrázek skládala otočený o 90°, což jí znemožňovalo komplexní náhled na problém a práci komplikovalo, protože se shodné části nacházely v nezvyklé poloze.

Trojúhelník (složený ze dvou trojúhelníků)

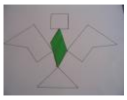
Problém s touto představou se projevil při skládání obrázku Dinosaurus. Body 19., 20. a 21. popisují proces, kterým dívka při objevování tohoto vztahu prošla. Předpokládám, že situaci ovlivnil i fakt, že se trojúhelník nenacházel v pozici 7, což je obecně známější model trojúhelníku. Dívka však díky tangramové zkušenosti získala izolovaný model tohoto vztahu.

Problém kosodélník

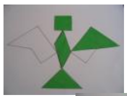
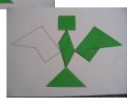
Kosodélník je geometrický útvar, který nemá osu souměrnosti, je středově souměrný. V praxi se tato vlastnost projevuje tím, že při skládání tangramových obrazců je nutno tento díl převrátit, v případě, že nelze umístit pouhým otáčením. To, že dívka odhalila tuto podmínku úspěšného umístění kosodélníku, dokazují body 5. v popisu obrázku Kaktus, 2. v popisu obrázku Dinosaurus atd.

<u>Průběh Experimentu 3C – Květa</u>

Motýl (Příloha 4) - Celkový čas 38 sekund

1. (12) kouká na obrázek, KD do těla motýla, ale nesedí, chvilku otáčí, nakonec převrátí

2. (2) ČT do hlavy , musí pootočit do správné pozice

3. (9) Uchopí VT, umisťuje do ocasu, ale zjistí, že je velký, uchopí ST, otočí v ruce a položí ho do ocasu v pozici V-H

4. (6) VT otáčí v oblasti horní části pravého křídla, po chvíli umístí v pozici V-H

5. (4) MT položí do dolní části pravého křídla (otočí si v ruce do pozice V-S)

6. (3) Umístí druhý VT do horní části levého křídla – pozice V-H.

7. (2) MT umístí do dolní části levého křídla v pozici V-S


Analýza řešení obrázku Motýl

Dívka se podívá na obrázek a začne tou částí obrázku, která se nápadně podobá jednomu z dílů (KD), pak pokračuje dalšími takovými částmi.Obrázek tedy nejprve analyzuje a začíná nápadnými částmi obrázku. Postupuje od obrázku k dílům.Pokud vidí umístění konkrétního dílku, jeho pozici, otočí tento dílek do této pozice již v ruce (body 5., 7.) Pokud toto nevidí, s dílem otáčí na místě a hledá správnou pozici (bod 4.). Zde postupuje od dílu k obrázku. Shodné části obrázku (křídla) řeší postupně, nejprve jedno celé křídlo a potom druhé.

Zajíc (Příloha 7) – Po 8 minutách bylo nutno práci ukončit, obrázek nedokončila

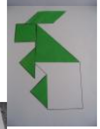
1. (4) Podívá se na obrázek, rozprostře si díly a umístí KD do ucha


2. (2) Čt do hlavy
3. (9) MT chvíli otáčí na papíře, pak ho znovu zvedne, otočí v ruce a položí v pozici SV-L do předních pacek


4. (6) MT umístí do zadních pacek v pozici SV-L

5. (8)ST otáčí v ruce a umístí do horní části těla v pozici ŠI-LD

6. (9)VT uchopí a ve vzduchu přiměřuje ke spodní části těla, pak odstraní MT z pacek a otáčí VT ve spodní části těla, MT vrátí na původní místo a VT odloží



7. (7) ST odstraní z těla a na jeho místo dá ve stejné pozici VT

8. (3) ST položí pod VT do těla v pozici V-S

9. (15) ST opět odstraní a přiměřuje na jeho místo VT(zkouší ve stejné pozici jako ST, potom v pozici ŠI-LD,ale nejde, pak kouká okolo na děti
10. (6) Odstraní MT ze zadních pacek, otáčí na jeho místě s ST a zase MT vrátí

11. (4) ST dá opět pod VT v pozici V-S

12. (3) VT přiloží pod ST v pozici SV-L
13. (8) ST odstraní a do těla se snaží umístit VT v pozici ŠI-LH

14. (7) ST opět pod VT v pozici V-S
15. (25) Obrázek celý rozbourá a postaví stejně jako v bodě 14.

- Dívka nadále postup opakuje, pohybuje neustále stejnými díly na stejných místech, obrázek nakonec nedokončí

Analýza řešení obrázku Zajíc

Dívka postupovala stejně jako u obrázku Motýl. Nejprve se na něj podívala a začala od nápadných částí obrázku. Tato její strategie byla úspěšná (dokazují body 1. - 4.) Svou chybu v 5. bodu následně napraví, ale tam její úspěšné pokusy bohužel končí. V její další práci sice vidíme pokus o změnu strategie (dívka "přiměřuje" díly ve vzduchu nad obrázkem) a postupuje opačným směrem – od dílu k obrázku. Ale ani tato strategie nevede k úspěchu. Další změna ve způsobu řešení již nenastala. Příčinou neúspěchu je dívčina nedostatečná manipulace s díly. Pro dořešení obrazce pro ni bylo klíčové umístit VT, ten však nikdy neotočila o celých 360°. Kdyby tak učinila, jistě polohu VT nalezne.

Strategie řešení

Strategie řešení tangramových obrazců se u této dívky rovněž skládá z několika dílčích strategií. Dívka začíná *Strategií Obrázek→Díl*. Na obrázek se podívá, což můžeme považovat za použití *Strategie prvotní analýzy obrázku*, a následně použije

Strategii nápadných částí obrázku (to dokazují body 1. v obou výše uvedených popisech). Pokud se vyčerpají možnosti těchto strategií, dívka přechází ke *Strategii Díl →Obrázek*. Tedy snaží se najít umístění zbývajících dílů. Tuto strategii doplňuje ještě další a to je *Strategie pokus-omyl*. Zde však není žádný systém. Poslední strategií je *Strategie přiměřování* popsaná v bodu 6. obrázku Zajíc, kdy dívka ve vzduchu přiměřuje díl k obrázku a zjišťuje, zda patří na toto místo či nepatří.

Problém kosodélník

Dívka se setkala a vypořádala s nutností převrátit kosodélník již v prvním obrázku. Po chvilce otáčení tento díl převrátila. Na tuto myšlenku přišla asi po 5 vteřinách.

Geometrické jevy, které jsou osobností

Čtverec

Dívka sice neměla možnost dokázat, zda je tento objekt schopna vytvořit např. ze dvou trojúhelníků, ale podle zaházení s tímto tvarem při práci soudím, že je pro ni již osobností.

Geometrické jevy, které nejsou osobností

Trojúhelník (složený ze dvou trojúhelníků)

Z popisu řešení obrázku Zajíc usuzuji, že ve vědomí dívky tento jev ještě osobností není. Nedokázala totiž s tímto tvarem manipulovat na takové úrovni, aby dosáhla správní polohy pro řešení tohoto obrázku.

Shodnost

S úkolem sestavit dva shodné mnohoúhelníky (obrázek Motýl) se dívka vyrovnala poměrně dobře. Na základě jednoho složeného mnohoúhelníku byla schopna poskládat druhý ze stejných dílů. To však ještě nezaručuje plné porozumění jevu shodnost. Dívka by pravděpodobně neuměla tento jev pojmenovat, možná ani vysvětlit.

<u>Celkové výsledky analýzy Experimentu 3C</u>

Podrobná analýza s popisem postupu řešení proběhla u dvou žákyň. Po analýze videozáznamů ostatních žáků, kdy jsem sledovala jejich řešitelské strategie a další jevy, jsem shrnula poznatky do následujících závěrů.

Strategie řešení

U všech žáků 3. ročníku se vyskytly tyto strategie: *Strategie Obrázek→Díl,* tato strategie byla doprovázena *Strategií prvotní analýzy obrázku* a *Strategií nápadných částí obrázku.* Zvláštnost se vyskytla u dívky Vandy, která po *Strategii nápadných částí obrázku* použila *Strategii umístění VT* (tedy umístila díly nápadné a hned po nich velké trojúhelníky). Tato strategie se ukázala být velmi úspěšnou. *Strategie provizorního řešení-překrývání,* popsaná u Vendulky, byla v této skupině ojedinělá. Další dva chlapci však použili Květčinu *Strategii přiměřování*, která vyplynula ze *Strategie Díl→Obrázek.* Tedy pokud v obrázku umístění dílu již neviděli, snažili se díl někam umístit různým zkoušením polohy ve vzduchu nad obrázkem. *Strategie systematického pokusu-omylu* se vyskytla u jednoho chlapce – Toníka. Ve chvíli, kdy si žáci nevěděli rady, se nejčastěji uchylovali ke *Strategii pokus-omyl*, která se vyznačovala různým otáčením dílů na různých místech obrázku.

Následující tabulka ukazuje, které obrázky konkrétní žáci skládali a jak dlouho. Uvedené časové údaje jsou v sekundách. Symbol x značí nedokončení obrázku.

Tabulka 26: Porovnání časových údajů u jednotlivých žáků – Experiment 3C

	Vendulka	Květa	Vanda	Toník	Pavel	Teo
Motýl	29	38	-	45	31	32
Kaktus	22	-	40	23	57	24
Kachna	51	-	39	53	36	65
Dinosaurus	119	-	67	22	145	177
Zajíc	34	480x	20	140	144	119
Liška	67	-	42	365	45	327x
Kočka	-	-	36	-	-	-
Pes	-	-	64	-	-	-
Labuť	-	-	38	-	-	-

Z tabulky vidíme, že výkony žáků byly poměrně vyrovnané. Třem žákům se podařilo dokončit 6 obrázků, jednomu o 1 méně, výjimkou byla Květa, jejíž práci jsem popisovala výše (1 obrázek) , a Vanda, která poskládala obrázků 8.

Geometrické jevy, které jsou osobností

Čtverec (složený ze dvou trojúhelníků)

Po shlédnutí videozáznamů jsem usoudila, že tento jev je osobností ve vědomí všech žáků 3. ročníku, kteří se experimentu účastnili. Nikdo z žáků neměl problém vytvořit čtverec ze dvou trojúhelníků, čtverec byl jedním z nejdříve umisťovaných dílů.

Problém kosodélník

Všichni žáci se dobrali k myšlence kosodélník nejen otáčet, ale v případě potřeby i převrátit. Nejrychlejší dívky (Vendulka, Vanda) tak učinily během 2 sekund, nejpomalejší reakce (Teo) přišla po 8 sekundách.

Geometrické jevy, které nejsou osobností

Trojúhelník (složený ze dvou trojúhelníků

Žádný žák v této skupině neprojevil známky toho, že by vnímal trojúhelník jako osobnost. Především při požadavku utvořit trojúhelník ze dvou menších, který se objevil v obrázku dinosaurus, nikdo z nepředvedl suverénní řešení, které by naznačovalo znalost na úrovni proceptu.

Shodnost

U obrázků Motýl a dinosaurus bylo možno využít znalost tohoto jevu. U obrázku motýl se toto dalo pozorovat u všech žáků této skupiny. V případě obrázku dinosaurus tomu již tak nebylo.

7.6.4 Experiment 4C

Před začátkem analýzy je nutno podotknout, že žáci z této třídy jsou poměrně rázného chování. Při začátku experimentu jsem jim nabídla obrázky Lehké, ale většina dětí je odmítla, že lehké skládat nebudou. Napadlo mě nechat je tedy skládat obrázky Středně těžké, zda se na jejich výkonech projeví to, že jejich práce neměla systém postupného zvyšování obtížnosti. Žáci, které budu popisovat, jsou dvojčata.

<u>Průběh Experimentu 4C – Táňa</u>

Číňan na bruslích (Příloha 14) – Celkový čas 38 sekund.

1. (7) na obrázek se kouká, vypadá, jak když neví, ale najednou rychle najde ST a dá ho do klobouku v pozici V-H

2. (3) uchopí KD a umístí ho do natažené nohy

3. (5) VT umístí do těla v pozici SV-L

4. (4) VT hýbe a otáčí po papíře, až ho umístí do horní části těla v pozici V-H

5. (10) chvíli kouká, pak uchopí VT a umístí ho do dolní části těla v pozici ŠI-LH
6. (4) ČT položí do kolena

7. (2) MT umístí do hlavy – pozice V-S

8. (3) MT položí do chodidla v pozici ŠI-LD


Analýza řešení obrázku Číňan na bruslích

Dívka na obrázek kouká, ze začátku vypadá, že neví, jak začít. Pak ale umístí ST. Z práce je opět rozeznatelné, že nad obrázkem přemýšlí, dokládá to okamžité odstranění chybně uloženého dílu (bod 4.) Dívka si otáčí v ruce díl přesně do polohy, jak ho bude pokládat. Postupuje od obrázku k dílu.


Svíčka (Příloha 16) - Po 65 sekundách musela práci ukončit.

1. (3) umístí KD do plamene, ten ale nesedí, ihned převrátí
2. (1) VT letmo vyzkouší do horní části a špičky, odloží

3. (3) MT umístí to špičky svíčky v pozici V-H

4. (4) VT umístí do horní části v pozici SV-L

5. (4) VT položí do spodní část v pozici SV-P

6. (5) ST položí do volného místa v horní části svíčky v pozici ŠI-LH
7. (10) do základny svíčky se snaží umístit ČT, různě s ním točí

8. (2) MT umístí do pravé dolní části (pozice SV-L), překryje tak ČT, ale hned odstraní

9. (6) odstraní ST a VT v horní části a pokouší se VT umístit jinak

10. (8) MT umístí do spodní části svíčky v pozici ŠI-PD
11. (15) dlouho kouká a rovná dílky, pak dá pryč MT ze spodní části a do základny umístí ST

12. (4) hledá nějaké dílky, zbývá jí ČT a MT

- obrázek nedořeší, musí práci ukončit

Analýza řešení obrázku Svíčka

Dívka začíná stejnou strategií jako v obrázcích předchozích, po krátkém pohledu umístí KD jako první. Nemá problém s jeho převrácením. Překvapivé je dívčino chování když se dostane do úzkých. Předpokládám, že viděla, že ČT do základny pasovat nebude, přesto s ním v místě otáčela. Pak začala dokonce hledat další dílek. Vidíme, jak i úspěšného řešitele může problém natolik zaskočit , že se jeho chování zdá nesmyslné.

Strategie řešení

V práci Táni opět můžeme najít několik dílčích strategií, kterými obrazce řeší. Počáteční strategie je *Strategie Obrázek→Díl*. Na základě analýzy obrázku (*Strategie prvotní analýzy obrázku*) odhalí tu část, kterou začne. Nejčastěji se uchýlí ke *Strategii nápadných částí obrázku*. Při práci se často dívá na obrázek, zamyslí se a umístí další díl. Jelikož většinou umisťuje díly přesně, domnívám se, že si na základě volného místa představí, jak díl umístit. Tuto její dílčí strategii nazveme *Strategie představy dílu.* Dívka použila *Strategii Díl→Obrázek* při skládání obrázku Číňan na bruslích (bod 4.) a Svíčka (bod 7.), tam se skutečně snažila hledat pozici pro díl, dokonce si myslím, že se uchýlila ke *Strategii pokus-omyl*.

Geometrické jevy, které jsou osobností

Čtverec

Při práci dívka téměř vždy umístila čtverec ve správné pozici, tu nemusela nikterak složitě ohledat otáčením. Zkušenost s posledním obrázkem by mohl toto tvrzení zpochybňovat. Zdá se, že dívka by řešení našla, pokud by měla více času. Myslím si, že v jejím vědomí je tento jev již osobností.

Obsah

Vnímání plochy obrazce je u této dívky na vysoké úrovni. Představa rozdělení plochy jí nečiní potíže a touto představou dokáže řídit i své činnosti.

Geometrické jevy, které nejsou osobností

Pravoúhlý lichoběžník

Situace, která nastala v obrázku svíčka, kdy bylo nutno vyměnit ST a MT tvořící pravoúhlý lichoběžní za ČT a MT tvořící stejný útvar, napovídá, že v dívčině vědomí není tento jev zatím osobností. Je možné, že tato tangramová zkušenost je první zkušeností s tímto jevem. To mohl být důvod, proč si dívka při skládání tohoto obrázku nevěděla rady. Z nedostatku času si ale dívka touto zkušeností nemohla projít naplno.

Problém kosodélník

Dívka velmi rychle pochopila, že kosodélník je nutno v některých případech otočit a v některých převrátit. To dokazuje bod 1. u obrázku Svíčka.

<u>Průběh Experimentu 4C – Kamil</u>

Kočka (Příloha 10) – Nedokončí, nejprve po 99 sekundách, pak ještě zkouší znovu 358 sekund, opět nedokončí

1. (6) uchopí MT a umístí ho v pozici SV-P do levého ucha

2. (14) KD se snaží umístit do ucha druhého, to mu nejde, otočí s ním a nakonec převrátí

3. (7) ST umístí do hřbetu kočky, do pozice ŠI-PD, umisťuje však otáčením papíru, ne trojúhelníku

4. (6) MT umisťuje do hlavy kočky, otáčí papírem, dokud pozice MT, který drží v ruce,není přesně nad volným místem (pozice SV-L)

5. (9) ČT se snaží umístit pod ST do spodní části těla kočky

6. (10) kouká okolo, pak odstraní ČT a ST posune do spodní části těla v pozici SV-P

7. (10) MT z hlavy přesouvá do spodní části těla ke ST v pozici V-H

8. (7) KD z hlavy a uší přemístí do ocasu

9. (6) MT přemístí do pravého ucha kočky v pozici SV-L

10. (4) ČT položí do hlavy kočky
11. (3) VT přiměřuje k tělu kočky v pozici ŠI-PD, ale neumístí

12. (8) VT otáčí v těle kočky, nakonec odstraní ČT z hlavy a snaží se tam umístit špičku VT

13. (9) odstraní vše kromě uší a ocasu, umístí opět ČT do hlavy
14. Pokusí se umístit VT do hřbetu kočky, to mu nejde a požádá o lehčí obrázek

Analýza řešení obrázku Kočka

Chlapec provede prvotní analýzu a pak se snaží umístit nápadné části obrázku. Po tomto kroku následuje pokus-omyl, kdy stále zkouší umístit díly do obrázku různým otáčením papíru, někdy i dílů.

Kachna (Příloha 5) – Celkový čas 52 sekund.

1. (7) kouká na obrázek, MT umístí do levé nožičky v pozici ŠI-PD
2. (4) MT umístí do druhé nožičky (ŠI-LD)
3. (7) VT otáčí v oblasti těla kachny, umístí do přední části těla v pozici ŠI-LH
4. (6) ST přiměří, převrátí ve vzduchu a umístí do křídla v pozici ŠI-LD
5. (15) hledá dílky pod lavicí a pak VT umístí do těla v pozici ŠI-LH
6. (8) ČT umístí do zobáku
7. (7) KD položí do hlavy, nemusí převracet







Opět se pokouší složit kočku, opakuje však stejné chyby, které dělal v předešlém pokusu. Opakuje chybné umístění KD do hlavy a uší kočky, otáčí celým papírem, přesto nenajde ani jednu správnou pozici VT. V porovnání se svou sestrou má velmi nízký stupeň prostorové představivosti. Rozdělení plochy obrazce nevidí, nechává díly umístěné tak, že zde zbývá prostor mezi dílem a ohraničením obrázku, který nelze vyplnit žádným z jiných dílů. Jeho sestra takto umístěné díly ihned odstraňovala.

Problém kosodélník

Chlapec se s nutností převrátit kosodélník setkal již ve 2. bodě při řešení obrázku Kočka. S úkolem se vypořádal asi po 12 vteřinách.

Strategie řešení

Kamilova strategie řešení tangramových obrazců se se strategií jeho sestry shoduje pouze v následujících dílčích strategiích : *Strategie Obrázek→Díl, Strategie prvotní analýzy obrázku a Strategie nápadných částí obrázku.* Dále už se jejich strategie rozchází. Kamil totiž po vyčerpání možností těchto strategií okamžitě přechází ke *Strategii přiměřování* (s tou jsme se setkali u Květy), pokud tato strategie nefunguje, otáčí různými díly na různých místech obrázku, uchyluje se tedy ke *Strategii pokus-omyl.* V jeho práci můžeme vysledovat ještě jednu strategii, kterou nazveme *Strategie přizpůsobení polohy obrázku poloze dílu.* Chlapec drží nad obrázkem díl v určité pozici a otáčí obrázkem, dokud není prostor v obrázku, kam chce díl umístit, ve stejné pozici jako díl. Tuto strategii hodnotím jako „únikovou", tedy chlapec si nedokáže představit otočení dílu, tak otáčí papírem. Tuto strategii bych přirovnala ke známé strategii čtení map přisuzované hlavně ženám, kdy mapu otáčí podle směru jízdy .

Co se týče jevů, které jsou a nejsou osobnostmi, z práce tohoto chlapce lze jen těžko odhadovat. Chlapec rozpoznává základní geometrické tvary, ale jejich uchopení v představách je na velmi nízké úrovni. Pouhá představa tvaru v jiné poloze, než ho vidí, je pro něj obtížná. Usuzuji tak z otáčení papírem, kdy si polohu papíru přizpůsoboval poloze dílu.

<u>Celkové výsledky analýzy Experimentu 4C</u>

Při tomto experimentu jsem od začátku předpokládala horší výsledky, nežli u ostatních skupin. Jelikož si žáci vymohli těžší obrázky hned od začátku a neprošli zkušeností s obrázky lehčími, očekávala jsem potíže při jejich řešení. Mé očekávání se naplnilo, ze šesti žáků se dvěma (Táňa-5 a Josef-6) podařilo poskládat více jak 3 obrázky. Josef byl při práci velmi soustředěný a jeho strategie se většinou shodovaly se strategiemi Táni. Jeho schopnost vnímat a dělit plochu obrazce byla, stejně jako u Táni, znatelná v jeho práci.

Ostatní by se spíše dali přirovnat ke Kamilovi. S výjimkou Nadi, která pomalu ale s rozmyslem poskládala 3 obrázky, dokončili pouze jeden obrazec. Navíc to většinou byl obrázek z kategorie lehké, o který si buď řekli, nebo jsem jim ho nabídla.

Strategie řešení

Většina žáků postupovala nejprve od obrázku k dílu. Použili *Strategii prvotní analýzy obrázku*, pak *Strategii Obrázek→Díl* a *Strategii nápadných částí obrázku.* Z nedostatku zkušeností však nebyly tyto strategie tolik účinné, jako u jiných skupin. Další nasazenou strategií u 5 žáků byla *Strategie pokus-omyl,* čímž se dostáváme ke *Strategii Díl →Obrázek*. Žáci se snažili najít pozici dílu různým otáčením a převracením, ale bez systému. Strategie Systematického pokusu-omylu se vyskytla u Josefa, který se snažil zaměňovat pouze části obrázku a tím hledat řešení, s díly otáčel o 360 °. *Strategii přiměřování* použila kromě Kamila také Běta a Martin. Ten dokončil pouze jeden ze čtyřech začatých obrázků. U Táni zmiňovaná *Strategie představy dílu* se vyskytla ještě v práci Josefa. Kamilova *Strategie přizpůsobení polohy obrázku poloze dílu* byla ojedinělá.

Porovnání časových údajů bude v této skupině žáků poměrně obtížné. Jednak žáci většinou neskládali stejné obrázky, druhý problém je, že většinu z nich nedořešili. Přesto se jejich práci pokusím zpřehlednit tabulkou. Znak x znamená nedokončení obrázku.

Tabulka 27: Porovnání časových údajů u jednotlivých žáků – Experiment 4C

	Táňa	Běta	Naďa	Martin	Josef	Kamil
Kaktus	-	56	-	-	-	-
Kachna	-	-	-	-	-	52
Zajíc	-	335x	-	129x	-	-
Liška	-	320x	-	350x	-	-
Kočka	39	-	173	-	-	99X,358X
Pes	41	-	328	-	125	-
Koza	47	-	-	-		-
Labuť	52	-	143	-	177	-
Číňan na bruslích	38	-	-	-	-	-
Svíčka	65x	-	-	-	107	-
Číňan s polévkou	-	-	-	172	137	-
Čínská dívka	-	-	-	-	54x	-

Geometrické jevy, které jsou či nejsou osobností

Během analýzy videozáznamů jsem usoudila, že bude nutno rozdělit žáky do dvou skupin. Táňa a Josef vnímají jako osobnost čtverec, trojúhelník, obsah. Čtverec jako osobnost vnímá ještě Naďa, u ostatních žáků jsem nezaznamenala známky toho, že by tyto jevy byly osobností. Věřím, že tito žáci jsou schopni čtverec narýsovat, pojmenovat, ale nakreslit ho do čtvercové sítě, kde by jeho strana ležela na úhlopříčce obdélníka 1x4 čtverečky, by mohl být problém. Myslím si, že vinou školní praxe jsou jejich znalosti více formální, neutvořené hodnotným procesem poznání.

Problém kosodélník

Žáky 4. ročníku můžeme přesně rozdělit do dvou skupin. První skupinou budou ti, kteří kosodélník převrátili ihned. Patří sem Táňa, Josef a Martin. Druhou skupinou budou žáci, kteří se s tímto problémem vypořádali o něco později. Nadin objev přišel po 7 sekundách, Kamilův po 10 sekundách a Bětin po 13 sekundách.

7.6.5 Experiment 5C

<u>Průběh Experimentu 5C – Denis</u>

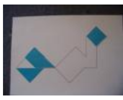
Dinosaurus (Příloha 6) – První pokus – nedokončil, po 142 sekundách vzdal

1. (8) na obrázek dlouho kouká, ptá se, jak patří

2. (4) vezme VT a otáčí s ním v 1. i 2. hrbu, pak odloží
3. (3) ČT položí do hlavy

4. (15) drží KD, dává ho do krku, otáčí s ním, pak s ním ještě pohybuje po papíře a zkouší do hrbů a nohou, umísí do spodní části 2. hrbu

5. (5) MT položí nad KD v pozici V-H



6. (6) ST umístí do zadní nohy v pozici V-S

7. (9) vezme KD a znovu ho zkouší do krku, pak vše kromě hlavy odstraní

8. (27) dlouho zkouší různé trojúhelníky do krku, nakonec vezme KD a umístí do krku ve špatné poloze

9. (6) MT položí pod krk v pozici ŠI-LD, ale pak vše zbourá

10. (5) ST umístí do pravé části 2. hrbu v pozici V-H

11. (4) VT vyzkouší do levé části 1. hrbu a přední nohy v pozici SV-L, vše shrne

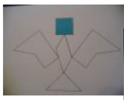
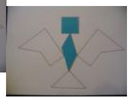
12. (25) kouká okolo, pak umístí VT do 2. hrbu v pozici V-H

13. (9) VT vyzkouší do 1. hrbu v pozici SV-P, pak otočí do V-H

14. (5) ČT umístí do hlavy
15. (18) napadne ho, že ze dvou MT má postavit 1. nohu, neví však jak, zkouší MT v pozici V-S, pak přemisťuje, to mu nejde, tak shrne celé a bere si jiný obrázek.

- později se hoch k obrázku vrací, analýza řešení bude uvedena až u 2. pokusu, kde budou oba pokusy porovnány

Motýl (Příloha 4) – Celkový čas 19 sekund.

1. (2) ČT položí do hlavy
2. (2) KD umístí do těla, nemusí převracet

3. (3) ST položí do ocasu v pozici V-H

4. (4) VT umístí do horní části levého křídla v pozici V-H

5. (2) MT položí do dolní části levého křídla v pozici V-S

6. (3) VT umístí do horní části pravého křídla v pozici V-H

7. (3) MT položí do dolní části pravého křídla v pozici V-S

Analýza řešení obrázku Motýl

Chlapec se na obrázek podívá a ihned začne čtvercem. Z energie, kterou při práci vyzařuje, je jasné, že zná od začátku způsob, jak obrázek vyřešit. Dílky přikládá bez zaváhání. Postupuje od obrázku k dílům.

Dinosaurus (Příloha 6) – (2. pokus) Celkový čas 88 sekund.

1. (3) VT umístí do 2. hrbu v pozici V-H

2. (3) ST položí do zadní nohy v pozici V-S

3. (5) VT umístí do 1. hrbu v pozici V-H
4. (20) KD uchopí a dává do krku, ten ale nesedí, několikrát změní pozici VT v prvním hrbu, ale pak vrátí do původní polohy
5. (10) KD pohybuje v oblasti krku, nakonec umístí do části hlavy a MT položí do hlavy v pozici SV-P

6. (6) MT umístí do krku v pozici SV-L

7. (15) nevěřícně kouká na ČT a místo v přední noze a ptá se, co to je, že mu to takhle zbylo, po tom, co dostane odpověď, že má asi někde něco jinak položené, zboří hlavu a krk

8. (10) KD umisťuje do krku stejně jako předtím, otáčí a pak konečně převrátí, chvíli ještě otáčí, než umístí do krku

9. (3) ČT umístí do hlavy

10. (9) MT pomalu pootáčí v přední noze., nakonec umístí v pozici ŠI-LH
11. (4) MT umístí do nohy v pozici ŠI-PH


Analýza řešení obrázku Dinosaurus

V chlapcově řešení tohoto obrázku na druhý pokus se odrazila zkušenost s řešením obrázku Motýl (byl mu záměrně předložen). Při prvním pokusu chlapec nevěděl, jak začít, zkoušel umístění VT, ale neúspěšně. V druhém pokusu je již znatelný posun. Chlapec se na obrázek díval, postupoval od obrázku k dílu, nezačal však nápadnými částmi, ale tím, s čím měl již zkušenost. Největším problémem se ukázal úkol převrátit kosodélník. Na tento nápad čekal Denis okolo 4 minut.

Kaktus (Příloha 3) – Celkový čas 25 sekund



1. (3) ČT umístí do květu
2. (6) dva MT současně umístí do spodních květů
3. (4) VT umístí současně do těla v pozicích SV-L a SV-P
4. (6) ST a KD se snaží umístit současně, ale nejde to, KD umístí chybně do levé části květináče
5. (4) KD posune do pravé části květináče a pootočí s ním do správní polohy
6. (2) ST umístí do levé části květináče v pozici V-S



Analýza řešení obrázku Kaktus

Chlapec se podívá na obrázek a začne od nápadných částí, první díl je ČT. Pak postupuje dle pomyslné osy souměrnosti kaktusu a dává vždy oba díly současně. Nemá problém vytvořit čtverec ze dvou trojúhelníků. Problematickým dílem je opět KD, tentokrát však nemusí díl převracet, problém vyřeší správným posunutím.

Strategie řešení

Odhalování strategií je u tohoto chlapce složité. Denis si obrázek prohlédne, použije tedy *Strategii prvotní analýzy obrázku*. Tato analýza není však moc podrobná, což dokázal jeho postup v obrázku Kachna, kdy dva MT umístil do hlavy a nevšiml si nožiček (viz Příloha 5 - popis). Dále používá *Strategii Obrázek→Díl*. U některých obrázků (Motýl, Kaktus, Kachna) užívá *Strategii nápadných částí obrázku,* jindy se rozhodne začít od VT, což by se dalo považovat za *Strategii umístění VT*. Nemyslím si však, že by tato strategie byla pro něj významně přínosná, jelikož neumístil díly správně, což mu přinášelo další komplikace. Použil také *Strategii pokus-omyl*.

Geometrické jevy, které jsou osobností

Čtverec (složený ze dvou trojúhelníků)

Chlapec při skládání obrázku Kaktus prokázal, že v jeho vědomí je čtverec již osobností. Po pohledu na obrázek neváhal a sáhl po dvou VT.

Geometrické jevy, které nejsou osobností

Shodnost

Při skládání obrázku Motýl neměl Denis problém tento jev odhalit. Odhalení tohoto jevu mu později pomohlo při druhém pokusu o řešení obrázku Dinosaurus. Nutno však říci, že po prvním neúspěšném pokusu mu byl obrázek Motýl záměrně předložen, jelikož jsem očekávala, že by mu mohla zkušenost s tímto obrázkem pomoci při skládání Dinosaura. To se potvrdilo a při druhém pokusu již odhalil shodné umístění dílů i v tomto obrázku

Trojúhelník (složený ze dvou trojúhelníků)

Takové složení trojúhelníku bylo nutné opět v obrázku Dinosaurus. Z chlapcovy práce bylo zjevné, že ví, že trojúhelník lze složit, pouze nevěděl, jak to udělat. Při hledání způsobu složení prošel fázemi postupu, které jsem popsala u žáků 1. a 2. ročníku.

Problém Kosodélník

S úkolem převrátit kosodélník se chlapec vypořádával poměrně dlouho. Proces objevení této možnosti mu trval kolem 4 minut. Ve své skupině nebyl však výjimkou. Za podstatné považuji, že dokázal tento svůj objev aplikovat při práci na dalších obrázcích.

<u>Celkové výsledky Experimentu 5C</u>

Strategie řešení

Většinou žáci pátého ročníku používali stejné strategie řešení jako většina žáků v ročnících nižších. Práci započali pohledem na obrázek (někteří detailním, někteří pouze zběžným), použili tedy *Strategii prvotní analýzy obrázku*. Dále žáci na základě pohledu na obrázek umisťovali díly, což poukazuje na užití *Strategie Obrázek→Díl,* kterou většinou doprovázela *Strategie nápadných částí obrázku.* U výše popisovaného chlapce nebyla tato strategie použita vždy. U dvou žáků, (Filip, Alena), kteří složili velké množství obrázků, se objevila *Strategie umístění VT,* kterou používali v čisté formě, tedy neumisťovali nejprve díly nápadné, ale snažili se nejprve umístit VT a pak teprve pokračovali s dalšími díly. To ukazuje na to, že použili také *Strategii Díl→Obrázek*. Tedy hledali umístění pro díl v obrázku, pak teprve postupovali od obrázku k dílu. Pokud si nevěděli rady, použili *Strategii systematického pokusu-omylu*. Většinou se ale jednalo o *Strategii představy dílu*, kdy tito dva žáci na základě pohledu na obrázek věděli, kam mají který díl umístit. Ostatní žáci se ke *Strategii Díl→Obrázek* uchylovali až ve chvíli, kdy umístili nápadné díly a nevěděli si dál rady. Další strategií v tomto případě byla *Strategie pokus-omyl*. Jedna dívka (Klára) použila také *Strategii přiměřování*.

Následující tabulka ukazuje, které obrázky konkrétní žáci skládali a jak dlouho. Uvedené časové údaje jsou v sekundách. Symbol x značí nedokončení obrázku.

Tabulka 28: Porovnání časových údajů u jednotlivých žáků – Experiment 5C

	Alena	Klára	Tina	Denis	Filip	Jarda
Motýl	-	42	-	19	25	-
Kaktus	-	-	30	25	-	-
Kachna	26	34	-	75	43	80
Dinosaurus	-	-	-	142x,88	-	260x
Zajíc	223	122	630	100	42	436x
Liška	95	85	-	-	-	-
Kočka	157	169	38x	57	80	-
Pes	75	166	-	63x	183	-
Labuť	56	78x	35	-	127	-
Koza	38	-	-	-	56	-
Svíčka	-	-	-	-	41	-

Geometrické jevy, které jsou či nejsou osobností

Čtverec (složený ze dvou trojúhelníků)

Obrázek, ve kterém bylo nutno takto složit čtverec, skládali pouze dva žáci. Oba se však s tímto úkolem vyrovnali dobře a bez váhání. Usuzuji, že ve vědomí všech žáků je tento jev již osobností, jelikož během Experimentu E1 všichni žáci čtverec našli.

Trojúhelník (složený ze dvou trojúhelníků)

Oba žáci, kteří skládali obrázek Dinosaurus, se s tímto úkolem vyrovnávali delším procesem, tedy tento jev pro ně nebyl osobností. Skládáním Tangramu však získali jeden izolovaný model takového trojúhelníka. U ostatních žáků můžeme opět usuzovat z Experimentu 1, kde byli úspěšní a trojúhelník sestavili.

Shodnost

S tímto jevem se žáci setkali v obrázku Motýl a Dinosaurus (skrytě). Zatímco u Motýla nečinilo jeho objevení potíže, u Dinosaura byl objeven později nebo vůbec. Jev tedy osobností ve vědomí žáků není.

Obsah

Tento jev byl osobností pouze ve vědomí dvou žáků. Všichni žáci pojem obsah znají, umí vzoreček obsahu čtverce, ale pracovat s ním reálně dokázali pouze dva žáci.

Problém Kosodélník

O Denisově dlouhém procesu objevení nutnosti převrátit kosodélník jsem již hovořila výše. Ten však nebyl jediný, kterému tento proces trval dlouhou dobu. Tina tento objev neučinila vůbec, kosodélník převrátila právě na popud Denise, který jí poradil. Stejně tak Jardovi musel poradit Filip. Ostatní žáci se s úkolem vyrovnali bez problémů během několika vteřin.

7.6.6 Celkové výsledky analýzy Experimentu C

V této kapitole uvedu celkové výsledky analýzy, tedy informace o všech ročnících. Zaměřím se na dva jevy. Prvním jevem bude četnost užití všech strategií. Druhým jevem bude dominance tvarů v jednotlivých obrázcích. To znamená, který díl umístili žáci jako první v konkrétním obrázku.

Četnost užití strategií zpřehledňuje následující tabulka.

Tabulka 29: Přehled četnosti užití všech strategií řešení – Experiment C

	1.roč.	2.roč.	3.roč.	4.roč.	5.roč.	1.-5.roč.
Strategie Obrázek→Díl	6	6	6	6	6	30
Strategie prvotní analýzy obrázku	6	6	6	6	6	30
Strategie nápadných částí obrázku	6	6	6	6	4	28
Strategie představy dílu	1	-	-	2	2	5
Strategie přiměřování	4	-	3	2	1	10
Strategie Díl→Obrázek	6	6	6	5	6	29
Strategie systematického pokusu-omylu	-	-	2	1	2	5
Strategie pokus-omyl	6	6	6	5	2	25
Strategie umístění VT	-	-	1	-	2	3
Strategie přizpůsobení polohy obrázku poloze dílu	-	-	-	1	-	1

V tabulce vidíme, že všichni žáci užili *Strategii Obrázek→Díl a Strategii prvotní analýzy obrázku* . Druhou nejčastější strategií byla *Strategie Díl→Obrázek,* třetí *Strategie nápadných částí obrázku.*

Druhý celkově zkoumaný jev byla dominance tvarů v jednotlivých obrázcích. Následující tabulka ukáže, který dílek žáci nejčastěji umisťovali do jednotlivých obrázků jako první.

Tabulka 30: Přehled prvotně umístěných dílů v jednotlivých obrázcích - Experiment C

Dílek	KD		ČT		MT		VT		ST		Počet skládání
ročník	1.,2.	3.-5.	1.,2.	3.-5.	1.,2.	3.-5.	1.,2.	3.-5.	1.,2.	3.-5.	1.-5.
Motýl	-	3	9	3	-	-	3	1	-	1	20
Kaktus	1	-	4	3	-	2	3	3	2	1	19
Kachna	1	-	5	3	3	5	2	4	1	-	24
Dino	-	1	6	3	-	1	4	1	1	-	17
Zajíc	7	11	2	2	1	-	-	-	1	-	24
Liška	5	6	-	3	-	-	-	-	-	1	15
Kočka	5	3	-	1	3	4	-	3	1	-	20
Pes	4	6	-	1	-	-	1	1	-	-	13
Koza	4	2	-	-	1	-	-	1	-	-	8
Labuť	-	-	1	-	2	1	2	5	-	-	11
Svíčka	-	1	-	-	-	-	-	-	1	3	5
Čínská dívka	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1
Číňan na bruslích	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1
Číňan s polévkou	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	2
celkem	27	33	27	21	10	13	15	20	7	7	180

Z tabulky lze vyčíst, že žáci všech ročníků nejčastěji umisťovali KD a ČT jako první. Jsem přesvědčena, že časté první položení KD je zapříčiněno faktem, že tento tvar obvykle tvořil ocasy zvířat na obrázcích. Příčinu prvotního pokládání čtverce pak spatřuji v tom, že je pro žáky nejznámějším tvarem.

8. ZÁVĚR

Svoji diplomovou práci jsem se rozhodla zaměřit na hlavolam tangram a jeho využití ve školním prostředí, především v hodinách matematiky. Za tímto rozhodnutím stojí několik osobních pohnutek. Jako malé děvče jsem dostala tento hlavolam od své maminky. Stal se mojí oblíbenou hračkou, ale jak šel čas, přicházely i jiné zajímavé hračky či hlavolamy a tangram upadl v zapomnění. Znovu jsem ho objevila až na gymnáziu a opět propadla jeho kouzlu. K poslednímu návratu k této hračce došlo na škole vysoké. Tam už jsem o tangramu ale začala přemýšlet jinak, jako o pomůcce k výuce geometrie, z hlediska jeho didaktického a diagnostického potenciálu. Úplně posledním impulsem byl letní dětský tábor, kde jsme tangram zakomponovali do celotáborové etapové hry a děti z něj byly nadšené.

V práci seznamuji čtenáře s tangramem jako takovým, jeho historií, obměnami, kterých se dočkal díky své popularitě, a v neposlední řadě ho podrobuji matematickému zkoumání. Dále jsem zmínila některé teorie poznávacího procesu. Za velmi inspirativní část práce považuji nabídku tangramových úloh zaměřujících se na různé geometrické jevy, stejně tak další hry a tangramové úlohy uvedené v kapitole 4. Právě ve vytvoření sborníku tangramových úloh vidím jednu z dalších možností, jak na tuto práci navázat. Během plnění diplomového úkolu jsem analyzovala řady učebnic různých nakladatelství a popsala, zda se v nich tangram vyskytuje a jaký je způsob jeho využití. Překvapením pro mě bylo, že učebnice tangram, nebo různé podobné hlavolamy, zařazují poměrně často. Bohužel způsob, jakým je s tangramem pracováno, je často nesystematický. Většinou je zařazen jako odpočinková činnost nebo jako nadstavbová úloha.

Praktická část mé práce vznikla dvěma velmi odlišnými způsoby získávání informací (metodami výzkumu). Dotazníkové šetření mi poskytlo mnoho zkušeností s vyhodnocováním dotazníků, pro něž jsem si musela vytvořit vlastní systém, abych se ve „statistické" práci neztratila. Mnohem více a zajímavějších zkušeností mi však poskytly realizace experimentů. Připravit plány experimentů, zajistit je po technické stránce, připravit pomůcky pro experimenty a zajistit jejich hladký průběh bylo pro mě velkým a složitým úkolem, jelikož jsem se v roli experimentátorky ocitla poprvé. Realizace experimentů mě velmi obohatila, zjistila jsem, jak je důležité naplánovat přesně každý krok. Přestože jsem plán experimentu měla připravený, občas se mi stalo, že jsem vynechala nějakou informaci. Například jsem upozornila žáky, aby nenechávali na lavici položený penál, nemluvila jsem však o lahvích s pitím. To mi způsobilo komplikace při analýze videozáznamů. Za svou chybu považuji také nedostatečnou schopnost dále zpracovávat videozáznamy experimentů (střih) a v budoucnu ji hodlám napravit.

Samozřejmostí bylo vyzkoušení nástrojů experimentů na své vlastní osobě. Sledovala jsem své strategie řešení, abych měla větší šanci vypozorovat strategie řešení žáků. Velkým překvapením pro mě bylo, že ačkoliv jsem si myslela, že na základě zkušeností budou mé strategie hodně odlišné, nebylo tomu tak. Někteří žáci používali prakticky stejné strategie (*Strategie prvotní analýzy obrázku, Strategie nápadných částí obrázku, Strategie umístění VT*), pouze v pomalejším tempu. Žáci totiž řeší procesem to, co já jsem řešila pouze v představě. Vrátím-li se k nástrojům experimentů, za velmi podstatnou a obecně přínosnou část práce považuji stanovení a popsání kritérií obtížnosti tangramových předloh, které jsem v rámci analýzy nástroje experimentu uskutečnila. Další přínos své práce spatřuji ve vysledování a popsání žákovských strategií řešení u jednotlivých úloh.

Napsáním této diplomové práce určitě neskončí můj zájem o tangram a jeho použití ve škole. V budoucnu se se svými žáky budu snažit objevovat další a další skryté možnosti této hračky. Zkušenosti, které jsem nabyla během experimentů, využiji pro tuto naši práci. Tangram jistě ještě nabízí velké množství způsobů, jak ho využít, jsem přesvědčena, že je možné ho propojit i s dalšími podnětnými prostředími, jako například s prostředím čtvercové sítě. Jistý náznak tohoto propojení se v práci objevil v podobě Hry na zrcadlo. Chtěla bych do hodin matematiky zařazovat nejen tangram, ale i další zajímavé pomůcky, které pomohou mým žákům v rozvoji jejich geometrických představ a tvořivosti. K tomu bych ráda využila nejen pomůcky hmatatelné, ale i interaktivní. V dnešní době internetu je možno nalézt mnoho zajímavých webových stránek, na kterých je lze přímo skládat tangramové obrázky. Přestože jsou žáci ochuzeni o přímou manipulaci, je pro ně práce na takových úlohách velmi přitažlivá.

V neposlední řadě mi práce na diplomovém úkolu přinesla velmi milé setkání s autorkou publikací o rozvoji prostorové představivosti ze Slovenska, doc. RNDr. Vierou Uherčíkovou, CSc., která propaguje použití tangramu již v předškolních zařízeních. Po tomto setkání jsem již neměla nejmenší pochybnost o tom, že má tangram ve výuce matematiky na 1.stupni ZŠ své opodstatněné místo.

SEZNAM LITERATURY:

BRINCKOVÁ, J. *Didaktická hra v geometrii*. Bratislava: Dony, 2003.

DUDENEY, H. E. *Matematické hlavolamy a hříčky*. Praha: Olympia, 1995.

HEJNÝ, M. Budování geometrických proceptů. In AUSBERGEROVÁ, M., NOVOTNÁ, J., *Sborník z konference 7. setkání učitelů matematiky všech stupňů škol,* Mariánské Lázně : JČMF, 2000

HEJNÝ, M. Mechanizmus poznávacího procesu. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha : Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2004a.

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha : Portál, 2001, 2009.

HOŠPESOVÁ, A., STEHLÍKOVÁ, N., TICHÁ, M. *Cesty zdokonalování kultury matematice*. České Budějovice : Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007.

JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie.* Praha : Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2010.

KREJČOVÁ, E. *Hry a matematika na 1. stupni základní školy.* Praha : SPN, 2009.

MADSEN K. B.: *Moderní teorie motivace*. Praha: Academia, 1979.

PIJANOWSKI, L. *Encyklopedie světových her*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN SA, 2006.

PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník.* Praha : Portál,1995.

TRPIŠOVSKÁ, D., VACÍNOVÁ, M., *Základy psychologie.* Ústí nad Labem : Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem, 2001.

UHERČÍKOVÁ, V., HAVERLÍK, I. *Didaktika rozvíjania základných matematických predstáv.* Bratislava : Dony, 2007.

UHERČÍKOVÁ, V., HAVERLÍK, I. *Pracovné listy na rozvíjanie základných matematických predstáv u detí v MŠ a ZŠ.* Bratislava : Dony, 2007.

VOPĚNKA, P. *Rozpravy s geometrií.* Praha : Pyramida, 1989.

WOLRING, B. *Selbst erstellte Tangrams für Bilder.* In *Dva dny s didaktikou matematiky 2008*. Praha: UK PedF, 2008.

Odborné časopisy:

GRAY, E., TALL, D. Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 2004, roč. 25, č.2, s.116-141.

HAVERLÍK,I. K. Putovanie kengury Reny. *Predškolská výchova*, 2001, roč. 56, č.4, s. 42 - 46

HAVERLÍK,I. K. Kto je potrebnejší. *Predškolská výchova*, 2001, roč. 56, č.5, s. 43 – 45

Diplomová práce:

NEČASOVÁ, M. (2009): Čtyři náměty pro středoškolské semináře matematiky, PedF v Praze.

Seznam učebnic:

Nakladatelství Alter:

Matematika pro 1.ročník: LANDOVÁ,V., STAUDKOVÁ, TŮMOVÁ, V.

Matematika pro 2:ročník: EICHLEROVÁ, M., STAUDKOVÁ. H., Vlček, O.

Matematika pro 3.ročník: BLAŽKOVÁ, R., VAŃUROVÁ, M., MATOUŠKOVÁ, K., STAUDKOVÁ, H.

Matematika pro 4.ročník: BLAŽKOVÁ, R., VAŃUROVÁ, M., MATOUŠKOVÁ, K,

Matematika pro 5.ročník: JUSTOVÁ, J.

Nakladatelství Didaktis:

Matematika pro 1.ročník: TARÁBEK, P. a kol.

Matematika pro 2:ročník: KORITYÁK, S., PALKOVÁ, M., SKŘÍČKOVÁ, M., SYNKOVÁ, P.

Matematika pro 3.ročník: BLAŽKOVÁ, J., CHRAMOSTOVÁ, I., KALOVSKÁ, M.,

Matematika pro 4.ročník: KOPŘIVOVÁ, I.

Matematika pro 5.ročník: BLAŽKOVÁ, J., CHRAMOSTOVÁ, I., LEDVINKA, Š., NEČASOVÁ, R.

Nakladatelství Fraus:
Matematika pro 1., 2.roč.: HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J.
Matematika pro 3.ročník: HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J., MICHNOVÁ, J.
Matematika pro 4., 5.roč.: HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., BOMEROVÁ, E., MICHNOVÁ, J.
Nakladatelství Prodos:
Matematika pro 1.-5.roč.: MOLNÁR, J., MIKULENKOVÁ, H.

Nakladatelství Prometheus:
Matematika pro 1.-5.roč.: HOŠPESOVÁ, A., DIVÍŠEK, J., KUŘINA, F.

Nakladatelství SPN:
Matematika pro 1.-3.roč.: ČÍŽKOVÁ, M.
Matematika pro 4.ročník: EIBLOVÁ, L., AUSBERGEROVÁ, M.
Matematika pro 5.ročník: VACKOVÁ, I.

Nakladateltví Scientia:
Matematika pro 1.-5.roč.: KÁROVÁ,V.

Internetové zdroje:

http://www.archimedes-lab.org/tangramagicus/pagetang1.html
http://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/1461/hry-v-geometrii-na-1.-stupni.html/
http://www.clker.com/clipart-tangram2.html
http://comae.sk/pomocky.html
http://www.e-hracky.cz/udelej/tangram.htm
http://www.fmph.uniba.sk/fileadmin/user_upload/editors/studium/svk/2010/DID/32.pdf
http://www.indiana.edu/~liblilly/collections/overview/puzzle_docs/Sam_Loyd_Successful_Hoax.pdf (Scolum)
http://losstt-in-math.dm.unipi.it/bp/TangramInMathematics-CZ.pdf
http://www.p-mat.sk/pytagoras/zbornik2007/003_Hejny_Schema.pdf

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM GRAFŮ

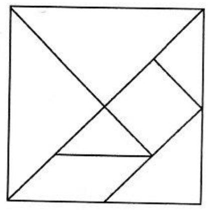
SEZNAM TABULEK

SEZNAM PŘÍLOH

PŘÍLOHY

Příloha 1

Vážená paní učitelko, vážený pane učiteli,
jsem studentkou Učitelství pro 1. st. ZŠ na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy. Ráda bych Vás požádala o vyplnění krátkého dotazníku, který je součástí mé diplomové práce na téma Využití Tangramu v hodinách matematiky na 1. stupni ZŠ. Dotazník je anonymní, prosím pouze o uvedení ročníku, který učíte. Velice si vážím Vaší ochoty pomoci mi ve výzkumu a času, který do vyplnění dotazníku investujete. Děkuji, Zdeňka Sýpalová.



Ročník:___

1) Použil/a jste někdy Tangram (nebo jeho obdobu) jako pomůcku pro výuku geometrie na 1. st. ZŠ?

   a) ne
   b) ano

2) Pokud byla Vaše odpověď na 1. otázku ano, jak na tuto pomůcku děti reagovaly?

   a) negativně
   b) neutrálně
   c) pozitivně
   d) jiná reakce, napište jaká ______________________

3) Podle jaké učebnice matematiky učíte? ______________________

4) Setkáváte se s Tangramem (nebo jeho obdobou) jako pomůckou ve své učebnici matematiky?

   a) ne
   b) ano

5) Myslíte si, že může být Tangram v hodinách geometrie na 1.st. ZŠ přínosem?

   a) ne
   b) nevím
   c) ano

6) Pokud jste na 5.otázku odpověděl/a ano, v čem vidíte tento přínos?

   a) zařazení Tangramu jako zábavné a „odpočinkové“ činnosti
   b) zpestření výuky
   c) jiný přínos, napište jaký ______________________

7) Mohou podle Vás děti při skládání Tangramových obrazců objevit nějaké geometrické zákonitosti?

   a) ne
   b) nevím
   c) ano - napište příklad ______________________

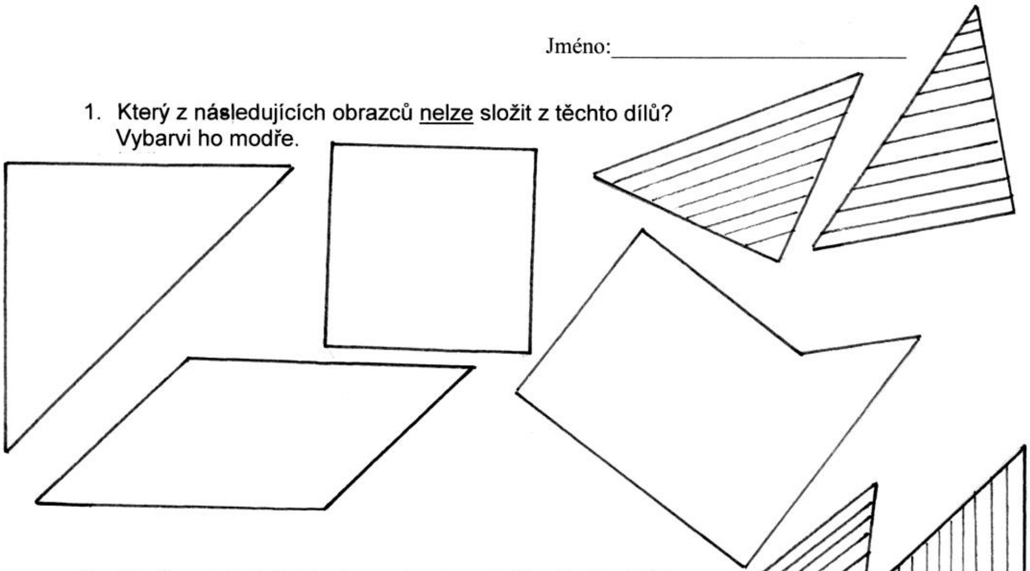
8) Účastní se Vaši žáci matematických soutěží (např. Matematický klokan) ?

   a) ne
   b) ano

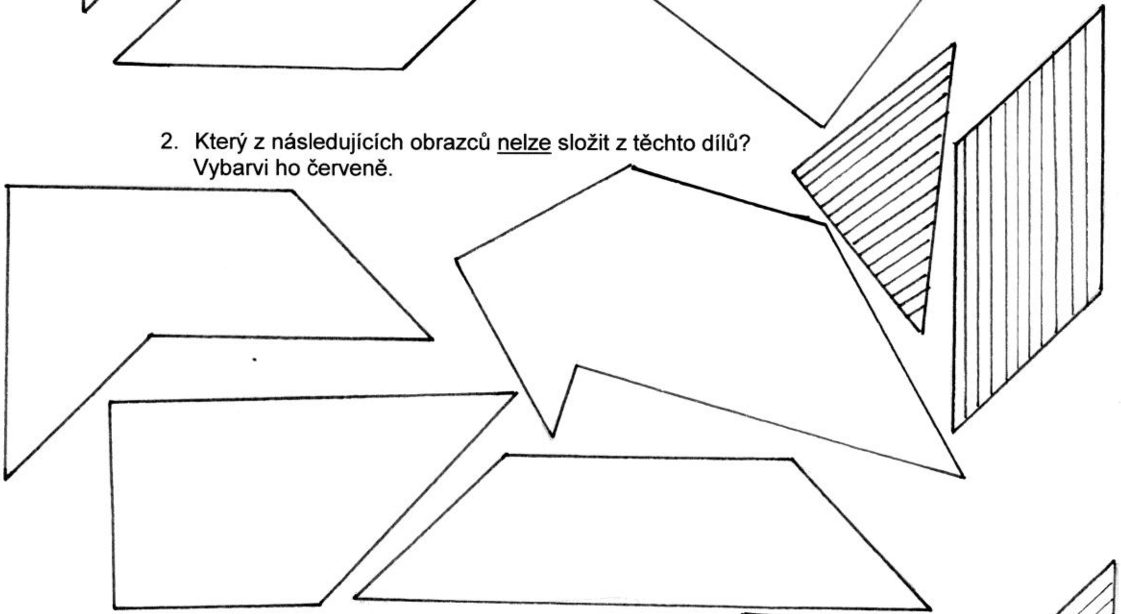
Příloha 2

Jméno:__________________________

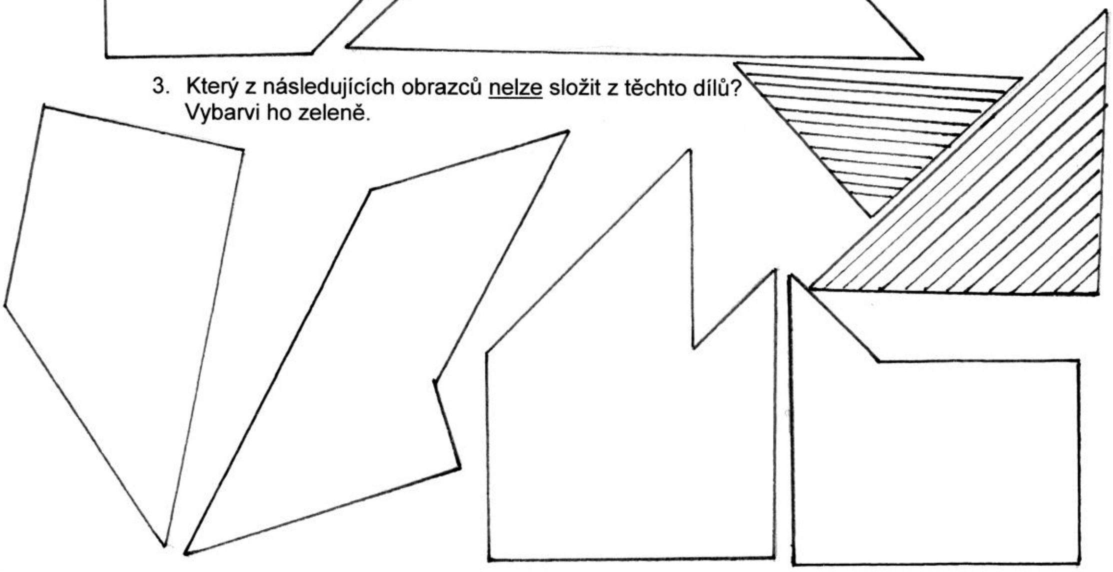
1. Který z následujících obrazců <u>nelze</u> složit z těchto dílů? Vybarvi ho modře.



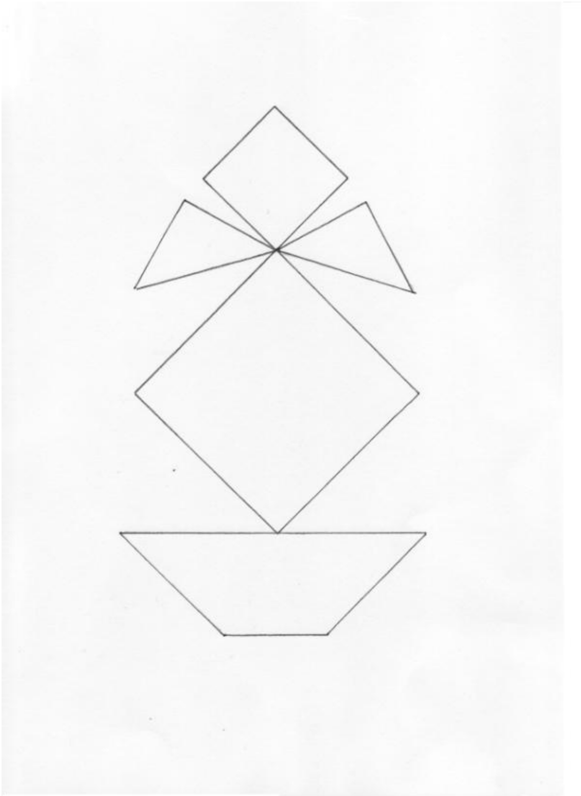
2. Který z následujících obrazců <u>nelze</u> složit z těchto dílů? Vybarvi ho červeně.



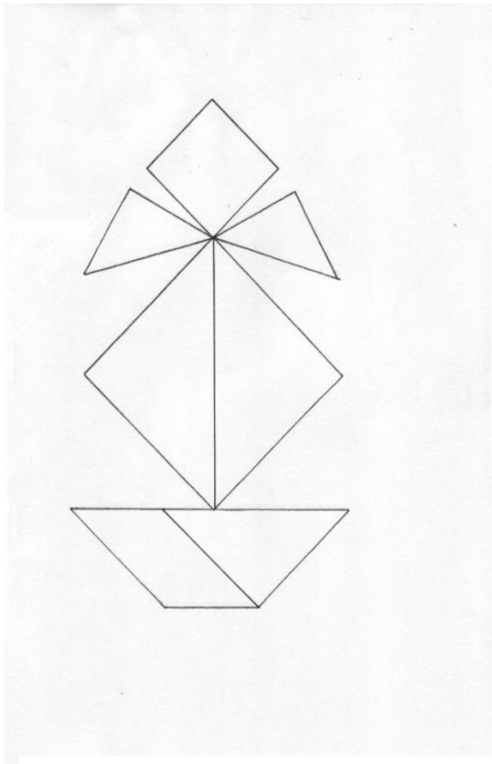
3. Který z následujících obrazců <u>nelze</u> složit z těchto dílů? Vybarvi ho zeleně.



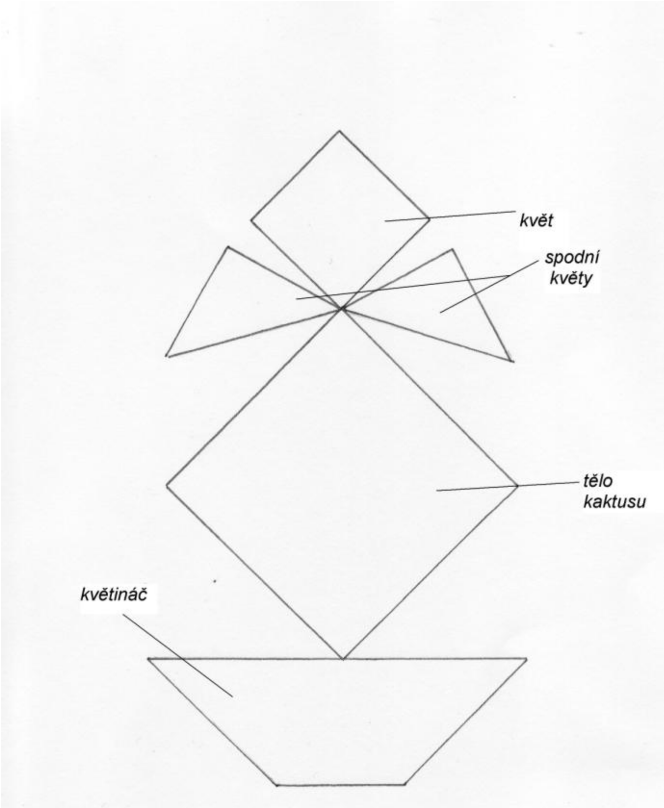
Příloha 3



Kaktus - obrys

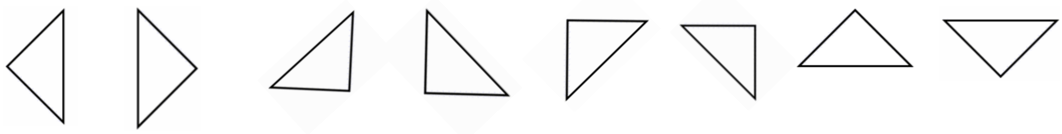


Kaktus – řešení



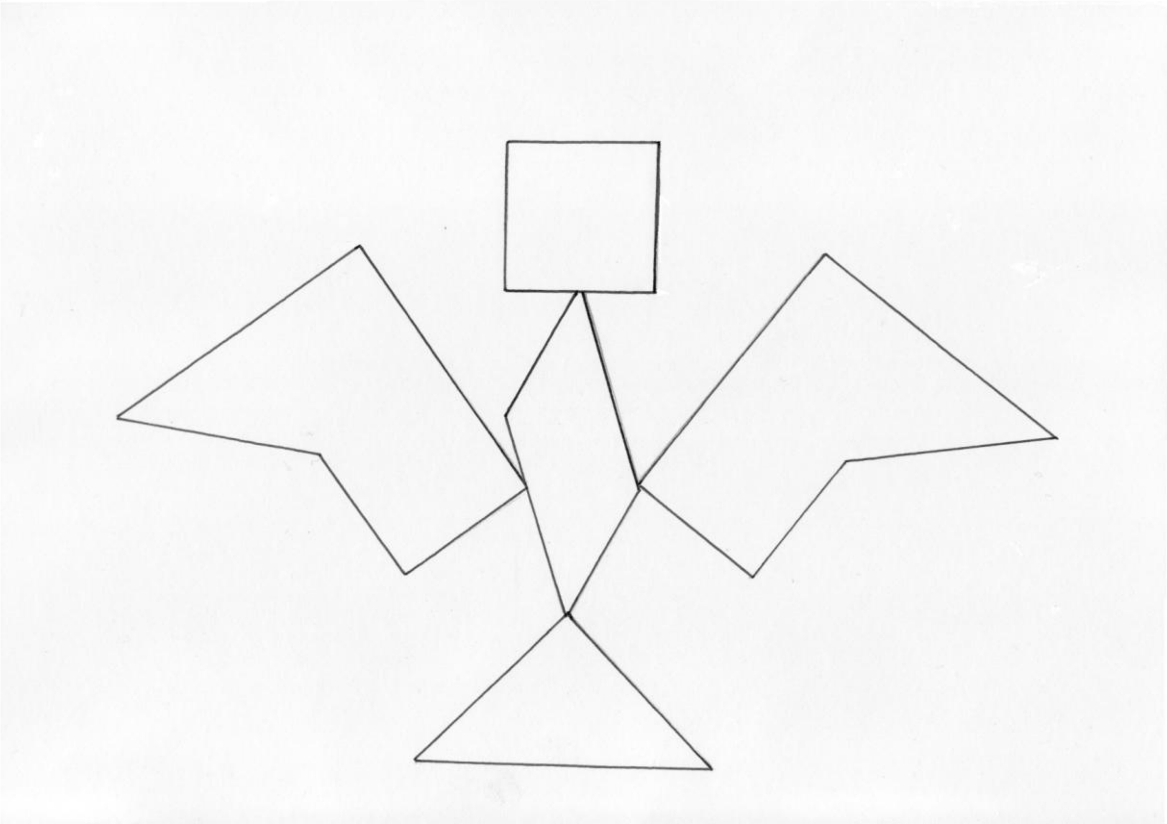
Kaktus - popis

Pozice trojúhelníků:

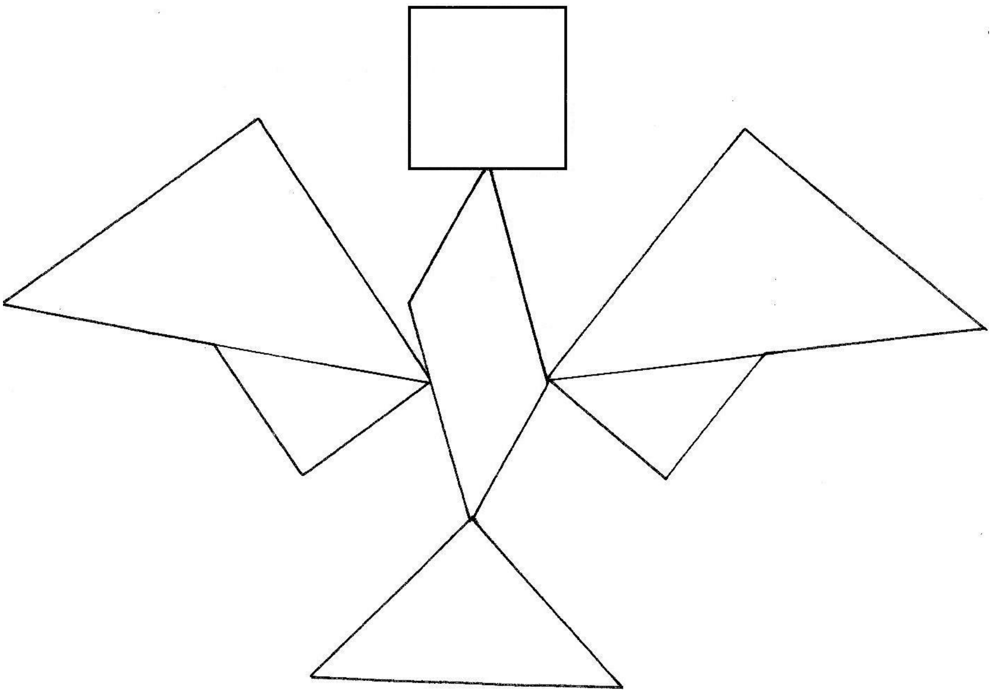


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

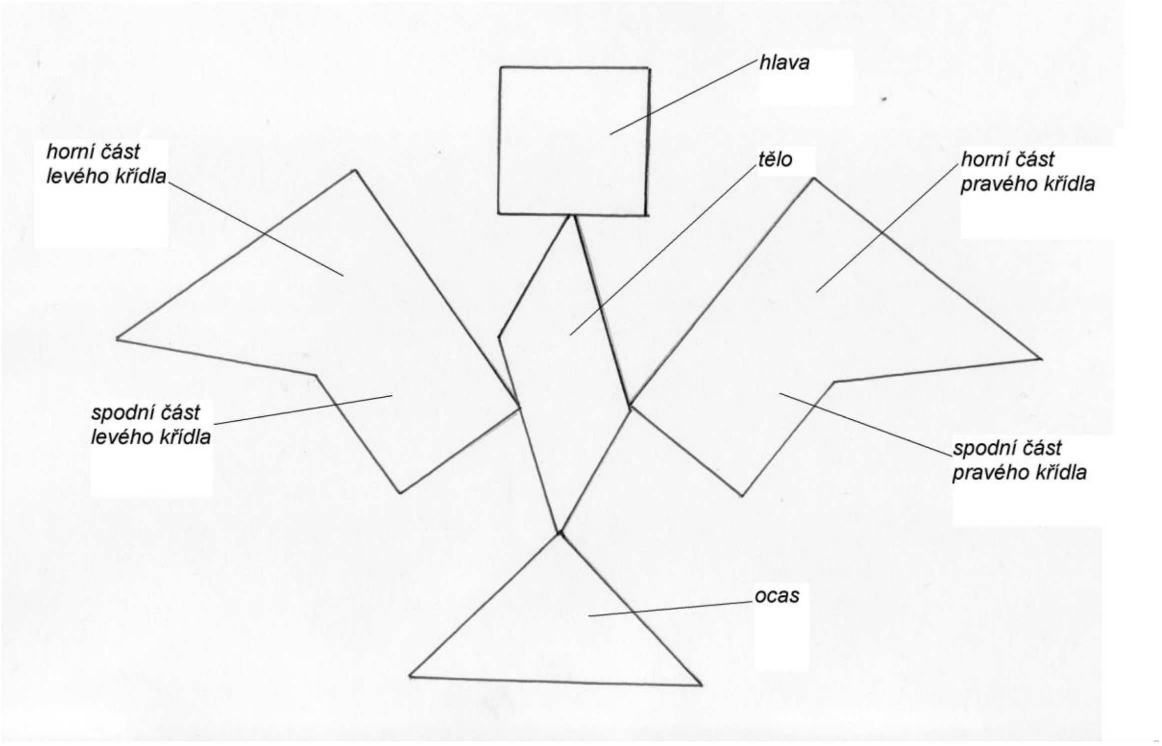
Příloha 4



Motýl - obrys

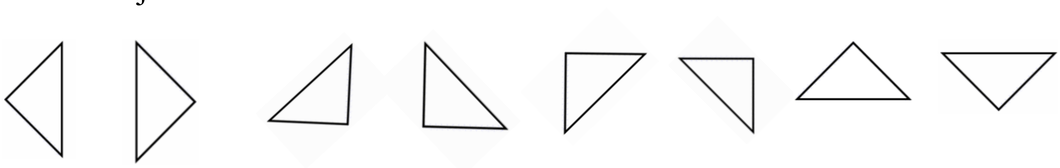


Motýl – řešení



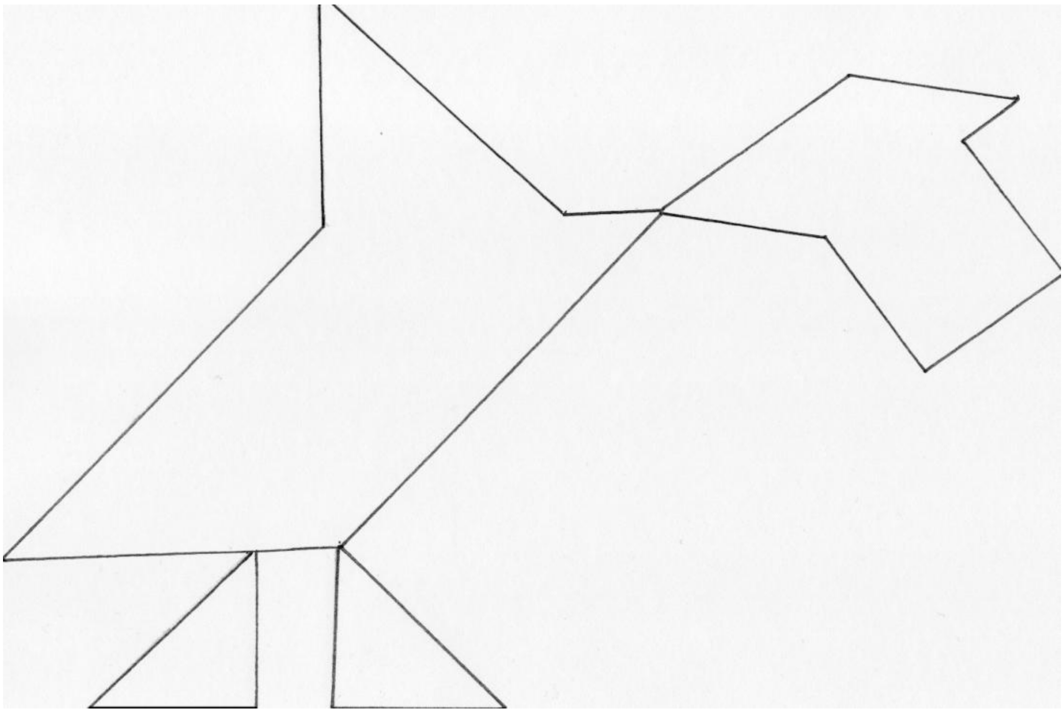
Motýl – popis

Pozice trojúhelníků:

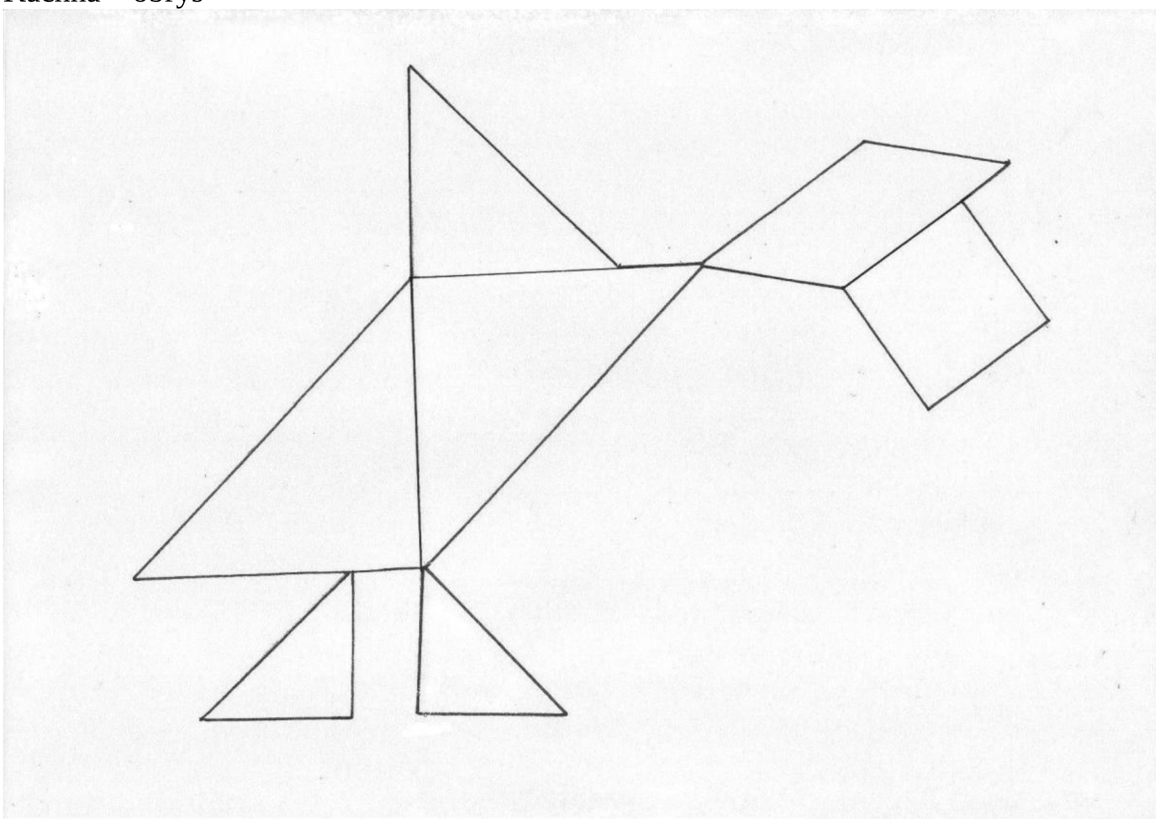


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

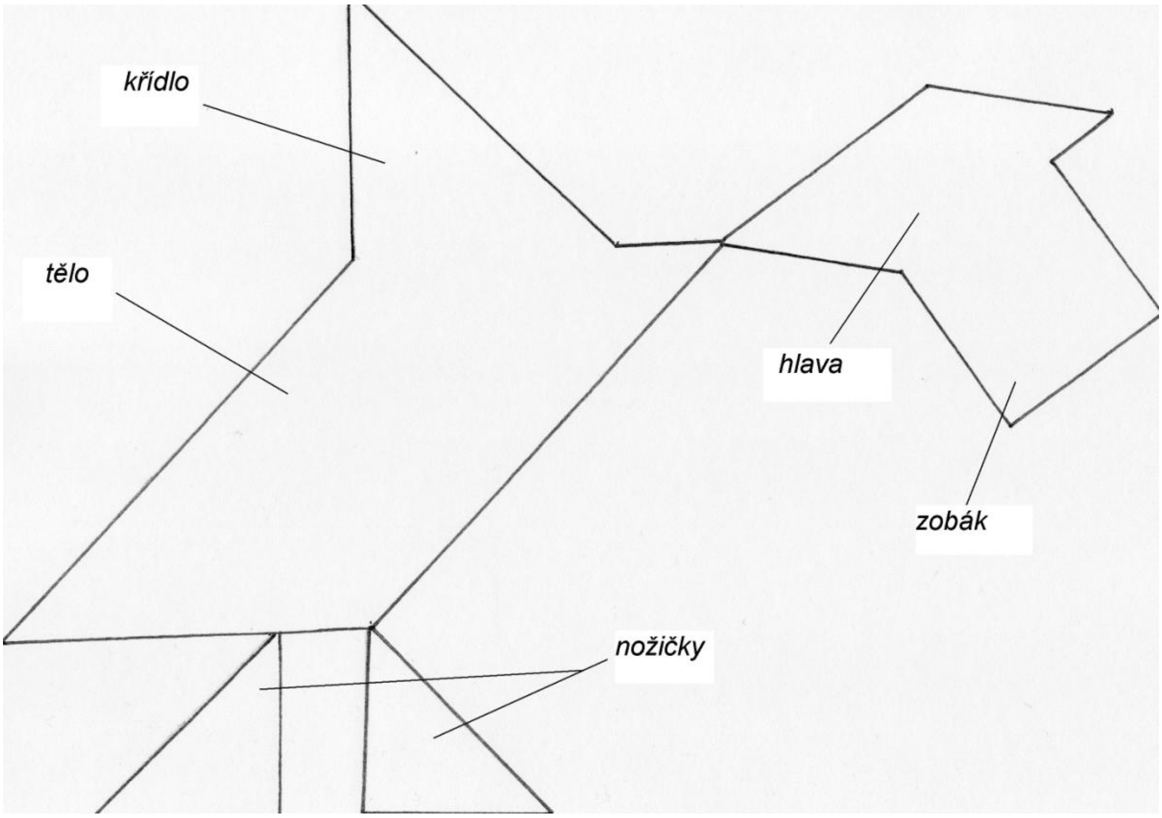
Příloha 5



Kachna – obrys

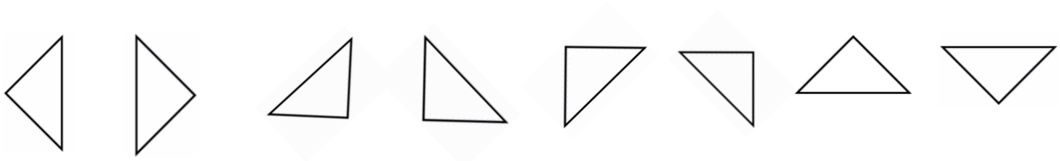


Kachna - řešení



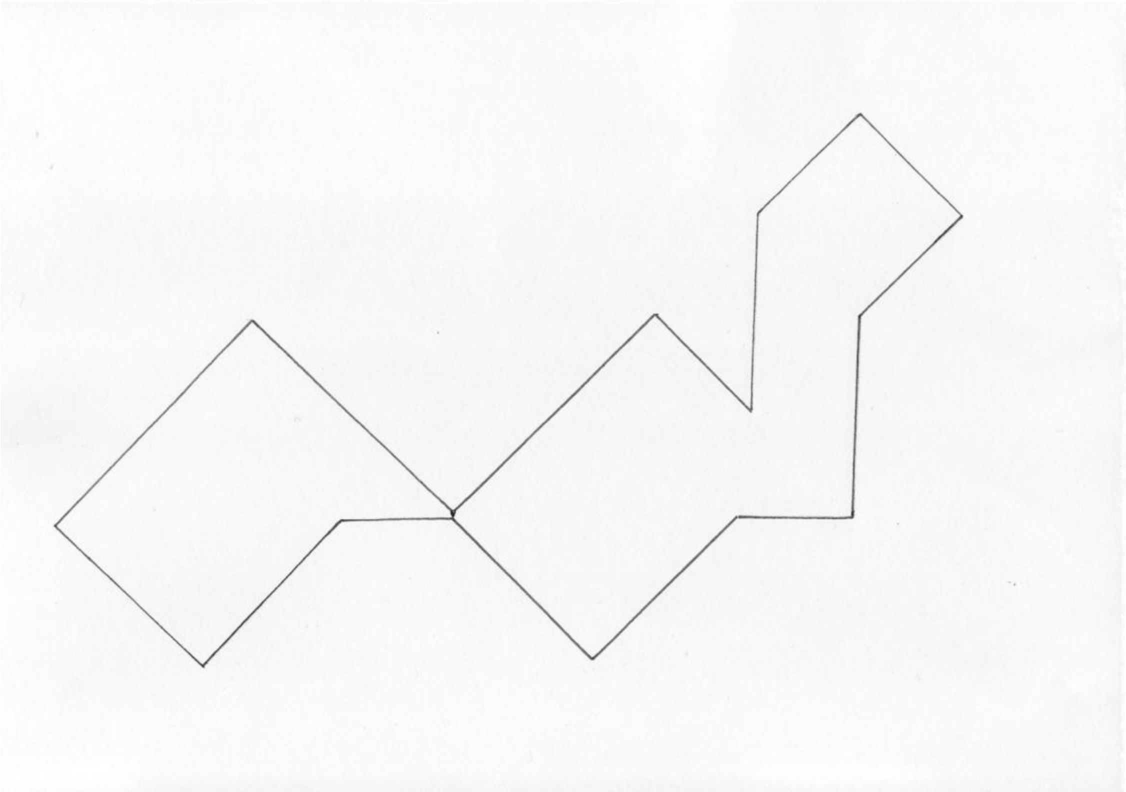
Kachna – popis

Pozice trojúhelníků:

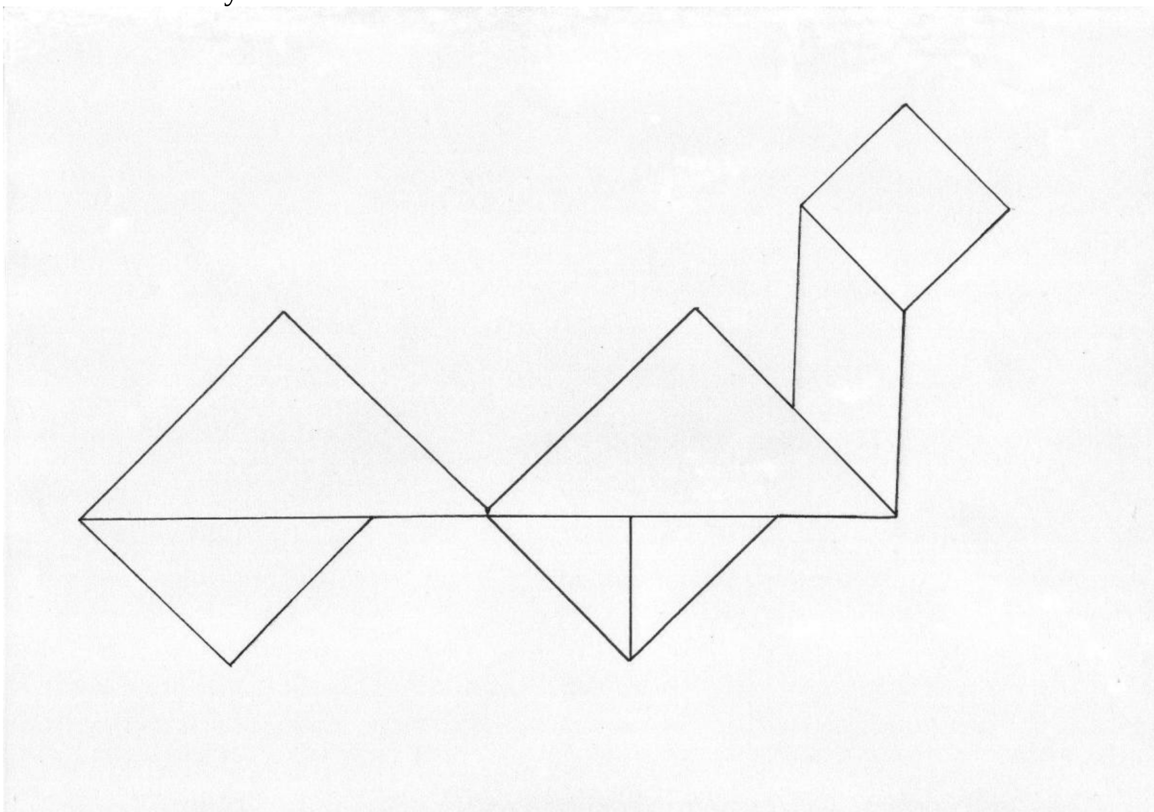


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

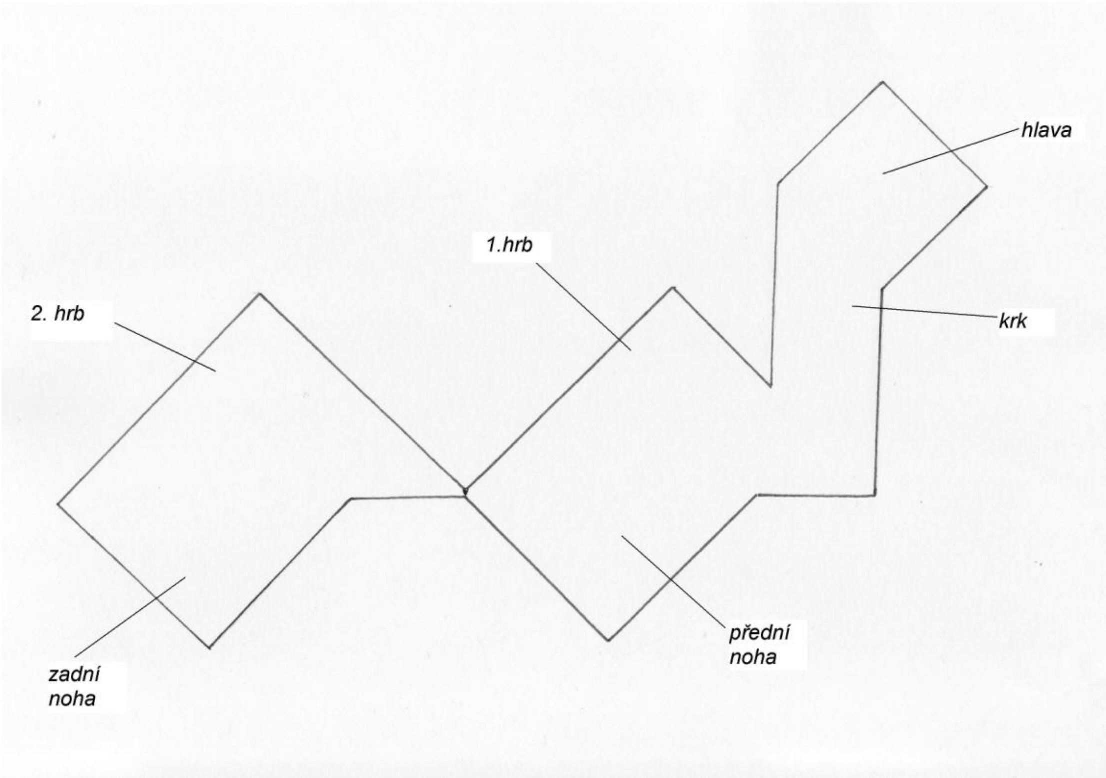
Příloha 6



Dinosaurus – obrys

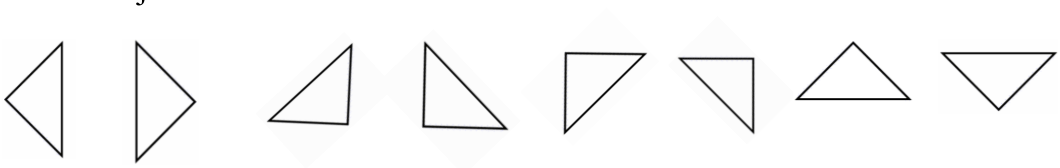


Dinosaurus – řešení



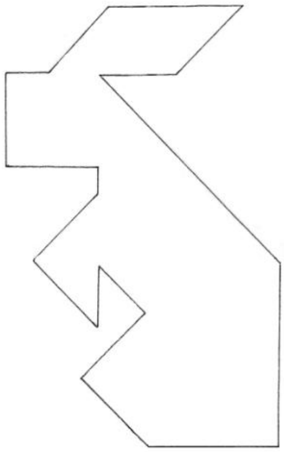
Dinosaurus - popis

Pozice trojúhelníků:

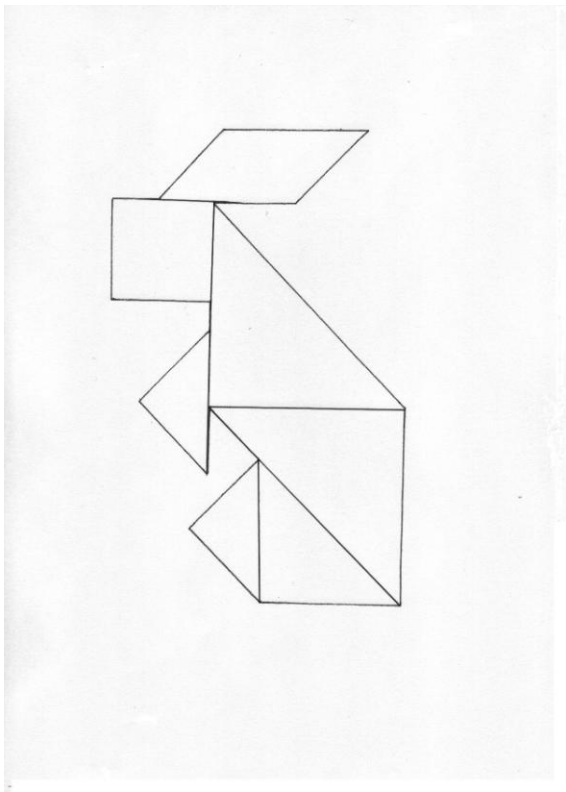


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

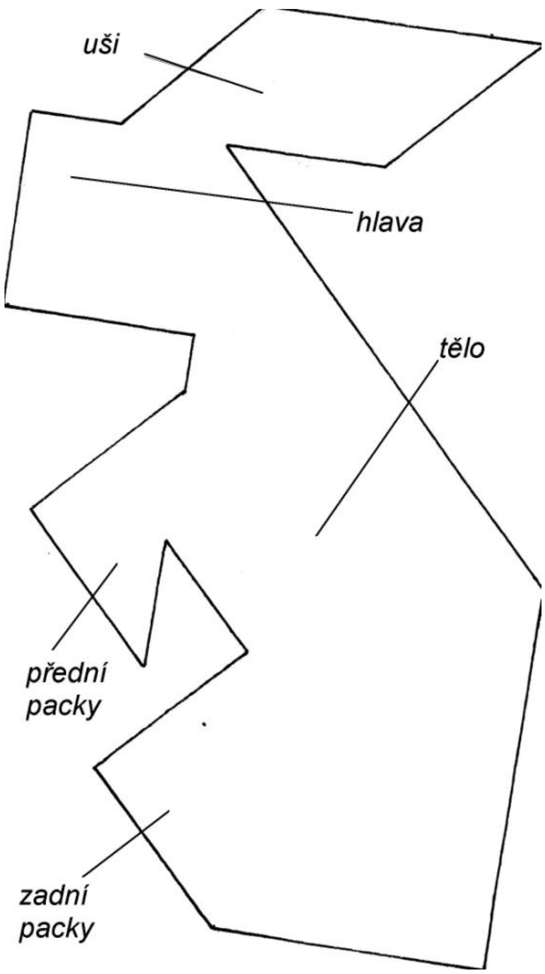
Příloha 7



Králík – obrys

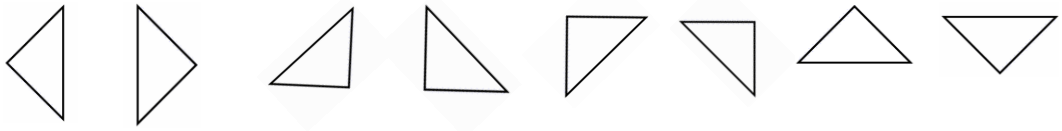


Králík – řešení



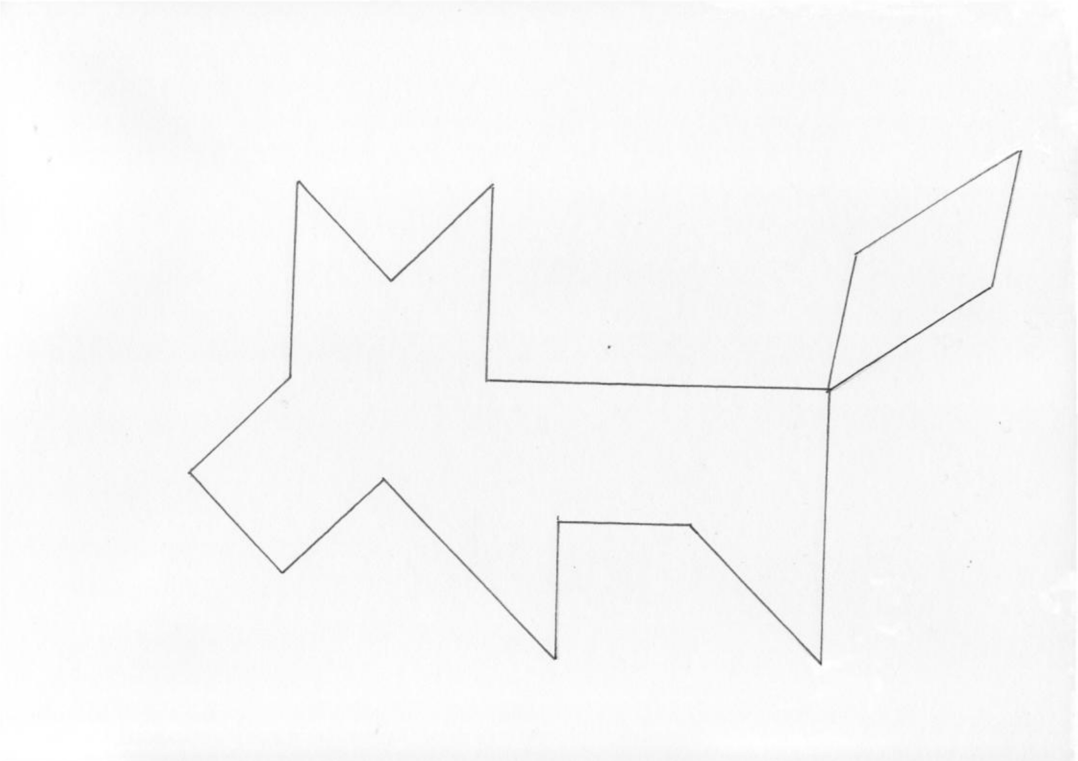
Zajíc – popis

Pozice trojúhelníků:

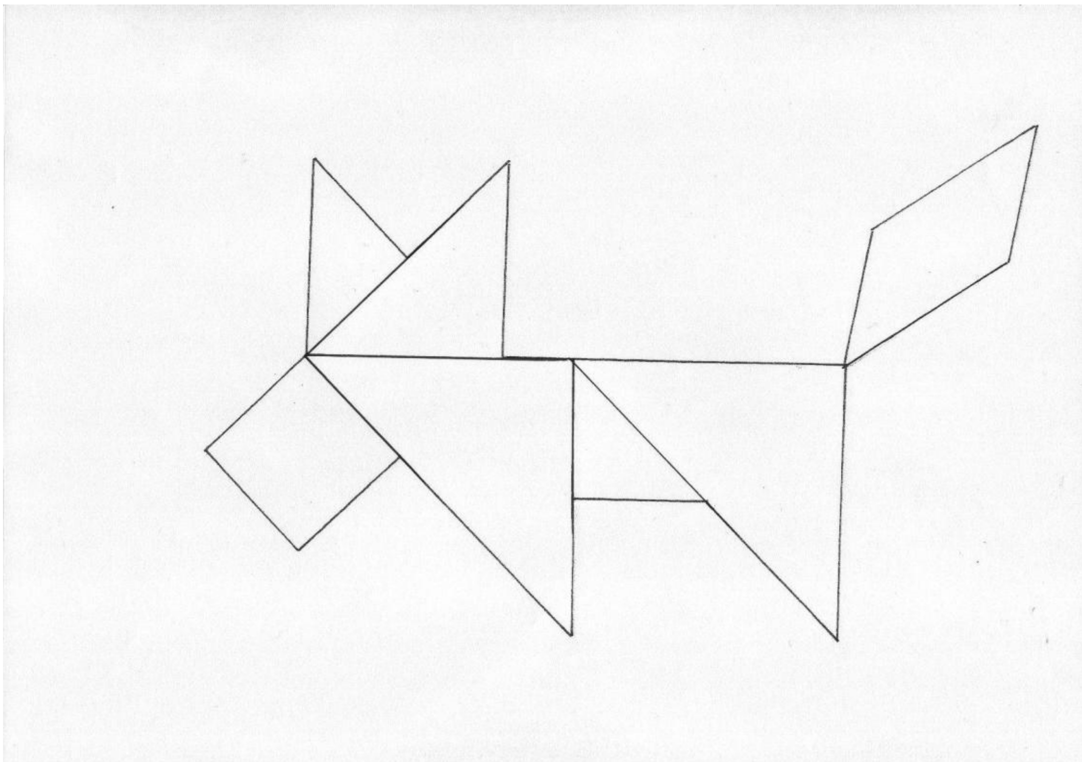


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

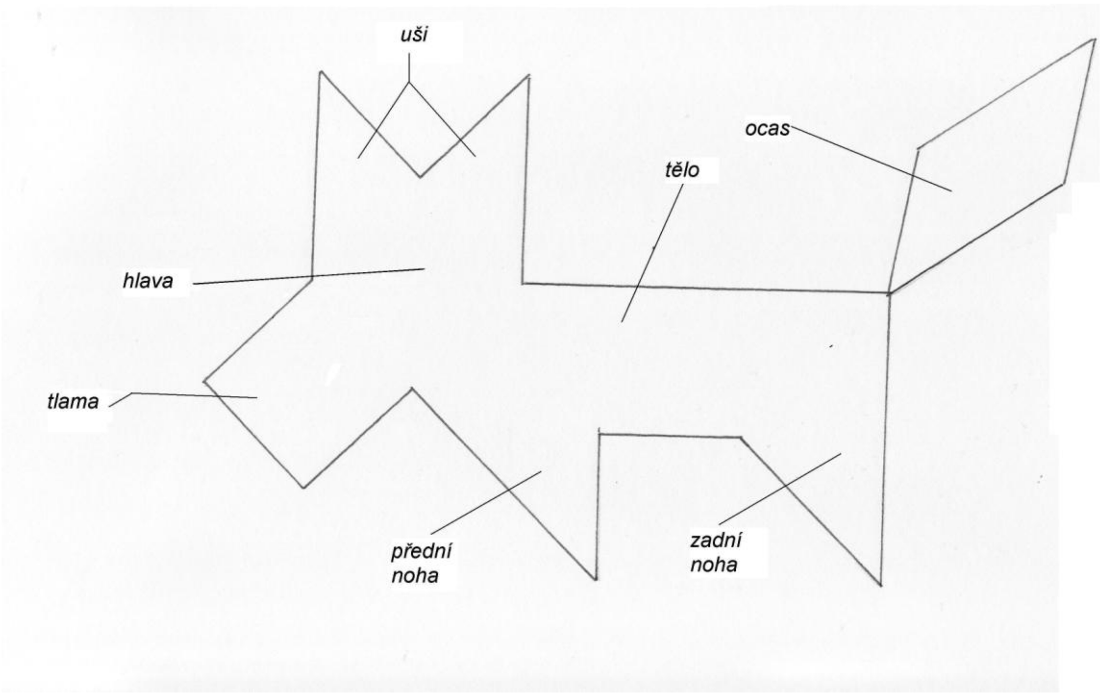
Příloha 8



Liška – obrys

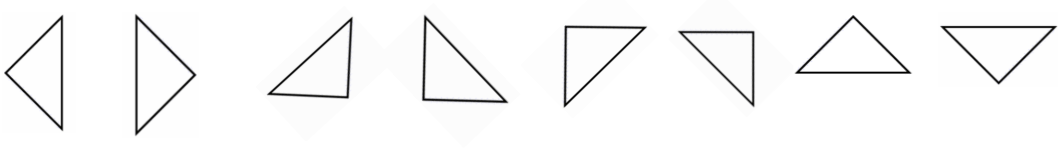


Liška -řešení



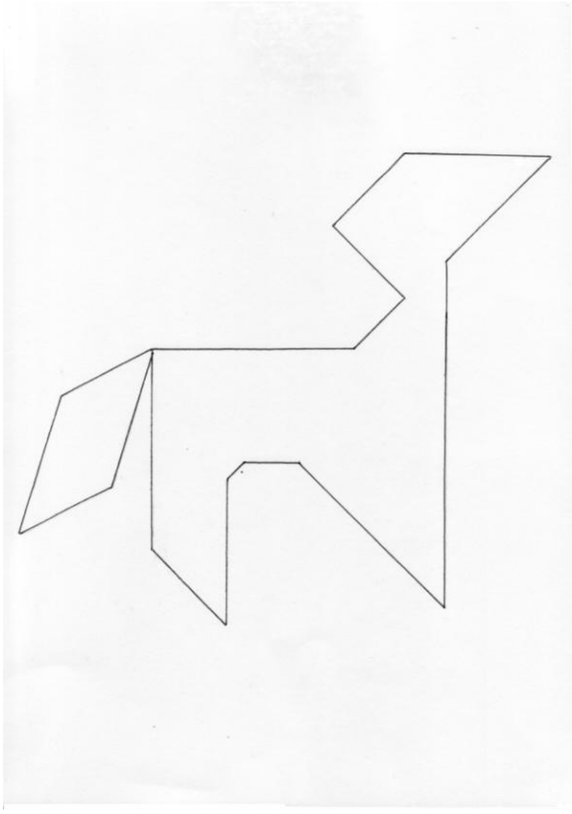
Liška – popis

Pozice trojúhelníků:

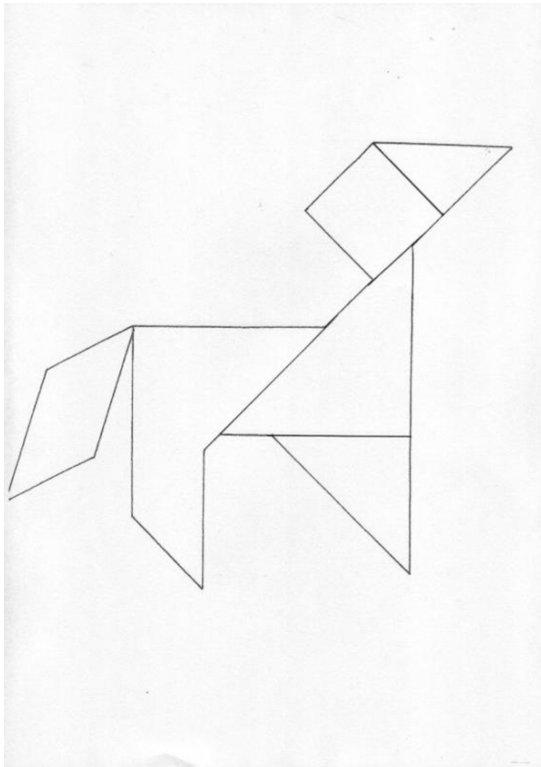


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

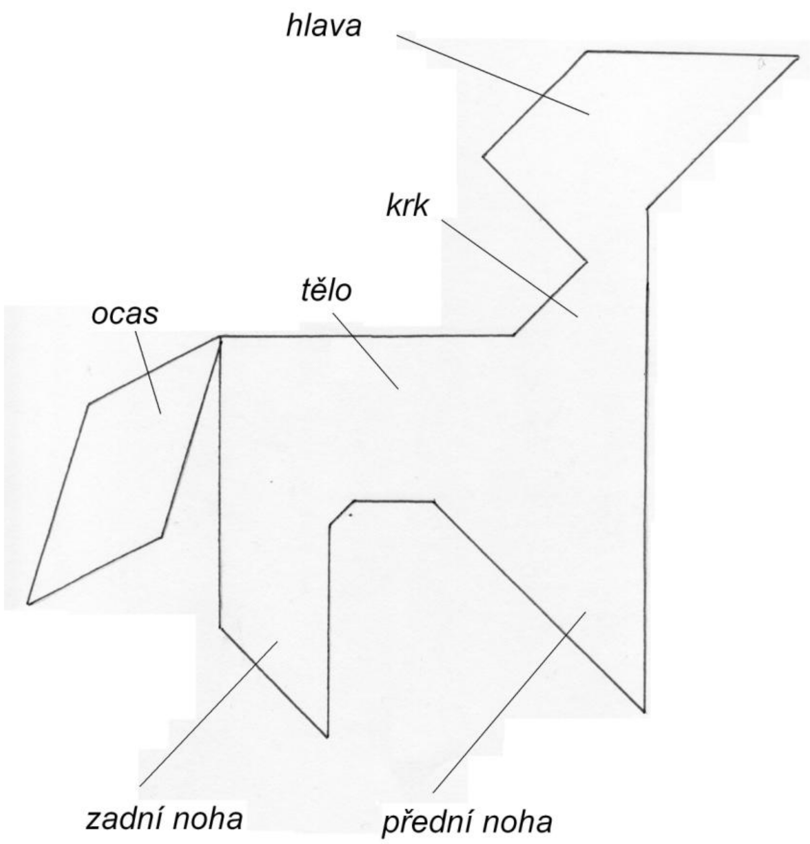
Příloha 9



Pes – obrys



Pes – řešení

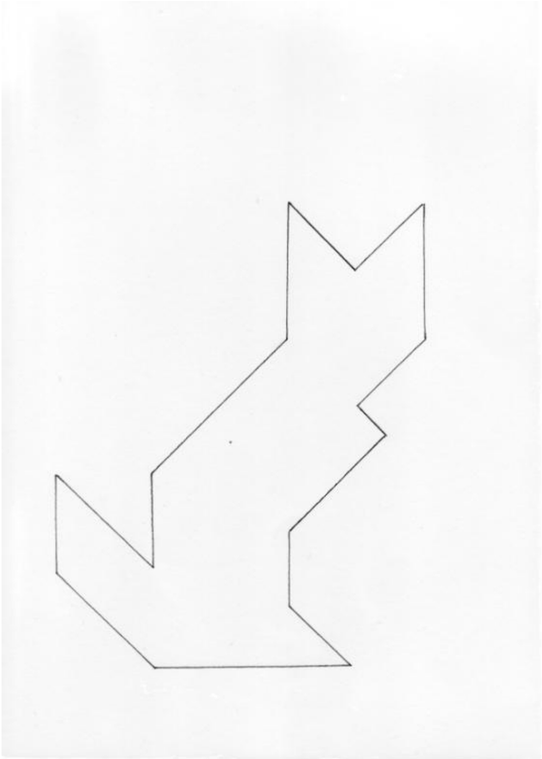


Pes – popis

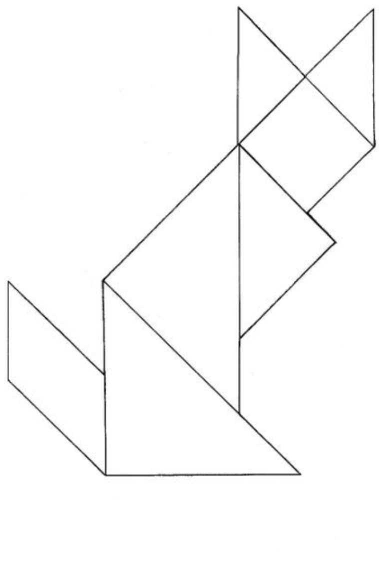
Pozice trojúhelníků:

SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

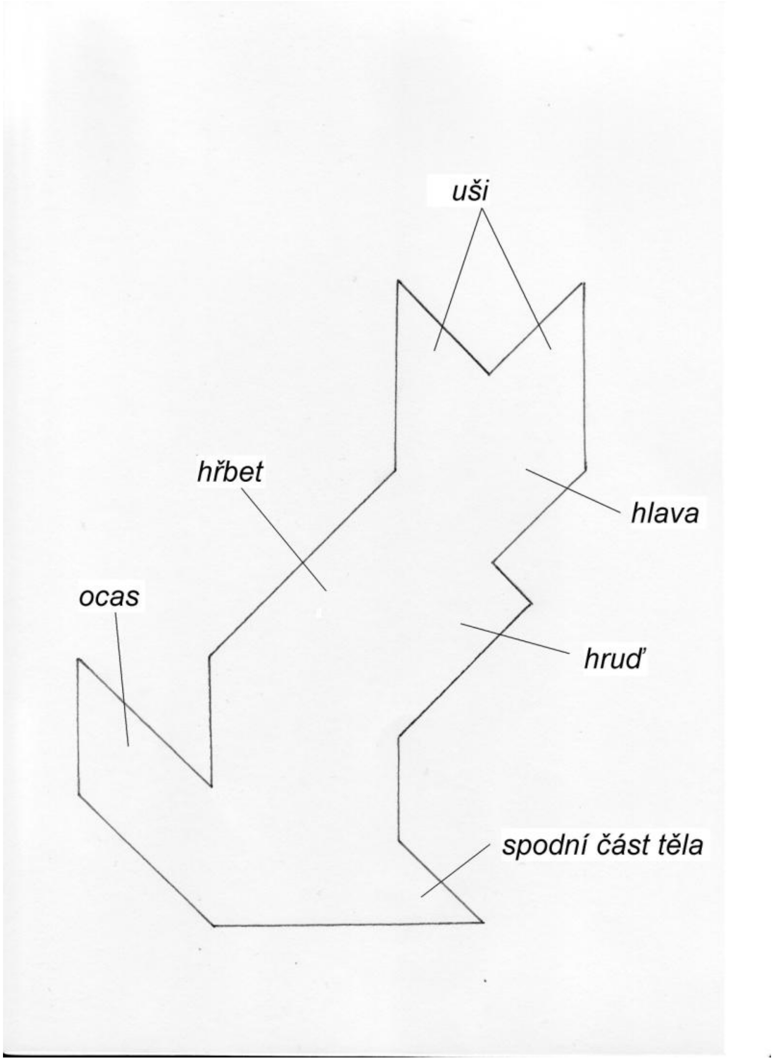
Příloha 10



Kočka - obrys

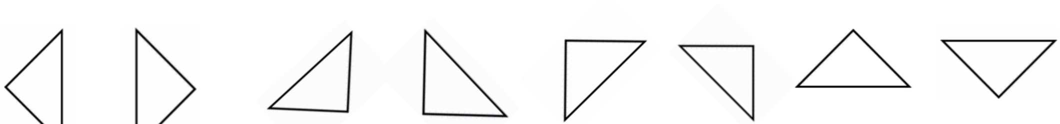


Kočka – řešení



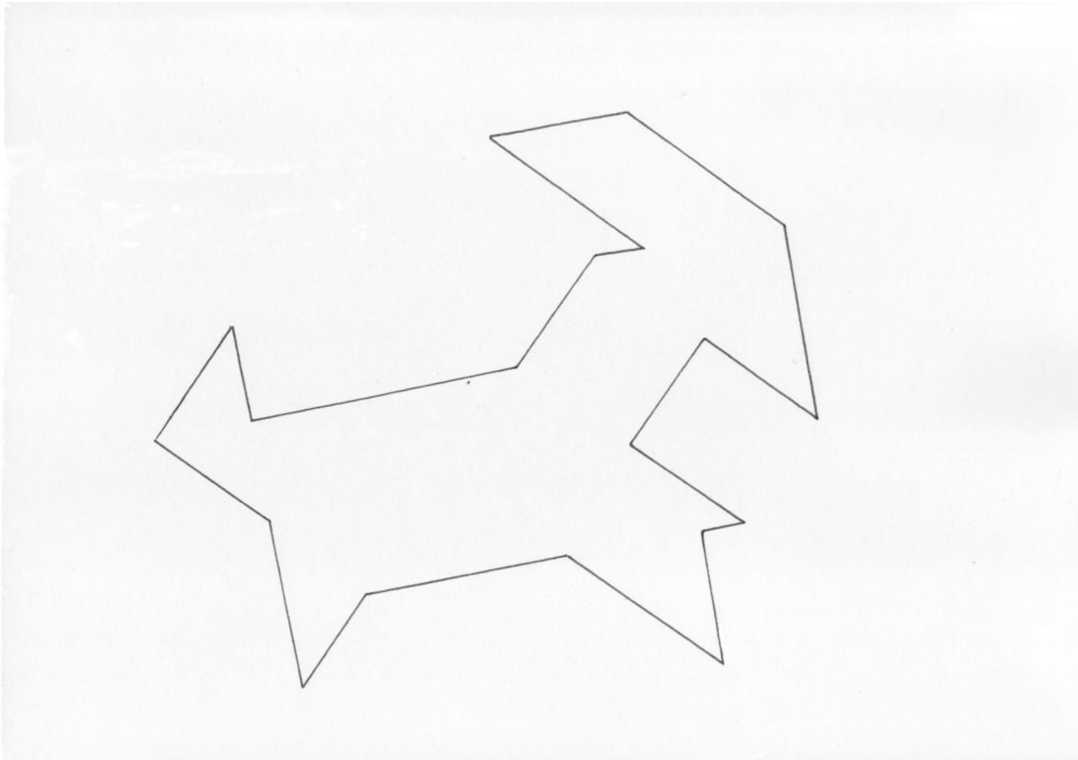
Kočka – popis

Pozice trojúhelníků:

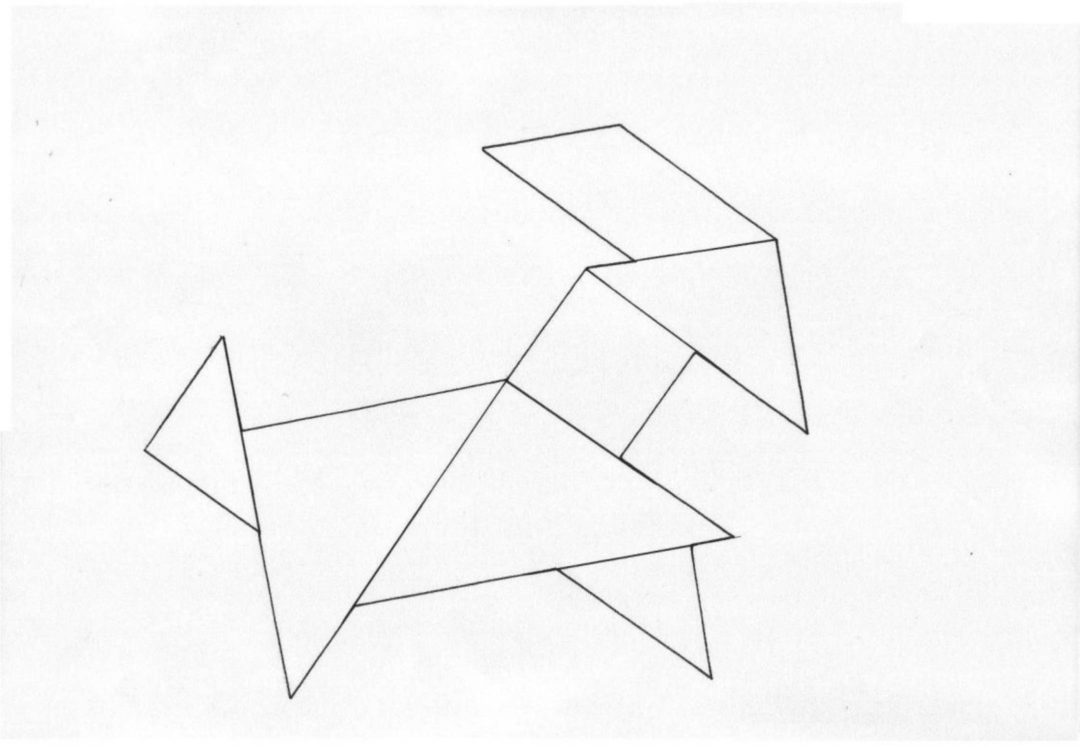


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

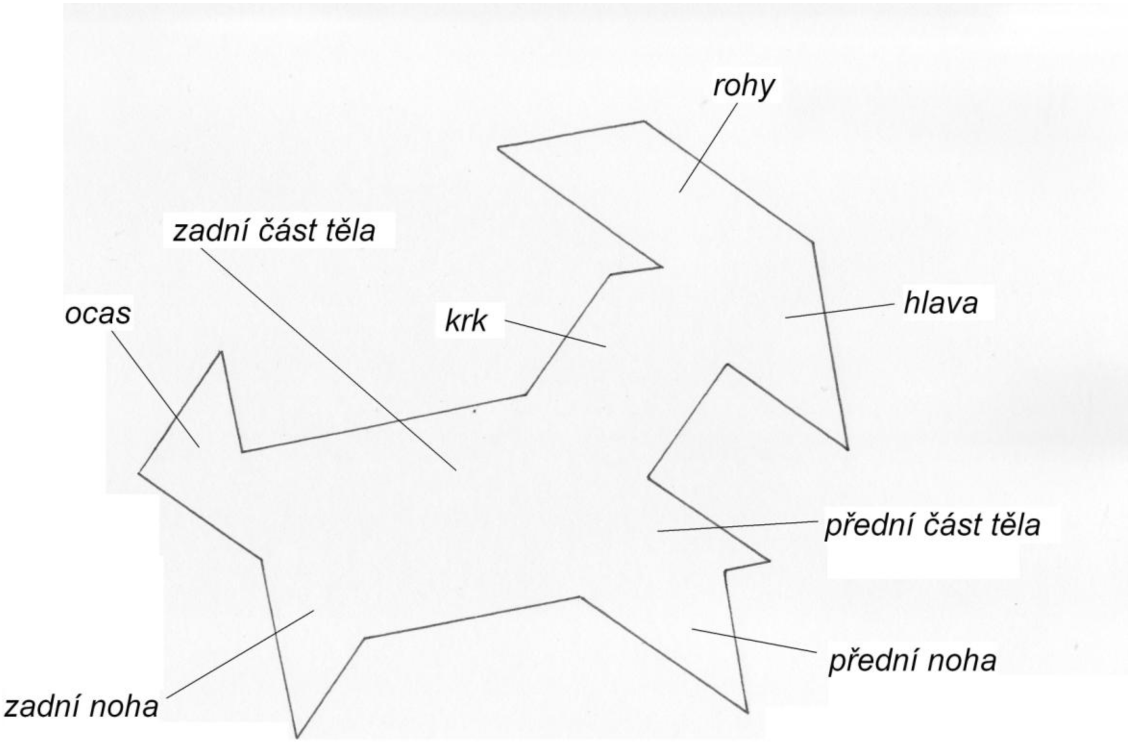
Příloha 11



Koza – obrys

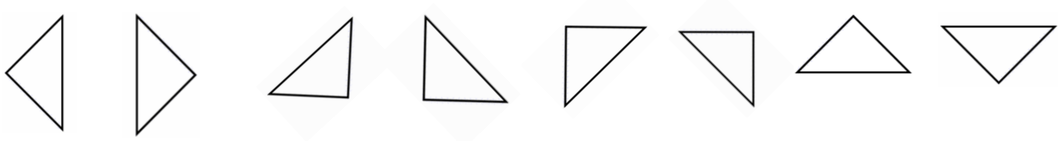


Koza - řešení



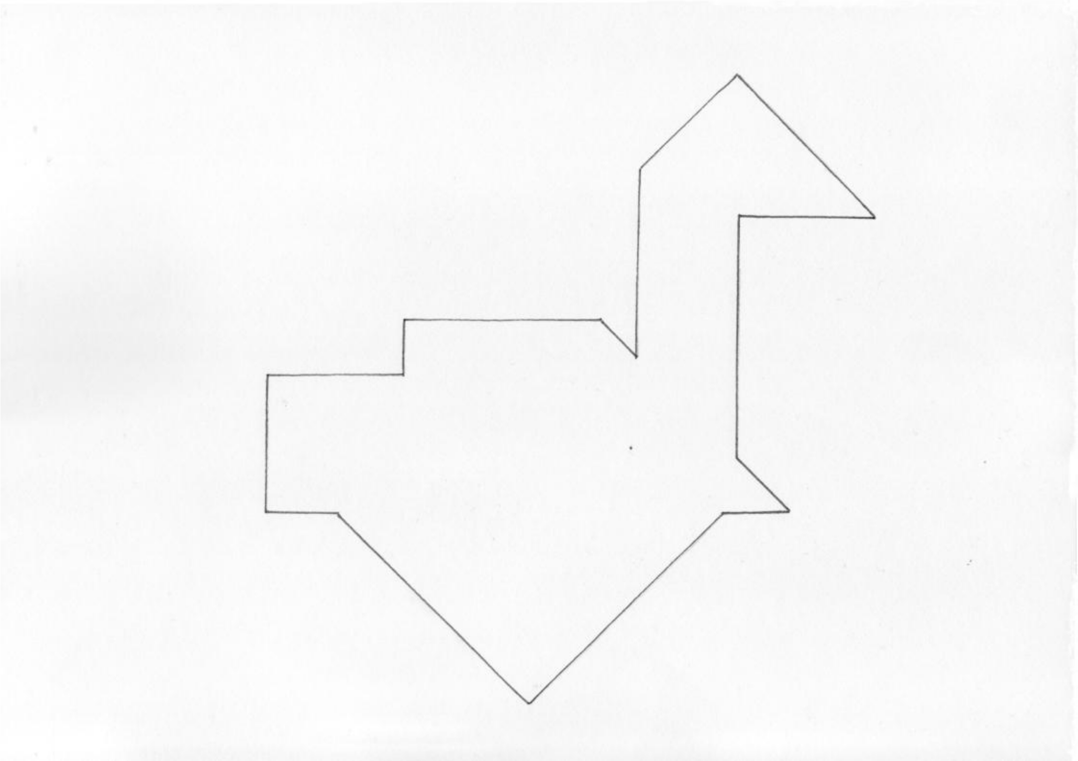
Koza – popis

Pozice trojúhelníků:

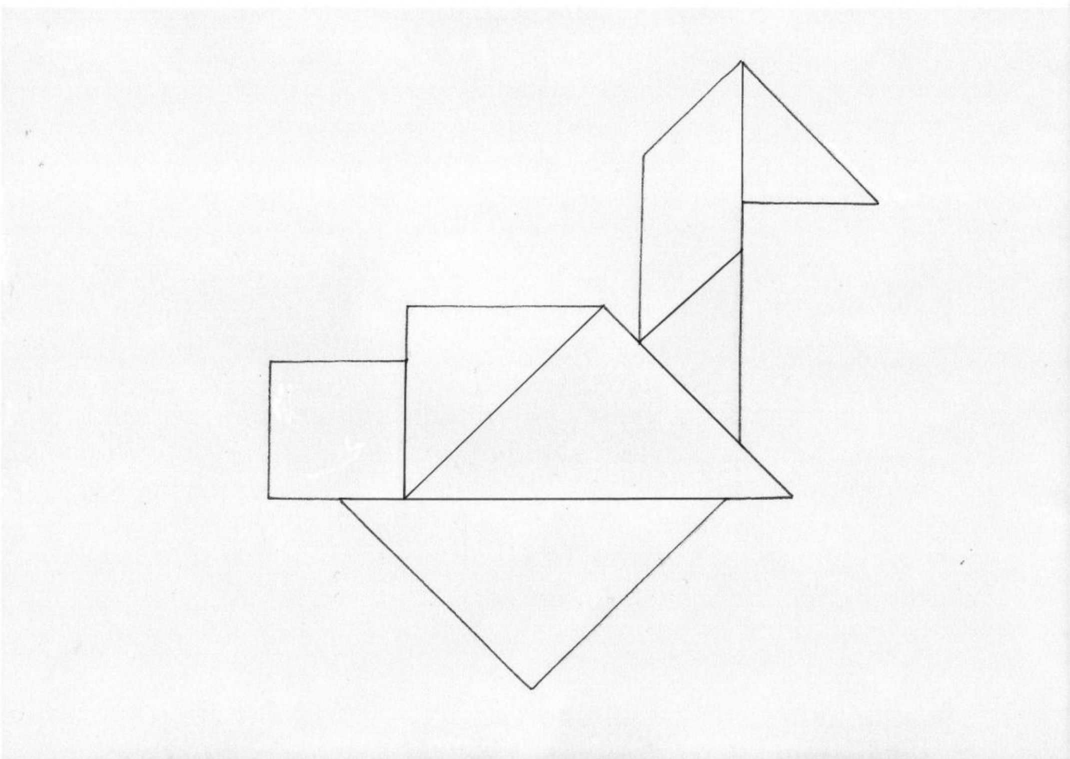


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

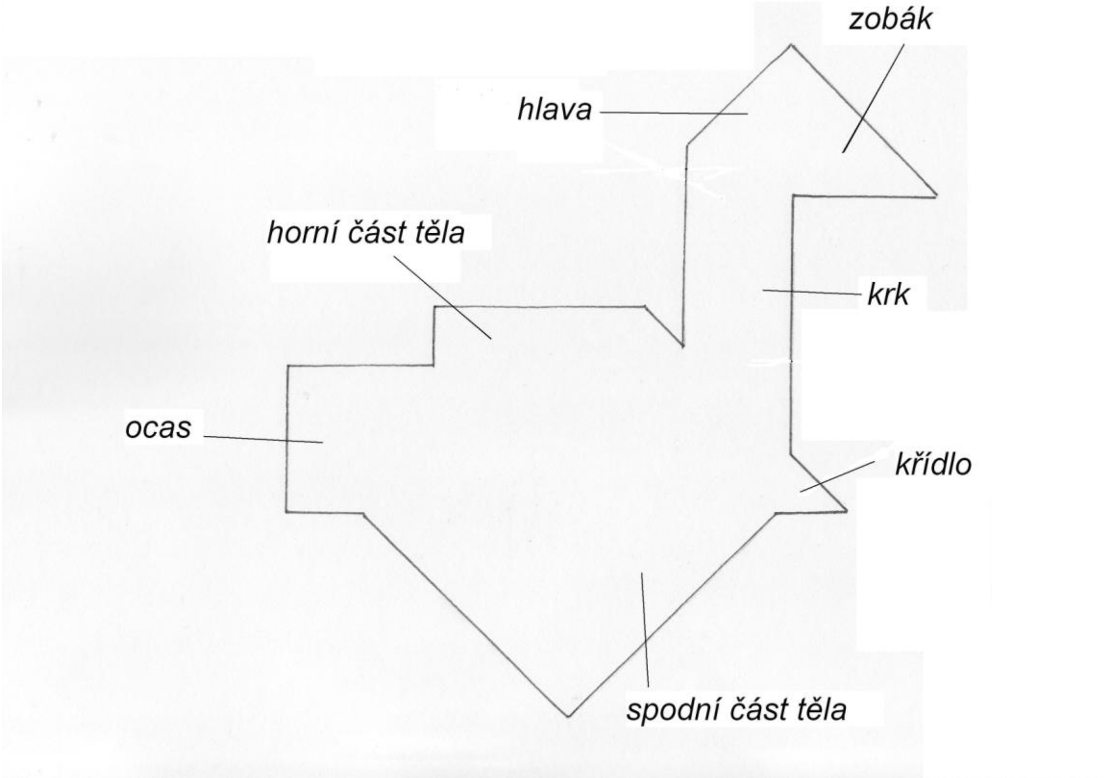
Příloha 12



Labuť – obrys

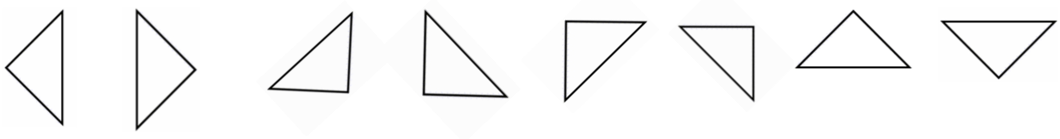


Labuť - řešení



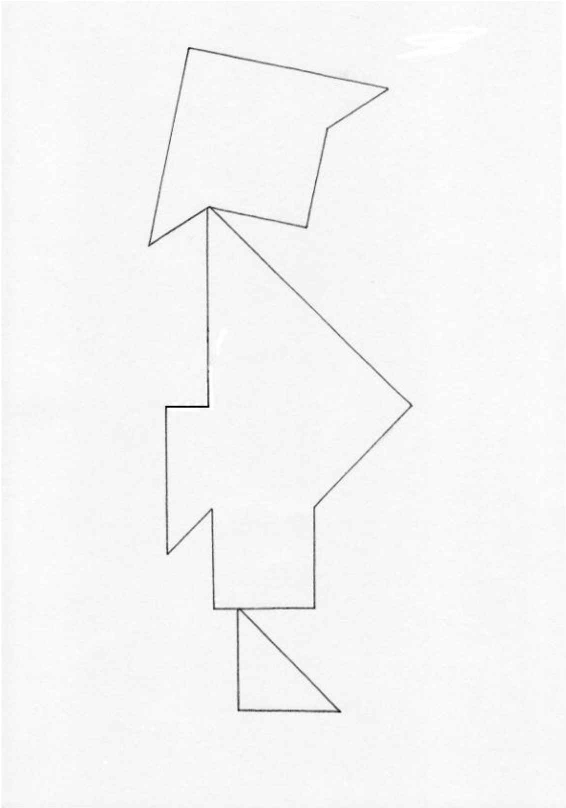
Labuť – popis

Pozice trojúhelníků:

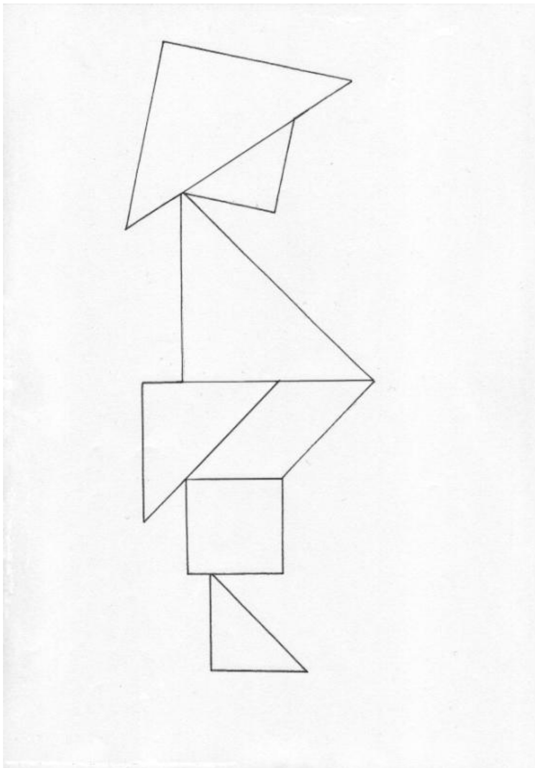


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

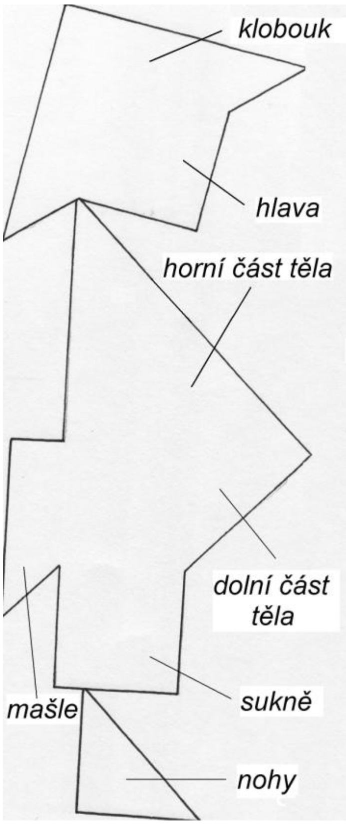
Příloha 13



Čínská dívka - obrys



Čínská dívka - řešení

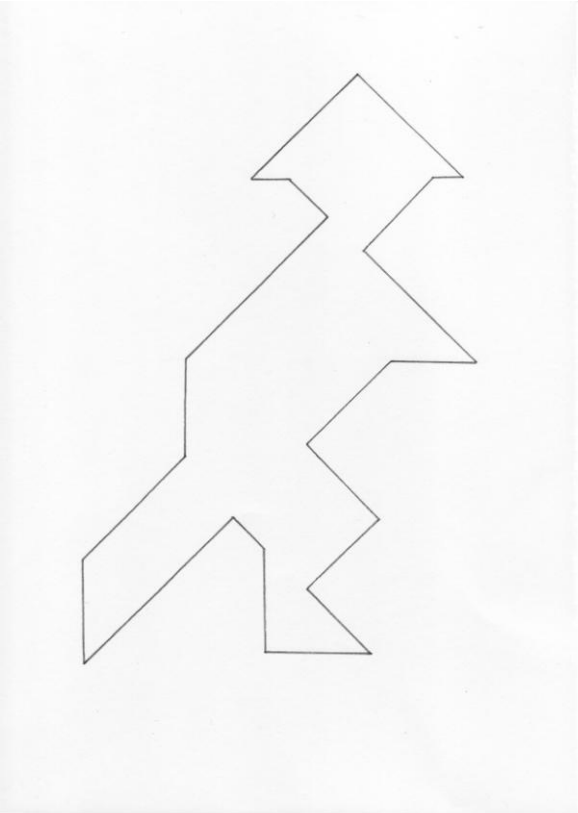


Čínská dívka – popis

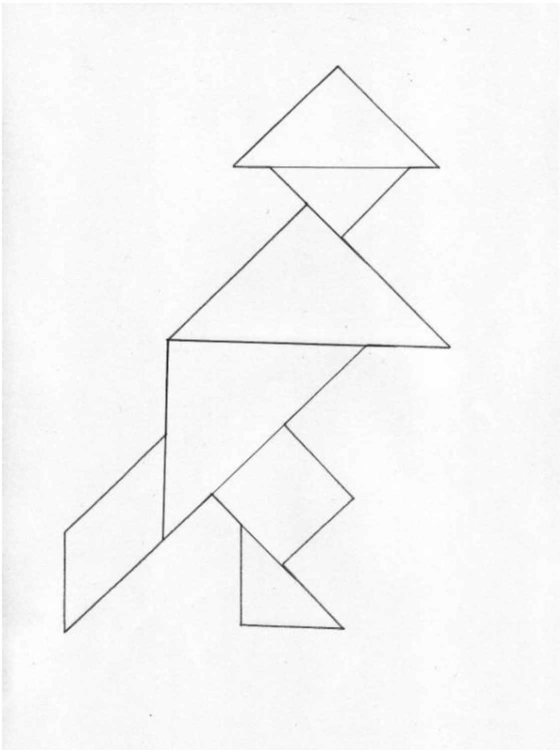
Pozice trojúhelníků:

SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

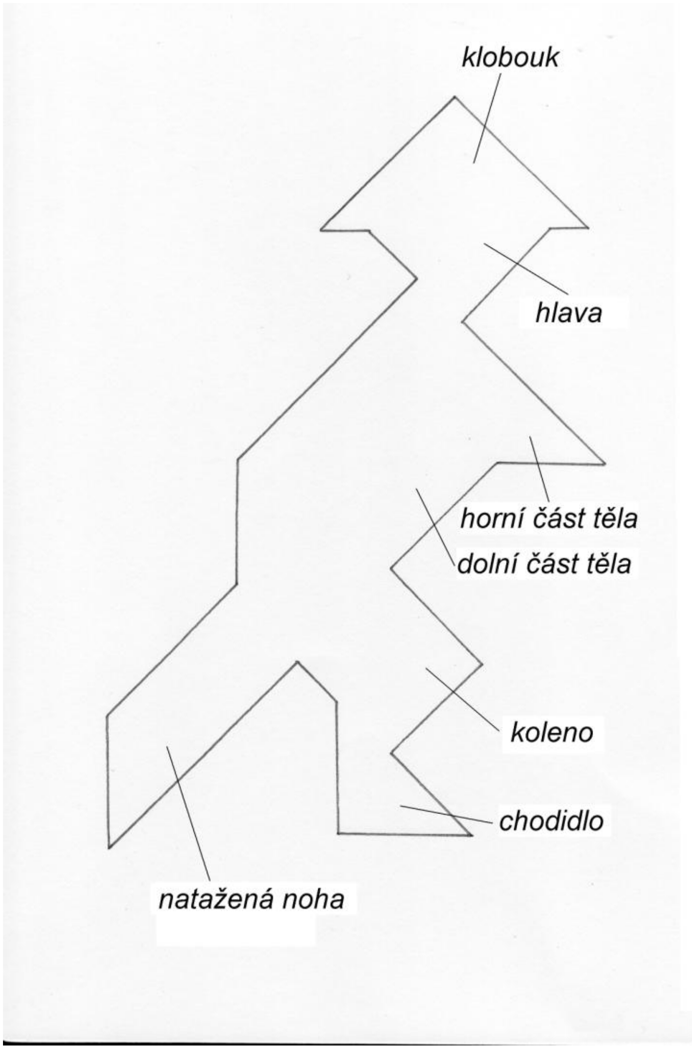
Příloha 14



Číňan na bruslích - obrys

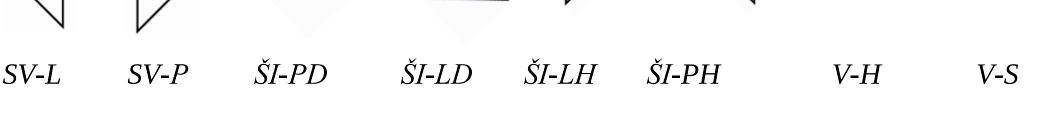


Číňan na bruslích - řešení



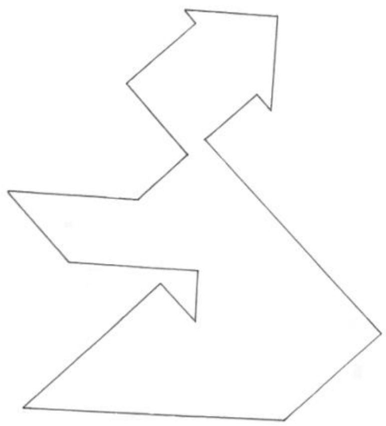
Číňan na bruslích – popis

Pozice trojúhelníků:

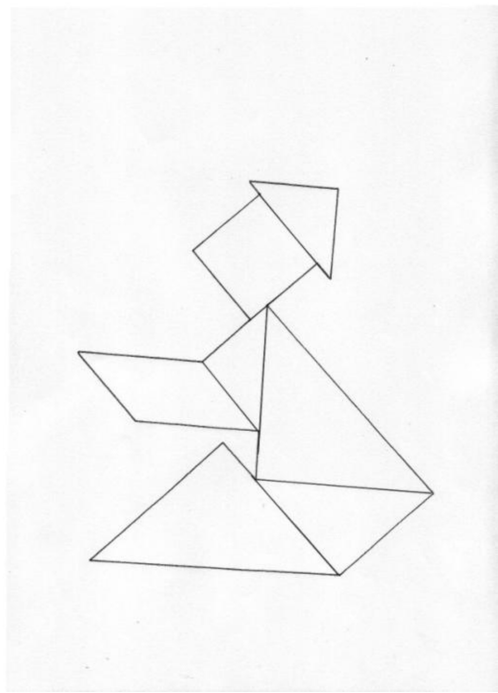


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

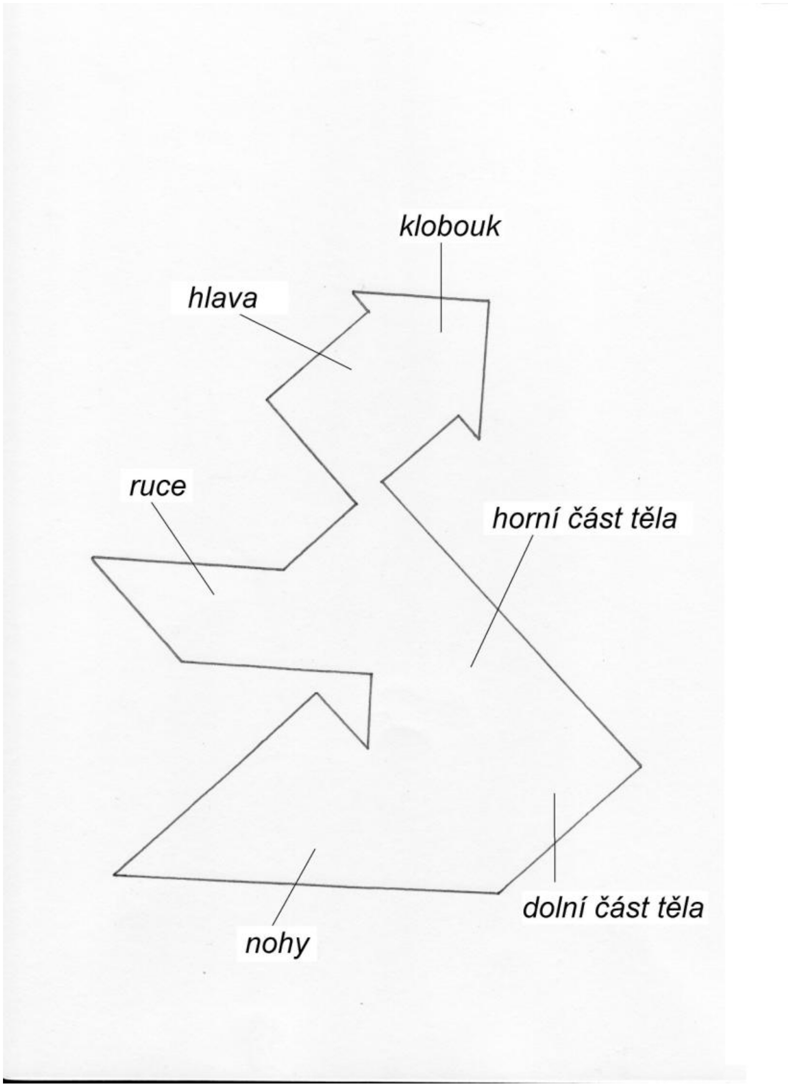
Příloha 15



Číňan s polévkou – obrys

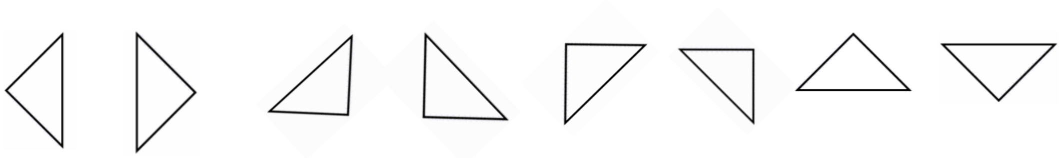


Číňan s polévkou - řešení



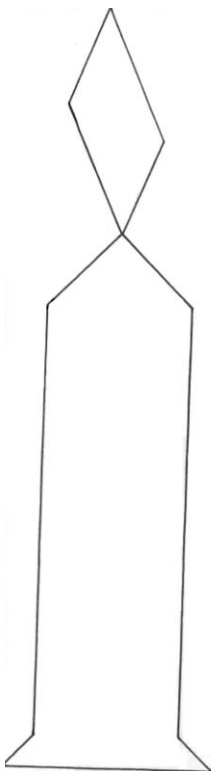
Číňan s polévkou – popis

Pozice trojúhelníků:

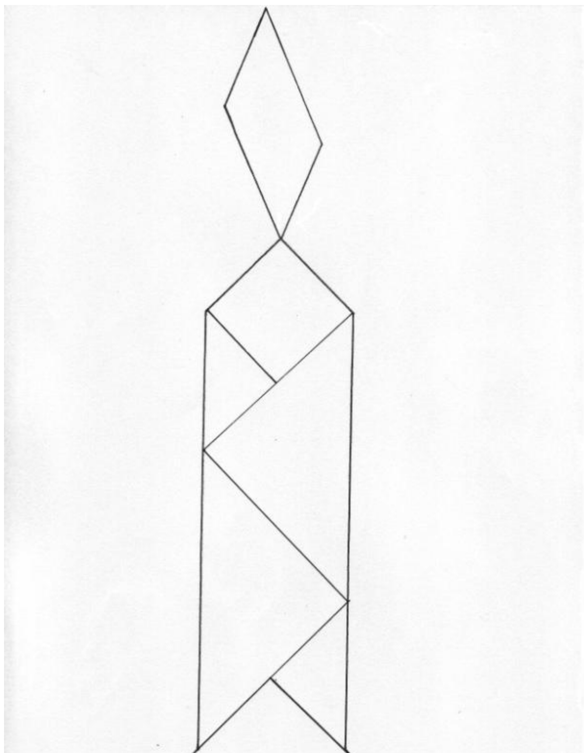


SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*

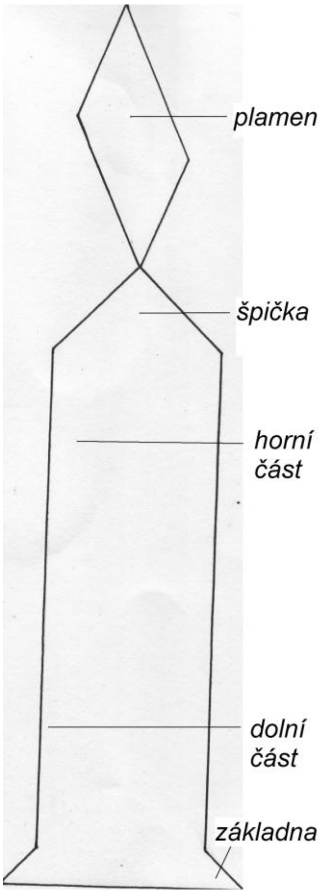
Příloha 16



Svíčka – obrys

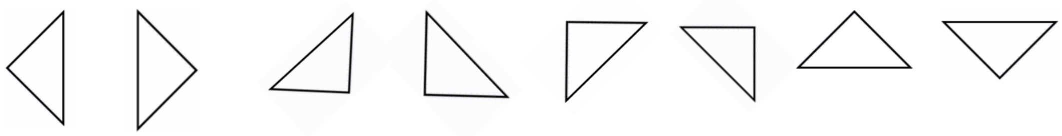


Svíčka – řešení



Svíčka – popis

Pozice trojúhelníků:



SV-L *SV-P* *ŠI-PD* *ŠI-LD* *ŠI-LH* *ŠI-PH* *V-H* *V-S*